

# 预测轴流压气机叶栅通道端壁附面层 及叶片力亏损

吴 虎 陈辅群 刘松龄 黄知涛

(西北工业大学703教研室, 西安, 710072)

## A NEW METHOD FOR PREDICTING THE END WALL BOUNDARY LAYERS AND THE BLADE FORCE DEFECTS INSIDE THE PASSAGE OF AXIAL COMPRESSOR CASCADES

Wu Hu, Chen Fu-qun, Liu Song-ling, Huang Zhi-tao

(Faculty 703 of Northwestern Polytechnical University, Xi'an, 710072)

**摘 要** 本文将二次流理论与端壁附面层理论相关联, 提出一种用于预测轴流压气机叶栅通道内的端壁附面层及叶片力亏损的新方法。附面层主流流动采用包含叶片力亏损的动量积分方程, 横流流动采用双层速度分布模型, 使用二次流分析和有限差分计算方法预测横流外层速度分布, 主流流动和横流流动交替计算。用于两种高负荷压气机叶栅的预测结果表明, 不仅端壁附面层发展的预测结果与实验结果吻合较好, 而且叶片力亏损发展的预测值也与实验值一致性较好; 此外, 该方法不仅自动, 而且还能较准确地预测S形横向流动的发展。

**关键词** 轴流压气机, 叶栅, 端壁附面层, 叶片力亏损, 二次流

**Abstract** A new method is presented for calculating the end-wall boundary layers and the blade force defects inside the passage of axial compressor cascades based on associating boundary layer theory with secondary flow analysis in this paper. An integral equation of the boundary layer is used to calculate the longitudinal flow. Two layers of velocity modes are established to predict the transverse flow. An elliptic outer layer transverse flow associated with the secondary vorticity is computed by using differential method. The calculation is performed inside cascade passage, and conducted alternatively between the longitudinal flow and the transverse flow. The S-type transverse flow profiles are predicted automatically and accurately. Compared with experimental results, the predictions by this method show better agreement for two examples of heavily loaded cascades. It is apparent that this method is both practical and reliable. The bases are established for predicting the end wall boundary layers in multistage axial compressors in this

1991年1月14日收到, 1991年6月20日收到修改稿  
高校博士点基金资助课题

paper.

**Key words** axial compressor, cascades, end-wall boundary layer, blade force defect, secondary flow

## 0 引 言

众所周知, 轴流压气机的压比升、失速点和效率均受到端壁附面层的限制。自从 Smith 首次在多级轴流压气机实验中证实了端壁附面层中叶片力亏损存在以来, 国际上许多研究者已对涡轮机端壁附面层及叶片力亏损进行了大量而卓有成效的理论和实验研究<sup>[1,2]</sup>。现有的分析大多数基于两种方法: 一是应用二次流理论计算主流涡诱导的二次流速度, 较准确地预测叶栅出口的流动角分布<sup>[3]</sup>, 但由于忽略了粘性影响, 故对确定端壁阻塞和与之相关的端壁损失无能为力; 第二种方法<sup>[1,3]</sup>采用沿叶片周向平均的湍流  $N-S$  方程, 导出包含叶片力亏损项的附面层动量积分方程, 为使方程组封闭, 需对叶片力亏损作诸多假设<sup>[4]</sup>, 使预测结果强烈地依赖于其中的经验常数, 从而使该方法的实际应用受到了一定限制。为此, 将二次流与端壁附面层理论相关联, 提出了一种适应性更强的端壁附面层及叶片力亏损的理论预测方法。

## 1 数学模型

### 主要符号标识

$b, m$  主流速度分布参数 (方程 9)

$C$  弦长或速度

$D_{x_1}, D_{y_1}$  叶片力亏损项 (方程 3 和 6)

$D_{x_2}, D_{y_2}$  速度周向不均匀产生的亏损项 (方程 4 和 7)

$D_{x_3}$  沿附面层厚度、压力梯度不均匀产生的亏损项 (方程 5)

$E$  Entrainment 函数 (方程 30)

$f$  叶片力 (方程 8)

$p_a - p_b$  沿  $x$  叶片上下表面静压差 (图 1)

