

LFMCW 激光雷达门限检测技术

张晓永,王 勇,陈 峰

(驻焦作地区军事代表室,焦作 454001)

摘要:与脉冲激光雷达不同,线性调频连续波(LFMCW)激光雷达目标的距离与速度信息主要包含于回波的频率之中。目标距离与速度信息提取算法是建立在对目标频域信息成功检测的基础上的,若目标的频域信息未能准确检测,将直接影响后续信号处理。中频信号中的噪声经过傅立叶变换后,在频域中具有一定的统计特性,所以需要根据噪声在频域中的统计特性来确定频域门限检测的方法。文章主要讨论噪声情况下的频域门限检测方法。

关键词:雷达;门限检测;LFMCW

中图分类号:TN24

文献标识码:A

文章编号:1006-0707(2012)02-0120-03

1 中频信号的噪声频域统计特性

经长时间的大量观察,LFMCW 雷达混频器输出的噪声是窄带的零均值高斯噪声(图1为中频噪声的采样样本),其概率密度由式(1)给出^[1]。

$$p(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

此处, $p(\varepsilon)d\varepsilon$ 是噪声电压处于 ε 和 $\varepsilon + d\varepsilon$ 之间的概率; σ^2 是噪声方差,噪声的均值为零。对于连续波雷达回波而言,由于采取了去调频(两路具有相同调频斜率与扫频带宽的信号进行混频输出)的处理方式,目标的信息完全包含于其回波的频率之中,因此,探测门限须在频域进行设置。

由图1可以看出,中频噪声基本服从均值为零的正态分布,为分析方便,本文采用正态分布模型来描述中频噪声。由于噪声在频域中分布也具有随机性,即在频域中,噪声中的某一频率的幅度不是恒定不变的,是具有随机性的。这一点可以由以下分析得出。

不失一般性,设中频输出的噪声为平稳高斯过程^[2](样本函数的统计平均可用其时间平均代替),在混频器输出仅有噪声存在的情况下,对中频信号采样并抽取长度为 N_1 的序列。对高斯噪声采样序列 $noise(n)$ 进行离散傅立叶变换,变换如下^[3]:

$$NOISE(m) = \sum_{n=0}^{N_1-1} noise(n) \exp(-j\frac{2\pi}{N_1}nm) = \sum_{n=0}^{N_1-1} [noise(n) \cos(\frac{2\pi}{N_1}nm) - j \cdot noise(n) \sin(\frac{2\pi}{N_1}nm)] \quad (2)$$

式中 $m=0,1,\dots,N_1-1$ 。

$$\text{令 } R(m) = \sum_{n=0}^{N_1-1} noise(n) \cos(\frac{2\pi}{N_1}nm)$$

$$I(m) = \sum_{n=0}^{N_1-1} noise(n) \sin(\frac{2\pi}{N_1}nm)$$

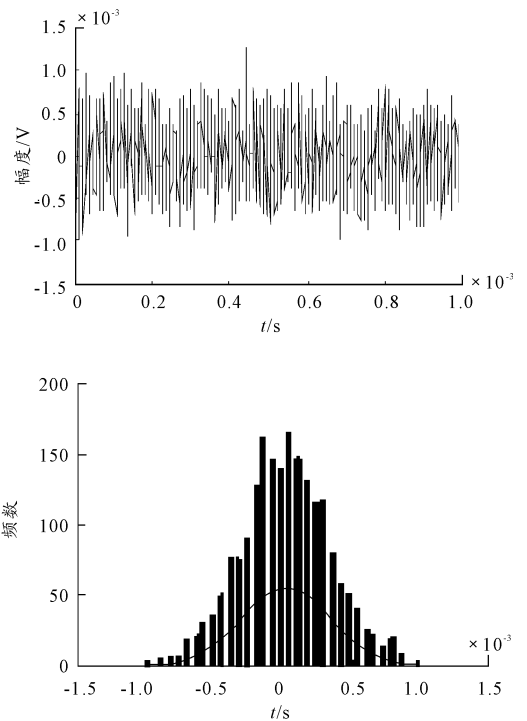


图1 中频噪声的一次采样时域图及正态拟合曲线

显然 $R(m)$, $I(m)$ 为高斯序列的线性组合,因此 $R(m)$, $I(m)$ 仍为高斯分布的序列。因高斯分布的概率密度函数由其均值与方差决定。下面求解 $R(m)$, $I(m)$ 的均值与方差。

$$m_A(m) = E[R(m)] = E\left[\sum_{n=0}^{N_1-1} noise(n) \cos(\frac{2\pi}{N_1}nm)\right] =$$

