【兵器与装备】

电磁环境下信息作战模型*

张 锋,阳平华

(军械工程学院 数学教研室,石家庄 050003)

摘要:根据战时对信息系统的威胁,建立了电磁环境下的信息作战模型.在对模型进行定性分析的基础上,分别探讨了电磁脉冲周期和脉冲量对系统的影响,并通过数值模拟进行了验证,结果表明:系统可以通过控制脉冲量的大小来控制系统双方的状态,从而达到拥有信息优势,取得制信息权的目的.

关键词:信息系统;脉冲;数学模型

中图分类号:E9;TP391 **文献标识码**:A **文章编号**:1006-0707(2008)03-0022-03

信息系统会受到来自各方的威胁,其中以电磁武器和对电磁环境的干扰最为突出.由电磁作用的原理[1]可知,较之其它威胁,电磁频谱对信息系统的各个部分和作战环节都有更强的影响.本研究主要考虑具有周期脉冲效应的电磁环境干扰对信息作战的影响,在深入分析作战环境的基础上,建立信息电磁环境下的信息作战脉冲微分方程模型,并进行模型的定性分析、仿真.

1 模型的建立

由于电磁频谱的作用是周期脉冲的形式,根据系统特性,设存在2个系统,系统信息状态量分别为 x 和 y,且都受自身信息处理能力的制约,相互间存在信息对抗.以 $x(t)$,$y(t)$分别表示 t 时刻2系统的状态量,并假定$x(t)$,$y(t)$都是 t 的连续可微函数,则具有周期脉冲的2个信息系统作战模型的一般形式为:

$$\begin{cases}\left.\begin{aligned}\dot{x}(t) &= a_1x(t) - b_1x^2(t) - c_1x(t)y(t)\\ \dot{y}(t) &= a_2y(t) - b_2y^2(t) - c_2x(t)y(t)\end{aligned}\right\}, t \neq \tau_k, k \in \mathbf{Z}_+\\ \left.\begin{aligned}x(\tau_k^+) &= (1-h_k)x(\tau_k)\\ y(\tau_k^+) &= (1-g_k)y(\tau_k)\end{aligned}\right\}, t = \tau_k, k \in \mathbf{Z}_+\end{cases} \tag{1}$$

模型(1)中各参数均为正值,作战双方之间的关系完全取决于各参数前的符号.a_1,a_2 前取正表示作战双方在作战开始后能不断地获取信息;b_1,b_2 前取负号表示作战双方的状态量受信息处理能力的制约;c_1,c_2 前取负号表示作战双方状态量受到信息进攻和防御能力的制约,即受到信息系统对抗的影响;h_k,g_k 指在 τ_k 时刻系统受到的脉冲作用的大小,h_k,g_k($k \in Z_k$)是常数,且存在一个整数 $q>0$ 使得 $h_{k+q} = h_k$,$g_{k+q} = g_k$,$\tau_{k+q} = \tau_k + T$.考虑到实际意义,一个自然的限制是:对所有的 $k \in Z_k$,有 $1-h_k>0$,$1-g_k>0$.

2 模型的定性分析

模型存在3种类型的非负 T 周期解:如果在信息系统对抗中双方都消亡,即则由系统周期解(0,0)表示,通常称为系统的平凡周期解;如果一个信息系统被消灭,即系统的一个分量消失的周期解用$(x,0)$或$(0,y)$表示,通常称为系统的半平凡周期解.可通过研究模型平凡和半平凡周期解的稳定性和系统的持续生存,来分析信息系统在对抗过程中所需采取的方法和策略.

由文献[2]可知,模型有一个形如$(x,0)$半平凡周期解,可记作$(\theta_{[a_1,b_1]},0)$,同样地,模型有一个形如$(0,v)$的半平凡周期解,记作$(0,\theta_{[a_2,b_2]})$.为方便起见,记 $\theta_{a_1} = \theta_{[a_1,b_1]}$ 和 $\theta_{a_2} = \theta_{[a_2,b_2]}$.以下研究作战双方信息系统对抗的胜负情况,即寻找条件,使得平凡解(0,0)和半平凡解$(\theta_{a_1},0)$或$(0,\theta_{a_2})$是渐近稳定的.