$\rho$  密度

$S$  叶栅栅距或沿附面层外缘流线方向距离 (图 1)

$n$  沿垂直于流线方向距离 (图 1)

$x, y, z$  沿叶栅轴向、切向和垂直于叶栅端壁方向距离 (图 1)

$C'_x, C'_y$  在绘定周向位道上, 轴向速度和切向速度与其对应的切向平均值之差。

下角标:

$x, y, z, s, n$  相应方向上的分量

$e$  对应附面层边缘值

上标注:

“—” 沿  $y$  向平均值

### 1.1 附面层主流流动的计算模型

首先将端流的  $N-S$  方程沿示于图 1 的  $y$  向进行平均, 再沿附面层厚度积分, 可得:

$$d(c_{xe}^2 \theta_{xx})/dx + c_{xe} \delta_x^* dc_{xe}/dx = -D_{x_1} - D_{x_2} - D_{x_3} + \tau_{0x}/\rho \quad (1)$$

$$d(c_{xe}^2 \theta_{yx})/dx + \delta_x^* c_{xe} dc_{ye}/dx = -D_{y_1} - D_{y_2} + \tau_{0y}/\rho \quad (2)$$

$$D_{x_1} = \int_0^{\delta} (f_{ye} - f_y)/\rho \operatorname{tg} \beta dz \quad (3)$$

$$D_{x_2} = \int_0^{\delta} (\bar{c}'_{xe} - \bar{c}'_x) / dx dz \quad (4)$$

$$D_{x_3} = \int_0^{\delta} [(\bar{d}\bar{p}/dx)_e - \partial\bar{p}/\partial x] / \rho dz \quad (5)$$

$$D_{y_1} = \int_0^{\alpha} (f_y - f_{ye}) / \rho dz \quad (6)$$

$$D_{y_2} = \int_0^{\delta} d(\bar{c}'_{xe} \bar{c}'_{ye} - \bar{c}'_x \bar{c}'_y) / dx dz \quad (7)$$

$$f_y = (\phi_a - \phi_b)/s \quad (8)$$

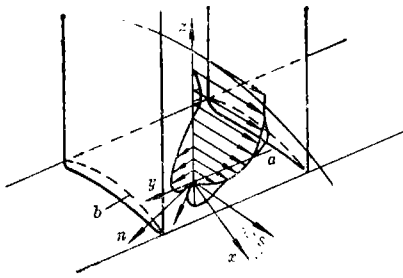


图1 附面层流动分析的两种坐标系

对于附面层主流流动, 基于文献[4]本文选速度分布模型

$$c_s/c_{se} = 1 - b(1 - z/\delta)^m \quad (9)$$

实验表明, 对于三维湍流附面层, 和叶栅端壁附面层, 主流流动采用方程(9)描述, 具有足够准确性<sup>[4]</sup>。为使附面层方程与速度分布模型相适应, 将方程(1)、(2)转换至  $Sn$  坐标系, 可得到

$$d\theta_{ss}/dx - \operatorname{tg} \alpha_e (d\theta_{sn}/dx + (\theta_{ss} - \theta_{nn}) d\alpha_e/dx) + G(2Q_{ss} + \delta_s^*) - Q(2\theta_{sn} + \delta_n^*) = \tau_0 \cos \epsilon_w / (\rho c_{se}^2 \cos^2 \alpha_e) + (D_y \operatorname{tg} \alpha_e + D_x) / c_{se}^2 \quad (10)$$

$$d\theta_{ns}/dx - \operatorname{tg} \alpha_e (d\theta_{nn}/dx + 2\theta_{ns} d\alpha_e/dx) + G(2\theta_{ns} - \operatorname{tg} \alpha_e (\theta_{ss} + \theta_{nn} + \delta_s^*)) + Q(\theta_{ss} + \delta_s^* - \theta_{nn}) = \tau_0 \sin \epsilon_w / (\rho c_{se}^2 \cos \alpha_e) + (D_y - D_x \operatorname{tg} \alpha_e) / c_{se}^2 \quad (11)$$

$$G = dc_{se}/dx / c_{se} \quad (12)$$

$$Q = (dc_{se}/dx \operatorname{tg} \alpha_e + c_{se} d\alpha_e/dx) / c_{se} \quad (13)$$