$$\sum_{n=0}^{N_1-1} E[\text{noise}(n)] \cos\left(\frac{2\pi}{N_1}nm\right) = 0$$

$$D_R(m) = E[(R(m) - m_R(m))^2] = E[R^2(m)] =$$

$$E\left[\left(\sum_{n=0}^{N_1-1} \text{noise}(n) \cos\left(\frac{2\pi}{N_1}nm\right)\right)^2\right] = \frac{N_1\sigma^2}{2}$$

$$\text{同理可得 } m_B(m) = 0, D_I(m) = \frac{N_1\sigma^2}{2}.$$

$R(m)$ 与 $I(m)$ 的协方差为:

$$\text{Cov}[R(m), I(m)] = E\{[R(m) - m_R(m)][I(m) - m_I(m)]\} =$$

$$E[R(m)I(m)] = E[\text{noise}^2(n)] \sum_{n=0}^{N_1-1} \cos\left(\frac{2\pi}{N_1}nm\right) \sin\left(\frac{2\pi}{N_1}nm\right) = 0 \quad (3)$$

$$R(m) \text{ 与 } I(m) \text{ 的相关系数为: } \rho_{AB}(m) = \frac{\text{Cov}[R(m), I(m)]}{\sqrt{D_R(m)D_I(m)}} = 0.$$

对于两个高斯分布,其相关系数为 0 与这两个高斯分布相互独立是等价的^[4]。由此可得出结论①: $R(m)$ 与 $I(m)$ 为两个相互独立并服从同一高斯分布。即 $\text{NOISE}(m)$ ($m=0, 1, \dots, N_1-1$) 的实部 $R(m)$ 与虚部 $I(m)$ 独立并服从同一高斯分布 $N(0, \frac{N_1\sigma^2}{2})$ 。

在频域中对信号进行检测,要对中频采样序列的 DFT 结果取模,然后进行过门限检测。因此,有必要求解 $|\text{NOISE}(m)|^2$ (或 $|\text{NOISE}(m)|$) 的分布(或等价分布)。

由于 $P\{|\text{NOISE}(m)| < q\} = P\{|\text{NOISE}(m)|^2 < q^2\}$, 式中 q 为非负数。因 $|\text{NOISE}(m)|^2 = R^2(m) + I^2(m)$, 因此,只要求解出 $R^2(k) + I^2(k)$ 的概率分布即可。

结合结论①可得出结论②:

$$\frac{|\text{NOISE}(m)|^2}{\frac{N_1\sigma^2}{2}} = \frac{R^2(m) + I^2(m)}{\frac{N_1\sigma^2}{2}} \text{ 服从 } \chi^2(2) \text{ 分布。因此,}$$

$$E\left[\frac{|\text{NOISE}(m)|^2}{\frac{N_1\sigma^2}{2}}\right] = 2, \text{ 即 } E[|\text{NOISE}(m)|^2] = N_1\sigma^2.$$

至此,中频信号中的噪声频域统计特性数学模型建立完毕。对于门限检测,两个比较重要的指标是虚警概率与探测概率。对于本系统,其虚警概率主要由噪声的频域统计特性以及探测门限决定,下面将推导频域探测门限与虚警概率之间的关系。

2 探测门限与虚警概率的关系

虚警概率 P_{fa} 是指在无信号仅有噪声时,发生因噪声引起电平超过探测门限值被误认为信号的事件的概率。显然,它与噪声的频域统计特性、噪声功率以及门限电平的大小密切相关。下面定量地分析它们之间的关系。在推导探测门限与虚警概率关系之前,先介绍一下正确不发现概率:不存在目标判为无目标,称之为正确不发现,它的概率称为正确不发现概率 P_{an} 。

设频域探测门限为 Q , 由于实际处理过程中,会将信号的离散傅立叶变换结果取模,由结论②可知,对于特定的 k_0 , 正确不发现的概率 $P_{an}(m_0)$ 可由 $\chi^2(2)$ 分布求得,即: $P_{an}(m_0) = P(0 \leq |\text{NOISE}(m_0)| < Q)$ 。

$$P(0 \leq |\text{NOISE}(m_0)| < Q) =$$

$$P\left(0 \leq \frac{2|\text{NOISE}(m_0)|^2}{N_1\sigma^2} < \frac{2Q^2}{N_1\sigma^2}\right) \quad (4)$$

由结论②可知, $P(0 \leq \frac{2|\text{NOISE}(m_0)|^2}{N_1\sigma^2} < \frac{2Q^2}{N_1\sigma^2})$ 的大小为随机量等于 $\frac{2Q^2}{N_1\sigma^2}$ 时, $\chi^2(2)$ 的值。