可以利用变分方程来研究系统周期解$(\tilde{x}(t),\tilde{y}(t))$的渐近稳定性.为此作变换$(x(t),y(t)) = (\tilde{x}(t)+u(t),\tilde{y}(t)+v(t))$,则:

$$\begin{pmatrix}u(t)\\ v(t)\end{pmatrix} = \Phi(t)\begin{pmatrix}u(0)\\ v(0)\end{pmatrix}$$

其中 $\Phi(0)$ 满足:

* 收稿日期:2007-12-10

作者简介:张锋(1980—),男,浙江温州人,硕士研究生,主要从事军事运筹学研究.

$$\frac{\mathrm{d}\Phi(t)}{\mathrm{d}t}=\begin{pmatrix} a_1-2b_1\tilde{x}-c_2\tilde{y} & -c_1\tilde{x} \\ -c_2\tilde{y} & a_2-c_2\tilde{x}-2b_2\tilde{y}\end{pmatrix}\Phi(t)$$

且 $\Phi(0)=I$ 是单位矩阵.由系统的脉冲条件得到:

$$\begin{pmatrix} u(\tau_k^+) \\ v(\tau_k^+)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1-h_k & 0 \\ 0 & 1-g_k\end{pmatrix}\begin{pmatrix} u(\tau_k) \\ v(\tau_k)\end{pmatrix}$$

因此,如果如下的单值矩阵

$$M=\begin{pmatrix} \prod_{k=1}^{q}(1-h_k) & 0 \\ 0 & \prod_{k=1}^{q}(1-g_k)\end{pmatrix}\Phi(T)$$

的2个特征值的模小于1,则 T - 周期解是局部稳定的.

2.1　平凡解(0,0)的渐近稳定性

平凡解(0,0)处的基解矩阵为:

$$\frac{\mathrm{d}\Phi(t)}{\mathrm{d}t}=\begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2\end{pmatrix}\Phi(t)$$

则它的单值矩阵为:

$$M=\begin{pmatrix} \prod_{k=1}^{q}(1-h_k)\mathrm{e}^{a_1T} & 0 \\ 0 & \prod_{k=1}^{q}(1-g_k)\mathrm{e}^{a_2T}\end{pmatrix}$$

这说明平凡解(0,0)的2个 Floquest 乘子[3]分别是 $\mu_1=\prod_{k=1}^{q}(1-h_k)\mathrm{e}^{a_1T}$ 和 $\mu_2=\prod_{k=1}^{q}(1-g_k)\mathrm{e}^{a_2T}$,可以得出:

结论1　当且仅当系统存在一个半平凡周期解,即当且仅当 $a_1>\frac{1}{T}\ln[\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-h_k}]$ 或 $a_2>\frac{1}{T}\ln[\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-g_k}]$ 时,平凡解 (0,0) 是线性不稳定的.

2.2　半平凡解 $(\theta_{a_1},0)$,$(0,\theta_{a_2})$ 的线性稳定性

类似结论1的求解,具体过程略,可得到:

结论2　当且仅当 $a_2<\frac{1}{T}\ln(\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-g_k})+c_2\theta_{a_1}$ 时,$(\theta_{a_1},0)$ 是线性稳定的;同理,当满足 $a_1<\frac{1}{T}\ln(\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-h_k})+c_1\theta_{a_2}$ 时,系统的半平凡周期解 $(0,\theta_{a_2})$ 的线性稳定.

半平凡解 $(\theta_{a_1},0)$ 和 $(0,\theta_{a_2})$ 的稳定性表明了一个信息系统完全被击败,失去了作战能力,而另一个信息系统获胜.因此,2个信息系统共存的必要条件是以下2个不等式成立:

$$a_1>\frac{1}{T}\ln(\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-h_k})+c_1\theta_{a_2},$$

$$a_2>\frac{1}{T}\ln(\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-g_k})+c_2\theta_{a_1}$$

即模型所有的平凡解和半平凡解都是线性不稳定的.