$$D_y = -D_{y_1} - D_{y_2} \quad (14)$$

$$D_x = -D_{x_1} - D_{x_2} - D_{x_3} \quad (15)$$

在方程(1)、方程(2)和方程(10)、方程(11)中, 各附面层厚度的定义为

$$\delta_x^* = \int_0^{\delta} (1 - c_x/c_{xe}) dz \quad (16)$$

$$\delta_s^* = \int_0^{\delta} (1 - c_s/c_{se}) dz \quad (17)$$

$$\delta_n^* = \int_0^{\delta} -c_n/c_{se} dz \quad (18)$$

$$Q_{xx} = \int_0^{\delta} (1 - c_x/c_{xe}) c_x/c_{xe} dz \quad (19)$$

$$Q_{ss} = \int_0^{\delta} (1 - c_s/c_{se}) c_s/c_{se} dz \quad (20)$$

$$Q_{yz} = \int_0^{\delta} (c_{y\theta} - c_y) / c_{x\theta}^2 c_x dz \quad (21)$$

$$\theta_{nn} = \int_0^{\delta} -(c_n / c_{s\theta})^2 dz \quad (22)$$

$$\theta_{sn} = \int_0^{\delta} (1 - c_s / c_{s\theta}) c_n / c_{s\theta} dz \quad (23)$$

$$\theta_{ns} = \int_0^{\delta} -(c_s c_n) / c_{s\theta}^2 dz \quad (24)$$

其中  $\delta$ 、 $\epsilon_w$ 、 $\tau_0$  分别为附面层厚度, 壁面极限流动角和总的壁面剪应力。方程 (3) 和方程 (6) 是描述附面层内叶片变化的叶片力亏损项, 对多级轴流压气机中可能存在的平衡态起重要作用。

## 1.2 叶片力亏损计算模型

采用附面层积分方程求解时必须给出叶片力亏损的计算模型。文献[1、2、4、5]从不同的研究角度, 提出不相同的力亏损计算模型, 而且各自含有相应的、由实验或经验确定的常数, 即具有一定的经验性。由文献[6]知, 应用不同的端壁附面层计算, 常数的差异相当大。为此, 本文基于文献[5]的实验结果, 采用唯一的叶片力亏损假设

$$D_x = -D_y \operatorname{tg} \beta = -D_y \operatorname{tg} \alpha_e \quad (25)$$

式中  $\beta$ 、 $\alpha_e$  分别为叶片角和无粘流动角。应用方程 (25) 消去方程 (10)、方程 (11) 中的叶片力亏损可得:

$$\begin{aligned} d\theta_{ss} / dx - \operatorname{tg} \alpha_e [d\theta_{sn} / dx + (\theta_{ss} - \theta_{nn}) d\alpha_e / dx] + G(2\theta_{ss} + \delta_s^*) \\ - Q(2\theta_{sn} + \delta_n^*) = \tau_0 \cos \epsilon_w / (\rho \cos^2 \alpha_e) \end{aligned} \quad (26)$$

将方程 (9) 代入方程 (17)、方程 (20), 积分后可得

$$\theta_{ss} = \delta b (1 / (mH) - b / (2m + 1)) \quad (27)$$

$$\delta_s^* = \delta b / (m + 1) \quad (28)$$

由方程 (26) — 方程 (28) 可知, 在横流流动已知条件下, 计算主流流动仅需补充两个关系式即可。

## 1.3 主流流动动量积分求解的补充关系式 Entrainment 方程

$$d(\delta - \delta_s^*) / dx + \operatorname{tg} \alpha_e d\delta_n^* / dx = E / \cos S_e - (\delta - \delta_s^*) / c_{xe} dc_{xe} / dx - \theta \delta_n^* \quad (29)$$

$$\text{式中} \quad E = 0.0306 (H^* - 3)^{0.653} \quad (30)$$

$$H^* = 1.535 (\delta_n^* / \theta_{ss} - 0.7)^{-2.715} + 33 \quad (31)$$

基于文献[4], 壁面剪应力采用 Ludwig-Tillman 半径经验公式

$$c_f = 0.246 (\theta_{ss} c_{s\theta} / \nu)^{-0.268} \operatorname{EXP}(-1.56 \delta_n^* / \theta_{ss}) \quad (32)$$

