

# 有限体积时间推进法在跨音速扩压器 湍流流场中的应用

张书城 黄熙君

(北京航空航天大学2所, 北京, 100083)

## A TIME MARCHING METHOD IN FINITE VOLUME FOR TRANSONIC DIFFUSER TURBULENT FLOWS

Zhang Shu-cheng, Huang Xi-jun

(Second Institute of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing, 100083)

**摘要** 本文提出了一种有限体积时间推进法, 将其应用于均化 N-S 方程的求解, 模拟跨音扩压器的湍流流场, 并采用空间变时间步长和多重网格技术加快收敛速度。计算结果与有关文献的实验数据吻合良好。

**关键词** 进气道, 跨音扩压器, 数值模拟

**Abstract** A time marching method in finite volume is presented and applied to time dependent, Reynolds averaged Navier-Stokes equations for transonic diffuser turbulent flows. A two-layers algebraic turbulent model, proposed by Baldwin-Lomax is used for the eddy viscosity function  $\mu_t$ . An explicit, two steps time marching method is presented. In the predicting step downwind difference is used in the streamwise direction and central difference in the transverse direction. In the correcting step upwind difference in the streamwise direction and central difference in the transverse direction are applied. The method is first order in time and second order in space. An artificial viscosity or smooth factors are needed to inhibit the numerical oscillation. The uneven time steps and multi-grid techniques are used to accelerate the convergence. The results of the calculation are in good agreement with experiments.

**Key words** inlet, transonic diffuser, numerical simulation

## 0 前 言

高性能超音速飞机的设计, 要求精确地预估飞机的空气动力特性和推进系统的性能。其中超音进气道扩压器的跨音流场的研究是这一问题的重要方面, 如图1所示, 扩压器跨音流场复杂, 存在激波、激波/附面层相互作用、波后气流分离以及激波的自激振荡。激

1990年4月16日收到, 1991年6月10日收到修改稿

波的位置和形状则将决定进气道扩压器流场的品质和稳定性。风洞实验和数值模拟是二种研究扩压器流场的方法。风洞实验由于受到模型复杂性、试验费用、测试手段等因素的限制而影响其研究周期；为此需发展数值模拟方法，正确预估跨音扩压器流场和性能。

本文提出一种二阶精度的显式有限体积时间推进法，求解非定常二维可压均化 N-S 方程，引入 Baldwin-Lomax<sup>[1]</sup> 的双层代数湍流模型，采用光滑因子抑制数值计算的振荡。通过实例：计算结果与实验数据吻合良好，可为进一步发展激波诱导分离的非定常流场和三维跨音扩压器湍流场的数值模拟提供基础。

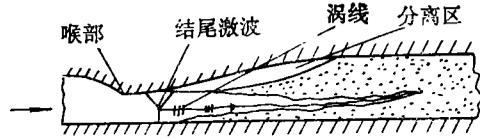


图 1 跨音扩压器流场示意图

### 1 控制方程及涡粘湍流模型

非定常二维可压均化 N-S 方程的守恒形式为

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

假定空气的有效 Prandtl 数为 1.0，且壁面绝热，则在来流均匀总焓条件下，可以用总焓等于常数来代替能量方程。因此，上式中

$$\begin{aligned} U &= (\rho, \rho v_x, \rho v_y) \\ F &= (\rho v_x, \rho v_x^2 + p - \tau_{xx}, \rho v_x v_y - \tau_{yx}) \\ G &= (\rho v_y, \rho v_y v_x - \tau_{xy}, \rho v_y^2 + p - \tau_{yy}) \end{aligned}$$

其中

$$\tau_{xx} = (\mu + \mu_T) \left( 4 \frac{\partial v_x}{\partial x} - 2 \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) / 3 \tag{2}$$

$$\tau_{yy} = (\mu + \mu_T) \left( 4 \frac{\partial v_y}{\partial y} - 2 \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) / 3 \tag{2.2}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = (\mu + \mu_T) \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \tag{2.3}$$