3　脉冲作用对信息作战的影响

3.1　脉冲周期对信息作战的影响

1) 作战双方都失去作战能力.根据结论1,只有当 $a_1<\frac{1}{T}\ln\left(\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-h_k}\right)$ 且 $a_2<\frac{1}{T}\ln\left(\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-g_k}\right)$,模型的解为稳定的平凡解,即(0,0)解.由此可知,只有当 $T_{\max}$ 满足 $T_{\max 1}<\frac{1}{a_1}\ln\left(\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-h_k}\right)$ 且 $T_{\max 2}<\frac{1}{a_2}\ln\left(\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-g_k}\right)$ 时,即 $T_{\max}<\min(T_{\max 1},T_{\max 2})$ 时,系统的平凡解才是稳定的.此时,双方信息系统的对抗结果使各自都完全丧失作战能力.

2) 一方信息系统失去作战能力.根据结论2半平凡解稳定的条件,可知只有当 $T>\frac{1}{a_1}\ln\left(\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-h_k}\right)$ 且 $T>\frac{1}{a_2-c_2\theta_{a_1}}\ln\left(\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-g_k}\right)$,$(a_2-c_2\theta_{a_1}\neq 0)$ 时,系统的半平凡解 $(\theta_{a_1},0)$ 才是稳定的,即当双方信息脉冲武器的进攻周期 T 满足上述条件时,系统 x 取胜.同理可知,当 $T>\frac{1}{a_2}\ln\left(\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-g_k}\right)$ 且 $T>\frac{1}{a_1-c_1\theta_{a_2}}\ln\left(\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-h_k}\right)$,$(a_1-c_1\theta_{a_2}\neq 0)$ 时,半平凡周期解 $(0,\theta_{a_2})$ 是线性稳定的,即系统 y 取胜.

3) 双方信息系统作战能力受到部分的损耗,双方进行持久的对抗.系统的稳定的半平凡周期解 $(\theta_{a_1},0)$ 和 $(0,\theta_{a_2})$ 表明了一方被击败,失去作战能力,而另一方仍然还保存了部分的作战能力.因此,2个信息系统持续对抗的必要条件是下面2个等式成立:

$$a_1>\frac{1}{T}\ln\left[\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-h_k}\right]+c_1\theta_{a_1},$$

$$a_2>\frac{1}{T}\ln\left[\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-g_k}\right]+c_2\theta_{a_2}$$

当信息系统的特性一定的情况下,而信息武器的脉冲破坏作用是一定,信息系统的状态取决于脉冲周期,即脉冲周期满足 $T>\max(T_{\min 1},T_{\min 2})$,其中:

$$T_{\min 1}>\frac{1}{a_2-c_2\theta_{a_1}}\ln\left(\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-g_k}\right),(a_2-c_2\theta_{a_1}\neq 0)$$

$$T_{\min 2}>\frac{1}{a_1-c_1\theta_{a_2}}\ln\left(\prod_{k=1}^{q}\frac{1}{1-h_k}\right),(a_1-c_1\theta_{a_2}\neq 0)$$

为了单纯考虑脉冲攻击频率对作战系统的影响,即系统脉冲周期对系统的双方作战能力影响的变化,假定:①在不同的脉冲周期内,脉冲影响的效率不发生改变,即 $h_k=h,g_k=g$;②在作战系统未受到外界干扰、攻击时,系统双方的对抗只受系统本身的影响,它是一个持续、稳定的对抗的过程.

综合考虑以上因素,经过数值模拟得到图 1.

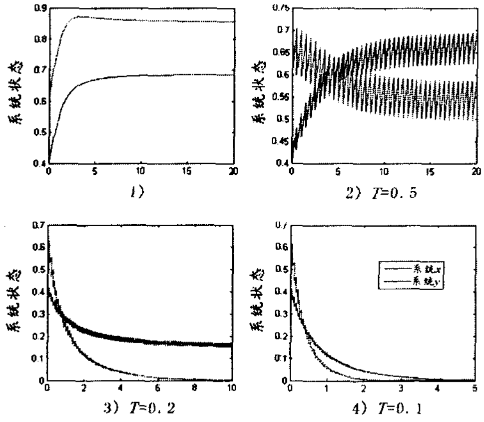

图 1 脉冲周期影响效果

图 1 的参数为: $a_1 = a_2 = 1.2$, $b_1 = b_2 = 1$, $c_1 = 0.6$, $c_2 = 0.5$, $h_k = 0.1$, $g_k = 0.15$, $x(0) = 0.4$, $y(0) = 0.6$