$$\tau_{0s} = \frac{1}{2} \rho c_{s\theta}^2 c_f \quad (33)$$

## 1.4 横流流动的计算格式

本文采用双层横流速度分布模型。其计算格式如下: 对于内层横流流动, 基于文献[2]沿叶栅通道任一计算站  $i$ , 内层为

$$c_{ni} / c_{si} = \operatorname{tg} \epsilon_{wi} \quad (34)$$

外层则基于二次流动分析<sup>〔1〕、〔3〕</sup>, 得到下列方程

$$d^2cn_i/dz^2 - 12cn_i/s'^2 = -d\omega_s/dz \quad (35)$$

考虑到沿叶栅通道无粘流动的轴向速度变化, 由文献〔6〕可知, 对于任两个沿叶栅通道的连续计算站  $i, i+1$ , 有

$$\begin{aligned} \omega_{s_{i+1}} = & c_{xe_{i+1}}/c_{xe_i} \cos\alpha_{e_i}/\cos\alpha_{e_{i+1}} \omega_{s_i} + \omega_{n_i}' (\cos\alpha_{e_i} \cos\alpha_{e_{i+1}}) \\ & \times [(0.5 \sin 2\alpha_{e_{i+1}} - c_{xe_{i+1}} \sin 2\alpha_{e_i} / 2c_{xe_i}) + (\alpha_{e_{i+1}} - \alpha_{e_i}) (c_{xe_{i+1}} / \\ & c_{xe_i} \operatorname{tg}\alpha_{e_{i+1}} - \operatorname{tg}\alpha_{e_i}) / (\operatorname{tg}\alpha_{e_{i+1}} - \operatorname{tg}\alpha_{e_i})] \end{aligned} \quad (36)$$

式中的  $\omega_s$ 、 $\omega_n$  分别为沿流线  $s$  及垂直于流线  $n$  方向的二次流涡量。将方程 (36) 代入方程 (35) 并采用差分格式计算方法, 结合方程 (34), 沿叶栅通道逐站求得横向速度  $cn$  及其梯度  $dc_n/dz$ 。将已求得的横流速度分布代入方程 (26)、(29), 并利用方程 (27)、方程 (28)、方程 (32) 和方程 (33) 则可得求解附面层主流流动的动量积分方程组。本文采用 Runge-Kutta 方法求解该方程组。将经过微分法和积分法分别求得的横流参数和主流参数代入方程 (11), 得到切向叶片力亏损  $D_y$ , 并利用方程 (25) 求得轴向叶片力亏损  $D_x$ 。

## 2 算例及结果分析

为检验本文所建立的附面层主流流动积分计算和横流流动微分计算交替进行的新方法的可行性和可靠性, 将上述方法用于两种高负荷、且工作条件苛刻的压气机叶栅的预测。

图 2~图 5 示出用本方法预测文献〔5〕的实验叶栅 B 的附面层  $\delta_i^*$ 、 $\delta_s^*$ 、 $\theta_{s,s}$ 、 $\delta_n^*$  沿叶弦发展的结果。与实验值对比表明, 二者吻合较好; 图中也给出用文献〔5〕的平行叶片力亏损模型的预测结果, 与实验值比较表明、预测值与实验值偏差较大, 且  $\delta_n^*$  预测值的变化趋势也不好。