方程 (2) 中， $\mu$  值由 Sutherland 公式给出

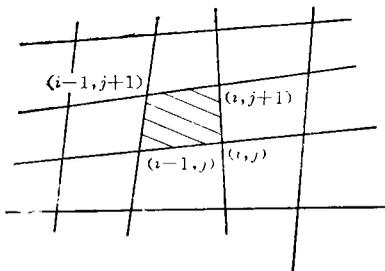


图 2 微元控制体

$$\mu = \mu_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T + S} \tag{3}$$

式中  $T_0 = 273.1\text{K}$ ,  $\mu_0 = 1.716 \times 10^{-5} \text{Pa}\cdot\text{s}$ ,  $S = 110.6\text{K}$ 。

$\mu_T$  由湍流模型方程计算得出，本文采用 Baldwin-Lomax<sup>[1]</sup> 提出的代数湍流模型计算湍流粘性系数。

方程组 (1) 可在物理平面内直接求解，如图 2 是物理平面内计算网格的微元控制体  $\Delta V$ ，本文计算将流场参数直接定义在网

格结点。在微元控制体  $\Delta V$  内, 对均化 N-S 方程组 (1) 取积分, 得

$$\Delta U = -\frac{\Delta t}{\Delta V} \sum (F ds_x + G ds_y) \quad (4)$$

这里,  $\Delta U = (\Delta \rho, \Delta(\rho v_x), \Delta(\rho v_y))$ ,  $\Delta V$  是微元控制体体积,  $\Delta t$  是时间步长。

方程 (4) 与上述各方程联立, 组成封闭方程组, 引入初始以及边界条件并应用适当的计算格式迭代求解。

## 2 计算格式

根据流场的特性, 本文提出一种显式二步有限体积时间推进法, 在预测步, 流向差分采用一侧后差格式, 纵向采用中心差分格式; 在校正步, 则流向采用一侧前差格式, 纵向仍然采用中心差分格式, 其表示式为:

预测步

$$\bar{U}_{i,j}^{n+1/2} = U_{i,j}^n + \frac{1}{2} (\Delta U_{i,j}^n + \Delta U_{i,j-1}^n) \quad (5.1)$$

校正步

$$U_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{2} (U_{i,j}^n + \bar{U}_{i,j}^{n+1/2}) + \frac{1}{4} (\Delta \bar{U}_{i-1,j}^n + \Delta \bar{U}_{i-1,j-1}^n) \quad (5.2)$$

该方法是时间一阶精度、空间二阶精度的计算格式。计算中还引入人工粘性以抑制数值的空间脉动, 保证数值计算的稳定性。

## 3 时间步长

显式格式时间推进法的时间步长受到稳定性的限制, 由稳定性分析得出

$$\Delta t \leq \min \left( \frac{\Delta x}{|v_x| + a + \frac{3\mu}{\zeta \Delta x}}, \frac{\Delta y}{|v_y| + a + \frac{3\mu}{\zeta \Delta y}} \right)$$

一般,  $\frac{3\mu}{\zeta \Delta x}, \frac{3\mu}{\zeta \Delta y} \ll 1.0$ , 因之在实际计算中可取

$$\Delta t = 0.9 \min \left( \frac{\Delta x}{|v_x| + a}, \frac{\Delta y}{|v_y| + a} \right)$$

在粘性湍流流场计算中, 网格密度变化较大, 如采用空间均匀时间步长, 收敛速度慢, 甚至可能因时间步长过小而难于取得收敛解, 为此, 我们采用空间变时间步长的方法, 以提高收敛速度。

## 4 多重网格

与无粘欧拉解相比, 粘性湍流的求解需较密的计算网格, 将使收敛速度减小, 而计算量大为增加。因此, 提高收敛速度成为求解 N-S 方程的重要问题。除空间变时间步长措施外, 多重网格技术是提高收敛速度的另一个有效方法。