3.2 脉冲武器攻击力的影响

脉冲攻击力的影响在系统中反映为系统双方各自所受到的脉冲量.脉冲量的大小可以直接反映作战双方信息系统作战能力的变化,改变作战双方的胜负态势及作战策略.假定系统的脉冲量不随系统周期变化,即 $h_k = h, g_k = g$,根据系统解的稳定性条件,得到:

1) 当 $h > 1 - e^{-a_1 T}$ 且 $g > 1 - e^{-a_2 T}$ 时,系统的(0,0)解是稳定的,即系统双方在受到很大的脉冲干扰或攻击之下,都将失去作战能力.

2) 当 $h < 1 - e^{-a_1 T}$ 且 $g > 1 - e^{(c_2\theta_{a_1} - a_2)T}$ 时,系统的解 $(\theta_{a_1}, 0)$ 是稳定的,即系统 x 受到一定程度的脉冲攻击,而系统 y 受到较大的脉冲攻击,将失去作战能力.

3) 当 $g < 1 - e^{-a_2 T}$ 且 $h > 1 - e^{(c_1\theta_{a_2} - a_1)T}$ 时,系统的解 $(0, \theta_{a_2})$ 是稳定的,即系统 y 受到一定程度的脉冲攻击,而系统 x 受到较大的脉冲攻击,将失去作战能力.

4) 当 $g < 1 - e^{(c_2\theta_{a_1} - a_2)T}$ 且 $h < 1 - e^{(c_1\theta_{a_2} - a_1)T}$ 时,系统双方受到一定程度的脉冲攻击,都保持一定的作战能力.在条件的范围内,可以改变脉冲量来夺取信息优势,如图 2 的 1),2),3)所示.

图 2 的参数为: $a_1 = a_2 = 1.2, b_1 = b_2 = 1, c_1 = 0.6, c_2 = 0.5$, $x(0) = 0.4, y(0) = 0.6, T = 0.5$

由图 2 的数值模拟可知,不同的脉冲作用对系统双方作战态势有不同的影响.系统受到的脉冲作用越大对系统的影响就越明显.根据模拟的结果,系统可以通过控制脉冲量的大小来控制系统双方的状态,从而达到夺取信息优势取得制信息权.

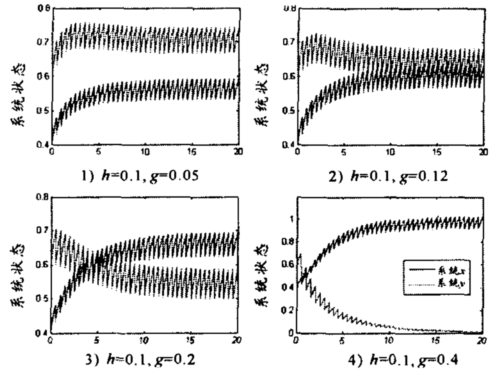

图 2 脉冲量的影响效果

4 结束语

本研究通过电磁环境对信息系统的威胁,结合电磁脉冲的特点,建立了基于脉冲微分方程的数学模型.在对模型定性分析的基础之上,再分别对脉冲周期和脉冲量对系统的影响进一步进行分析,并通过数值模拟对结果进行了验证,为信息作战时系统双方如何根据环境采取合理的电磁攻击提供了一定的策略.

参考文献:

[1] 孙永军.电磁脉冲武器原理及其防护[J].空间电子技术,2004(3):21-24.

[2] Bainov D D, Simeonov P S. Impulsive differential equations: periodic solutions and applications [Z]//Pitaman Monographs and wurveys in Pure and Applied Mathematics. [S.l.]: [s.n.], 1993.

[3] Liu B, Chen L S. The effects of impulsive toxicant input on a population in a pollution in a polluted environment[J]. Biol Syst, 2003(11):265-274.