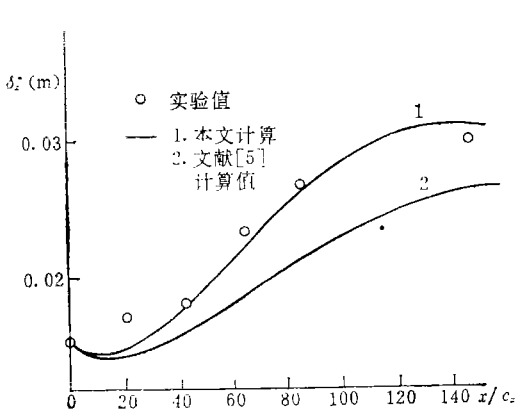


图 2 附面层位移厚度  $\delta_i^*$  沿叶弦发展

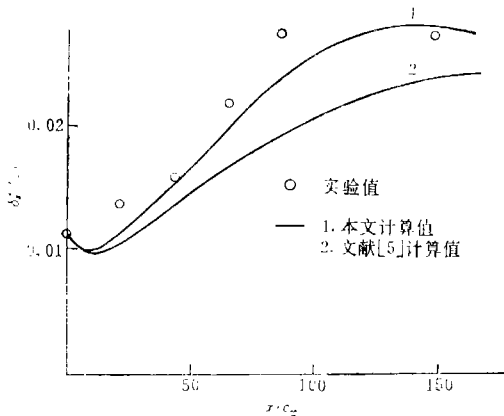


图 3 附面层位移厚度  $\delta_s^*$  沿叶弦发展

图 6 (a)~图 6 (c) 分别示出本方法所预测的沿叶弦三个位置处的横流速度发展结果。与实验值对比表明, 发现所预测出的 S 形横流分布与实验值一致性较好, 从而改变文献〔5〕横流流动模型方程对 S 形横流分布的预测无能为力状况。由此可见, 本文的横流双层分布计算格式具有较明显的优越性。图 7 (a) 和 7 (b) 分别为采用方程 (9) 预测