本文采用了 Denton 的多重网格法<sup>[2]</sup>。将细网格分成多重网格群 (即粗网格)。在对细网格求流场变化量时, 对每一粗网格内的细网格微元的流场变化量取平均, 并乘以粗网

格与粗网格的时间步长比,然后与细网格微元的流场变化量相加,以此作为该时间步长内的 $\Delta U$ ,达到加速收敛的目的。Denton的多重网格法的主要优点是,可在几乎不增加计算量的情况下,提高收敛速度,且易于实现。通常选用三重网格的效果最佳,一般三重网格的收敛速度约为原始网格收敛速度的3倍。

## 5 结果与分析

文献[3][4]给出了进气道扩压器的几何参数和实验结果,其几何参数如图3所示,具有较长的扩压段和等截面出口部分,保证了出口流场静压的均匀性。该模型当结尾激波前马赫数低于1.27时,扩压流场是稳定的、无分离跨音湍流场;而当结尾激波前马赫数高于1.28情况下,激波诱导分离,流场成为激波振荡的非稳定跨音分离流动。

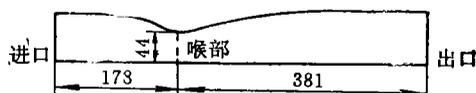


图3 扩压器模型几何尺寸



图4 网格分布

计算采用图4所表示的网格,此网格流向共有61条截线,在 $x/H=1.5564\sim 2.2164$ 之间的11条截线间距为 $\Delta x/H=0.065$ ,在其上、下游各25条截线按幂次为1.08和1.095的指数分布;纵向共有31条拟流线,在上、下壁分别按幂次为1.3的指数分布。当给定来流总温 $T_0=300\text{K}$ ,总压 $p_0=102170\text{N/m}^2$ 流角 $\alpha=0^\circ$ 以及出口静压 $P_2=82452\text{N/m}^2$ (即 $P_2/P_0=0.807$ )时,得到的计算结果如图5至图9所示。

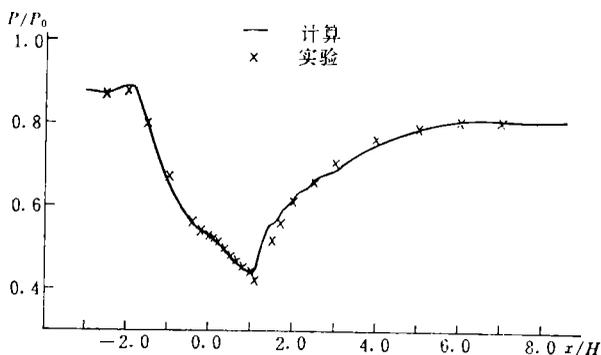


图5 上壁压力分布的比较 ( $P_2/P_0=0.807$ )