考虑到每一个 $m_0 \in (0, 1, \dots, \frac{N_1-2}{2})$ (DFT 的结果在正负半轴具有对称性) 都可引起虚警, 因此, 总的正确不发现概率表达式为:

$$P_{an} = \prod_{m=0}^{\frac{N_1-2}{2}} P_{an}(m) = [P_{an}(k_0)]^{\frac{N_1}{2}} = [P(x = \frac{2Q^2}{N_1 \cdot \sigma^2})]^{\frac{N_1}{2}}, x \sim \chi^2(2) \quad (5)$$

因此,总的虚警概率为

$$P_{fa} = 1 - P_{an} = 1 - [P(x = \frac{2Q^2}{N_1 \cdot \sigma^2})]^{\frac{N_1}{2}}, x \sim \chi^2(2) \quad (6)$$

如图 2 所示为 $N_1 = 1024$ 时,虚警概率随探测门限的变化曲线。可以看到,随着探测门限的提高,虚警概率不断的减小,当探测门限 $Q > 40\sigma$ 时, P_{fa} 迅速下降,这种性质是由 $\chi^2(2)$ 分布决定的。

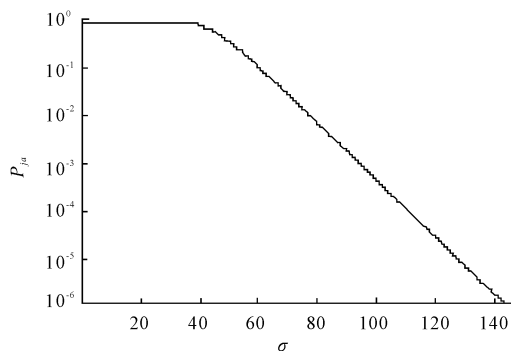


图 2 虚警概率随探测门限的变化曲线

另外不难看出,当探测门限与噪声功率一定情况下,虚警概率随 N_1 的增加而增大,这是因为 N_1 的增加,带来了更多可引起虚警的“机会”。

3 探测门限与发现概率 p_d 的关系

探测概率(发现概率)是指目标存在时,判断为有目标的概率。对于调频连续波激光雷达探测单目标时,可以抽象为单频正弦信号加高斯噪声的中频信号的发现概率 p_d 。

设 N_1 点的中频信号序列为:

$$x(n) = s_{IF}(n) + \text{noise}(n), 0 \leq n \leq N_1 - 1 \quad (7)$$

式中, $s_{IF}(n) = \frac{1}{2}\eta A_0^2 \cos(2\pi k \cdot \tau \cdot T_s \cdot n + 2\pi f_0 \tau)$ 是回波中频信号的数字形式。令 $A = \frac{1}{2}\eta A_0^2, f_{dig} = k \cdot \tau \cdot T_s$ 为归一化频率(T_s

为中频采样间隔), $\varphi = 2\pi f_0 \tau + \frac{\pi}{2}$ 。则

$$s_{IF}(n) = A \sin(2\pi f_{dig} n + \varphi) \quad 0 \leq n \leq N_1 - 1 \quad (8)$$

设 $x(n)$, $s_{IF}(n)$ 与 $noise(n)$ 经 DFT 后得到的序列分别为 $X(m)$, $S_{IF}(m)$ 与 $NOISE(m)$; 假设某一 m_s 恰使得 $f_{dig} = \frac{m_s}{N_1}$ (m_s 为小于 N_1 的正整数)。因此, 正确发现目标的事件就是 $|X(m_s)|$ 超过预设的探测门限 Q 。由于 $NOISE(m)$ 经 N 点 DFT 的结果已经分析, 现分析 $S_{IF}(m_s)$ 。

$$S_{IF}(m_s) = \sum_{n=0}^{N_1-1} s_{IF}(n) \exp(-j \frac{2\pi n m_s}{N_1}) = \frac{N_1 A}{2} [\sin(\varphi) - j \cos(\varphi)] \quad (9)$$

令 $RS(m_s) = \frac{N_1 A}{2} \sin(\varphi)$, $IS(m_s) = \frac{N_1 A}{2} \cos(\varphi)$, 则:

$$S_{IF}(m_s) = RS(m_s) - jIS(m_s) \quad (10)$$

由 1 节关于 $NOISE(m)$ 的假设可有:

$$X(m_s) = R(m_s) + RS(m_s) - j[I(m_s) + IS(m_s)] \quad (11)$$

由式(11)并结合结论①可得出结论③: $R(m_s) + RS(m_s)$ 服

从 $N(\frac{N_1 A}{2} \sin(\varphi), \frac{N_1 \sigma^2}{2})$ 分布; $I(k_s) + IS(k_s)$ 服从 $N(\frac{N_1 A}{2} \cos(\varphi), \frac{N_1 \sigma^2}{2})$ 分布, 并且两者相互独立。