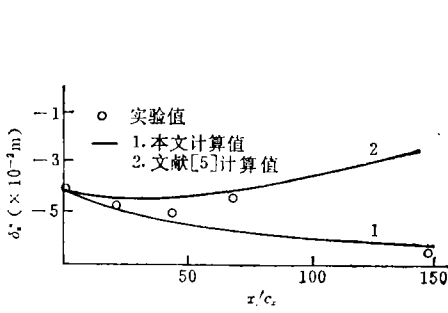


图 4 附面层位移厚度  $\delta_s^*$  沿叶弦发展

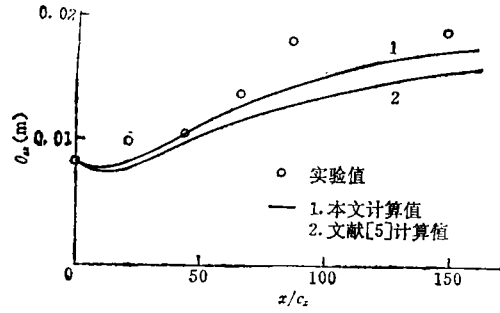


图 5 附面层动量厚度  $\theta_{ss}$  沿叶弦发展

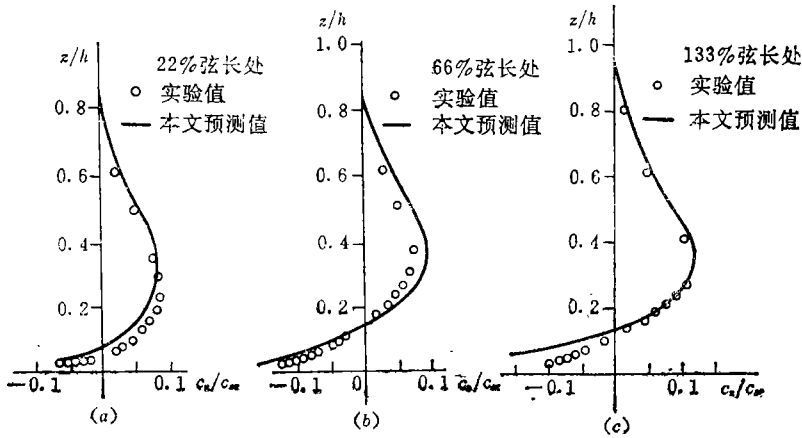


图 6 沿叶弦三个轴向位置处横流速度分布

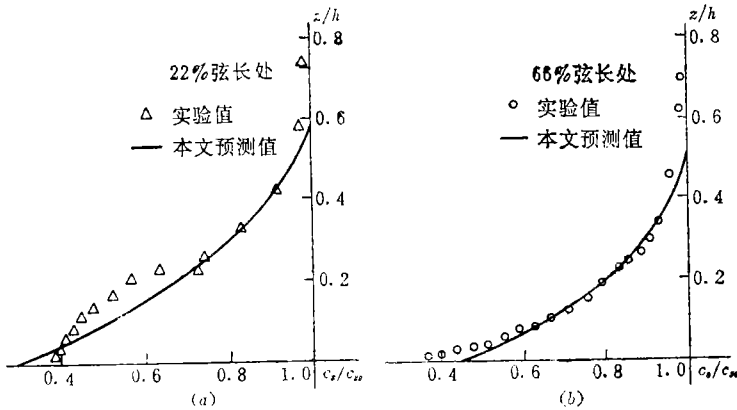


图 7 沿叶栅两个轴向位置处主流速度分布

的两个弦向位置上的主流速度分布，与实验值的一致性也较好。图 8 示出用本文方法所预测的叶片力亏损的结果及其与实验值的对比。图中也绘出用文献〔5〕的平行叶片力亏损模型的预测值。由此可见，本文的预测值比文献〔5〕有较大改进。预测和实验的结果均表明， $D_x$  为正， $D_y$  为负且它们的绝对值从前缘开始迅速减小直至尾缘附近趋近于零。图 9 ~ 图 11 示出本方法预测的文献〔7〕的端壁附面层  $\delta_s^*$ ， $\theta_{ss}$ ， $\delta_s^*$  沿弦向变化。由图可见，

本方法的预测值与实验值吻合较好，而文献〔5〕的预测值，不论在变化趋势和量上，均与实验值存在着较大偏差。图 12 示出本方法所预测的沿叶弦 4 个位置处主流及横流的速度分布。由图可见，主流速度分布与实验值符合较好，这表明本法主流速度模型方程(9)的合理性和可使用性。实验还表明，在本算例的叶栅进、出口横流流动分布呈反向，亦即附面层流动由进口的欠偏转态发展至出口的高度过偏转态。本文的横流微分算法也给出合理的预测值。图 13 示出本法所预测的  $D_x$  和  $D_y$  值，由图可见， $D_x$  仍为正， $D_y$  也仍为负，但从叶栅前缘至尾缘的  $D_x$ 、 $D_y$  都呈现剧烈变化：在前缘附近， $D_x$  和  $D_y$  的绝对值逐渐增加，随后又呈波动态变化；在尾缘附近， $D_x$  和  $D_y$  的值甚至超过了前缘处的值。这些结果，与文献〔5〕的  $D_x$ 、 $D_y$  预测值相比，差异明显，与图 8 的结果相比也显著不同。