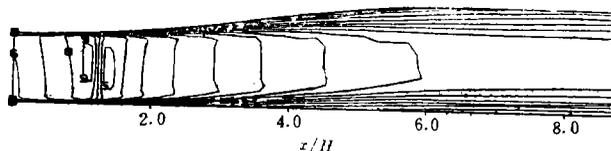


图6 扩压器内的马赫数分布

图5是上壁压力分布与实验结果<sup>[3]</sup>的比较,吻合程度良好。图5的压力分布和图6的

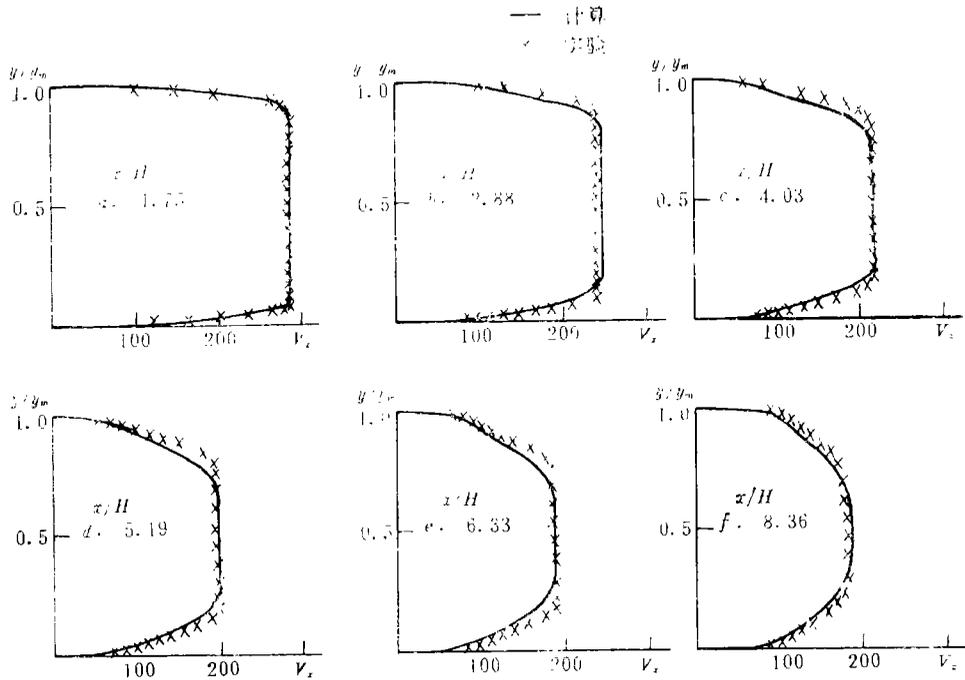


图7 各截面内轴向速度分布的比较

马赫数分布显示, 约在  $x/H=1.4$  处, 存在有波前马赫数为 1.18 的结尾正激波, 与文献 [3] 中实验结果结尾正激波位置约在  $x/H=1.43$ , 波前马赫数为 1.19 是相当接近的。图 7 是 6 个不同截面处  $x$  方向速度分量的分布, 除了上、下壁附近的计算值略低于实验值外, 计算与实验结果吻合良好。由图 7 可见, 在  $x/H=4\sim 6.5$  之间, 上壁附近是低能区, 流场最可能在该处分离。图 8 是速度的最大相对残差的收敛过程。

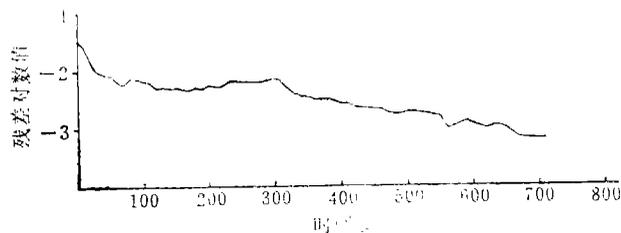


图8 残差收敛过程

此算例基于扩压器喉道宽度的雷诺数为  $4.72 \times 10^5$ , 计算时间为每时间步每网格点需 IBM4341 CPU  $1.3 \times 10^{-3}$ s。实例计算表明: 本文所提出的计算方法是正确的, 可应用于扩压器跨音湍流流场的数值模拟计算。

### 参 考 文 献

- 1 Baldwin B, Lomax H. Thin-Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows, AIAA 78-257, 1978

- 2 Denton J D. An Improved Time Marching Method for Turbomachinery Flow Calculation, ASME 82-GT-239, 1982
- 3 Bogar T J, Sajben M, Krontil J C. Characteristic Frequency and Length Scales in Transonic Diffuser Flow Oscillations, AIAA 81-1291, 1981
- 4 Salmon J T, Bogar T J, Sajben M. Laser Velocimeter Measurements in Unsteady, Separated Transonic Diffuser Flows, AIAA 81-1197, 1981