正确发现目标的概率可表示为如下形式: $p_d = P(Q \leq |X(m_s)| < \infty)$, 因此, 对 $|X(m_s)|$ (或 $|X(m_s)|^2$) 统计分析是必要的。由 $|X(m_s)|^2 = [R(m_s) + RS(m_s)]^2 + [I(m_s) + IS(m_s)]^2$ 可得出结论④:

$$\frac{|X(m_s)|^2}{N\sigma^2} = \frac{[R(m_s) + RS(m_s)]^2 + [I(m_s) + IS(m_s)]^2}{N\sigma^2} \text{ 服}$$

从自由度为 2, 非中心参数 $\delta = \sqrt{[\frac{N_1 A}{\sqrt{2N_1 \sigma^2}} \sin(\varphi)]^2 + [\frac{N_1 A}{\sqrt{2N_1 \sigma^2}} \cos(\varphi)]^2} = \frac{N_1 A}{\sqrt{2N_1 \sigma^2}}$ 的具有非中心参数的 χ^2 分布^[5-6], 本文用 $ncx2cdf(x, \delta)$ 表示服从该分布的随机变量落入 $[0, x]$ 区间中的概率。

从结论④中可以得出探测概率的表达式为

$$p_d = P(Q \leq |X(m_s)| < \infty) = 1 - ncx2cdf(\frac{2Q^2}{N_1 \sigma^2}, \delta) = 1 - ncx2cdf(\frac{2Q^2}{N_1 \sigma^2}, \frac{N_1 A}{\sqrt{2N_1 \sigma^2}}) \quad (12)$$

由统计知识可知, 分布函数 $ncx2cdf(x, \delta)$ 具有一条重要的性质: $ncx2cdf(x, \delta)$ 随 x 的减小或 δ 增大而减小。由此可得出以下四点结论:

第一, 在噪声方差、数据长度、探测门限一定的情况下, 探测概率随中频信号的信噪比 $SNR = \frac{A^2}{2\sigma^2}$ 的增加而增大, 此时的探测

概率完全取决于 SNR 。如图 3 所示为当 $N_1 = 512$, $Q = 150\sigma$ 时, 探测概率随中频信号的信噪比变化曲线。

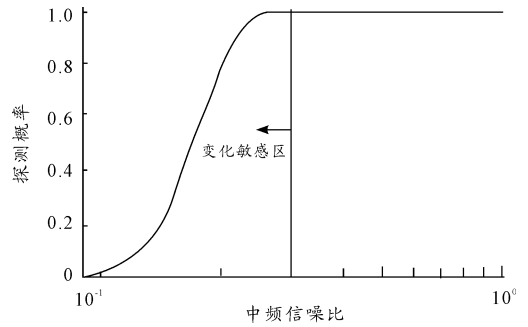


图 3 探测概率随中频信号 SNR 的变化曲线

第二, 随着 N_1 的增大, $\frac{2Q^2}{N_1 \sigma^2}$ 减小, $\frac{N_1 A}{\sqrt{2N_1 \sigma^2}}$ 增大, 因此, 当探测门限与中频信号的信噪比不变时, 探测概率将会随着 N_1 的增加而增大。

第三, 在探测门限不变的情况下, 当中频信号的信噪比较小, 可以通过增加 N_1 的方法以保证雷达的探测概率。

第四, 当噪声方差、中频信号的信噪比、 N_1 一定时, 探测概率随探测门限的增加而减小。

至此 LFM CW 激光雷达门限检测数学模型已经建立完毕。

4 结束语

文章针对噪声在时域和频域中的统计特性, 推导了噪声功率与虚警概率的关系, 同时确立了 LFM CW 雷达中频信噪比与探测概率的函数关系, 在此基础上建立了 LFM CW 雷达的频域检出门限检测模型, 该模型可为 LFM CW 雷达产品定型提供理论参考。

参考文献:

- [1] 丁鹭飞, 耿富录. 雷达原理[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2006.
- [2] 刘次华. 随机过程[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2001.
- [3] 胡广书. 数字信号处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
- [4] 盛聚, 谢式千, 潘承毅. [M]. 北京: 高等教育出版社, 1997.
- [5] 李立众. 几个具有非中心参数的统计量的分布[J]. 安徽机电学院学报, 1999, 14(3): 54-58.
- [6] 陈希孺. 数理统计引论[M]. 北京: 科学出版社, 1981.

(责任编辑 周江川)