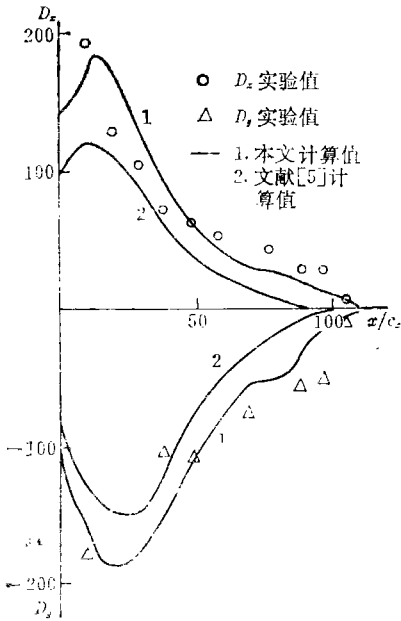


图 8 叶片力亏损沿叶弦发展

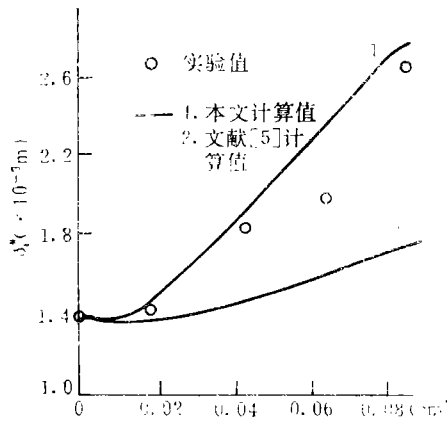


图 9 附面层位移厚度  $\delta_*^+$  沿叶弦发展

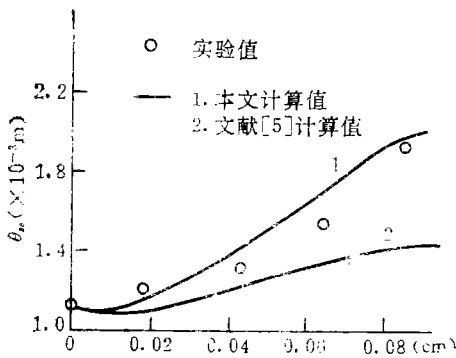


图 10 附面层动量厚度  $\theta_{*}$  沿叶弦发展

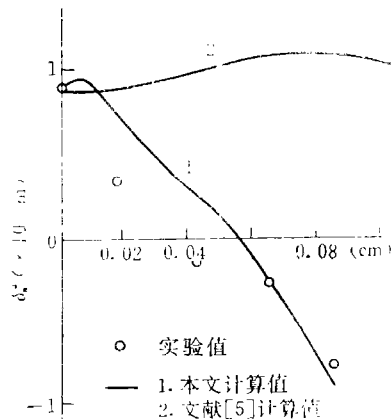


图 11 附面层位移厚度  $\delta_*^+$  沿叶弦发展

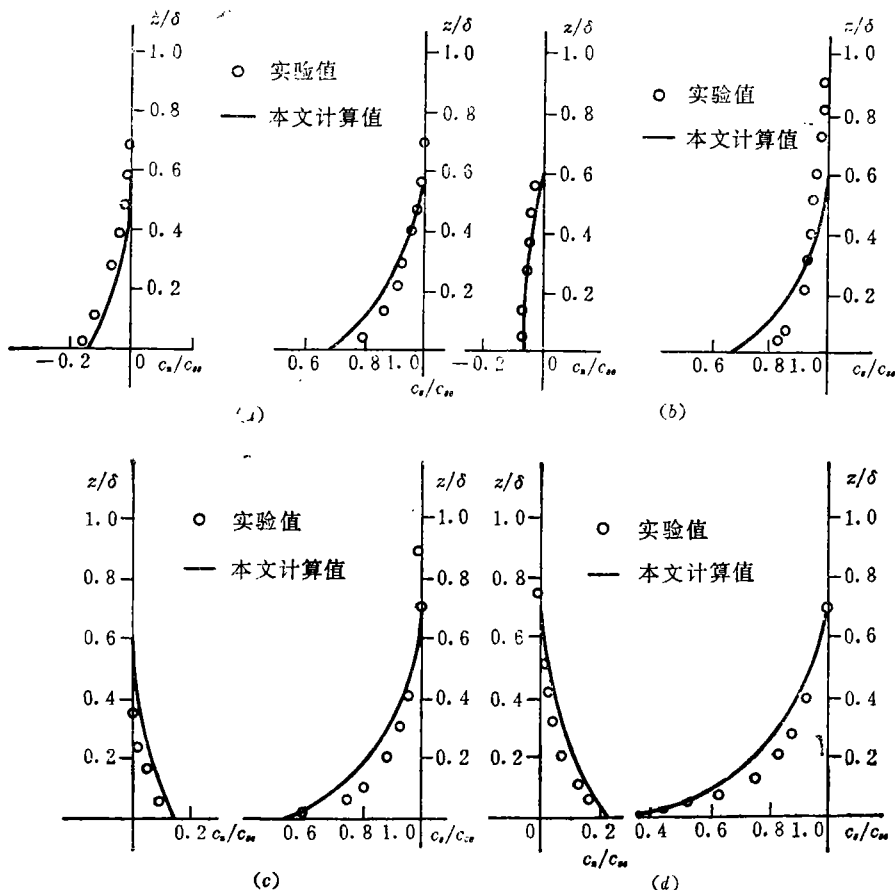


图 12 叶栅进口—出口四个弦向位置上的主流和横流速度分布

其原因是端壁附面层的叶片力亏损与附面层发展的偏转性质直接有关，并随着附面层流动过偏转程度的增加， $D_y$  值由正变负，相应的  $D_x$  值也逐渐增加。对于本文的算例 1，其端壁附面层由上游远前方的平行态发展至进口的高度过偏转态，在进入叶栅后，过偏转的增加变缓慢；而对于算例 2，其端壁附面层，上游由远前方的高度欠偏转态发展至进口，其欠偏转程度迅速减弱，在进入叶栅后，迅速发展成过偏转，直至尾缘附近，成为高度过偏转态。因此，两种叶栅沿叶弦的叶片力亏损变化趋势和量级上存在差异是明显的。

此外，两个算例中，由实验和理论分析所得到的基于进口动压头的最大无量纲叶片力亏损分别达 0.17 和 0.08。然而，对该两算例，本方法计算得出的湍流附面层的壁面剪应力系数，其最大值仅分别达到 0.008 和 0.005。经对比表明，壁面摩擦远低于叶片力亏损的绝对值，这与文献〔5〕的结论相符。

### 3 结 论

(1) 采用本文新方法不仅能较准确地预测叶栅端壁附面层的发展，而且所预测的叶片力亏损值与实验值的一致性较好。

(2) 采用双层横流分布模型，和将微分计算方法用于预测叶栅端壁附面层横流流



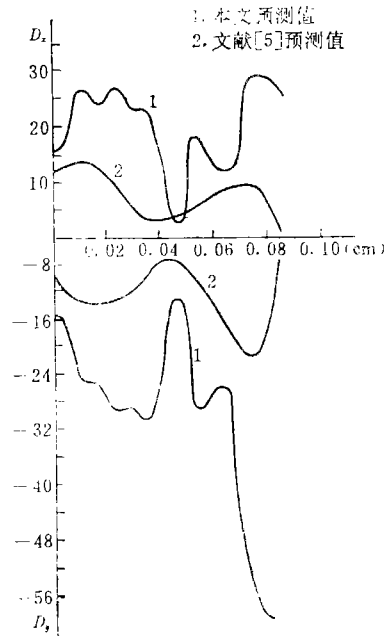


图 13 叶片力亏损沿叶弦发展

动, 其效果较好, 它不仅自动预测叶栅通道端壁附面层横流流动的发展, 而且对复杂的 S 形横流也能给出满意的预测结果。

(3) 直接采用数值计算方法来预测叶片力亏损, 明显地减少叶片力亏损模型的经验性, 也相应地提高了预测的准确性。

(4) 对两种高负荷且工作条件苛刻的压气机叶栅实例, 进行端壁附面层的理论预测, 经与实验结果对比表明, 沿叶弦的叶片力亏损变化剧烈, 且  $D_x$  为正,  $D_y$  为负, 从而也表明文献〔1〕的直接跨越叶排计算方法和文献〔5〕的平行力亏损模型显得欠妥。

(5) 预测及实验结果均表明, 在轴流压气机叶栅通道内部, 端壁面摩擦阻远低于叶片力亏损绝对值, 因此, 在进行这类计算中, 叶片力亏损起主要作用, 应予以重视。

### 参 考 文 献

- 1 Mellor G L, Wood G M. An Axial Compressor End-Wall Boundary Layer Theory. ASME paper No. 76-GT-80, 1970
- 2 Horlock J H, Perkins H J. Annulus Wall Boundary Layer in Turbomachines. AGARD AG 185 1974
- 3 Bardon M F. Secondary Flow Effects on Gas Exit Angles in Rectilinear Cascades, ASME Paper No. 74-GT-69, 1974.
- 4 DeRuyck J. An Axial Compressor End-Wall Boundary Layer Calculation Method. ASME Journal of Engineering for Power, 1979; 101: (2)233~249
- 5 Papailiou K. Secondary Flow in Compressor Bladings. ASME Journal of Engineering for Power, 1977; 211~224
- 6 Marsh H. Secondary Flow in Cascades-The Effect of Compressibility. A. R. C. R&M. No. 3778
- 7 Moore R W, Richardson D L. Skewed Boundary Layer Flow near the End-Walls of a Compressor Cascade. ASME Paper No. 56-A-131, 1958