

【理论与探索】

开放式三维 T 靶数学模型建立及解析算法*

黄克平, 应浩, 黄婷, 张亚

(南京模拟技术研究所, 南京 210016)

摘要: 建立一种基于超声测量法的开放式 T 靶的数学模型. 弹丸在空气中飞行时产生声波, 利用超声传感器测出 T 型阵列传感器接收到声波时的相对时间差, 通过建立相应 T 靶的数学解算模型可求出弹丸穿过靶面的精确位置以实现弹丸的自动定位. 分析了影响定位精度的诸因素及提高定位精度的办法.

关键词: 超声传感器; T 靶; 声学定位; 弹着点

中图分类号: TP274.5; TP206.1

文献标识码: A

文章编号: 1006-0707(2008)05-0124-03

声学报靶是目前国际上较流行的一种自动报靶方式, 广泛应用于武器测量、公安、武警、部队的射击训练、体育比赛等场合, 澳大利亚和瑞士的有关公司都有相应产品. T 靶是在弹道的下方布置一个 T 型结构的传感器阵列, 根据检测弹丸在空气中飞行时产生的声波来实现自动定位. 高速飞行的弹丸与空气摩擦产生一系列的声波, 频率范围覆盖次声、可听声和超声, 测量声波到达靶面下设置的传感器的时间差通过相应数学模型即可确定其弹丸穿过靶面的位置, 传感器的布阵方式不同, 其建立的数学模型也就不同. 本研究通过 T 型布置的传感器阵列, 阐述其数学模型的建立过程和求解方法, 并对其误差的来源和控制方法进行分析.

1 基本测量原理

当弹丸在空气中飞行时, 弹丸的表面和空气摩擦产生声波. 由声学理论可知一个固定声源的声辐射的每一个波阵面以声速 C 行进, 形成以固定声源为中心的一系列同心波阵面(在三维空间是球形). 弹丸在空气中运动时, 相当于一个运动的声源, 当弹丸的运动速度大于当地音速时, 弹丸产生的声波在空中形成一个圆锥体, 如图 1 所示.

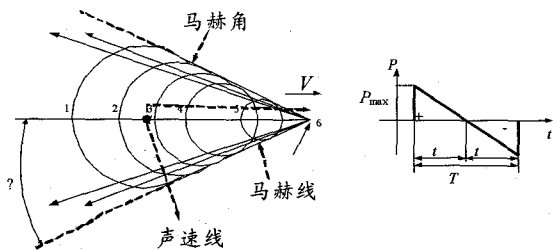


图 1 弹丸在空中飞行及产生的 N 波

圆锥的顶点伴随着弹丸一起运动, 当声源运动速度是音速的 2 倍时, 其圆锥半角为 30° , 在弹道线周围放置压力传感器感受的空气压力变化呈“N”状, 又称 N 波, 如图 1 所示. 超音速弹丸在飞行弹道上的每一点都可以看成是点声源, 弹道上各点声源扩散后, 组合形成圆锥体. 根据这一理论我们分析 T 型布阵的开放式三维精度定位靶的数学模型的建立过程^[1-2].

设在弹道线的周围有一点 B (为放置传感器的位置), 离弹道线的直线距离为 d , 当弹丸的飞行速度 $V > C$ 时, 可以证明: 在弹道线上存在一点 M , 其产生的声波传到 B 点所需要的时间与弹丸飞行到靶面所需时间和在靶面上所产生的声波传到 B 点所花费的时间之和相等, 如图 2 所示.

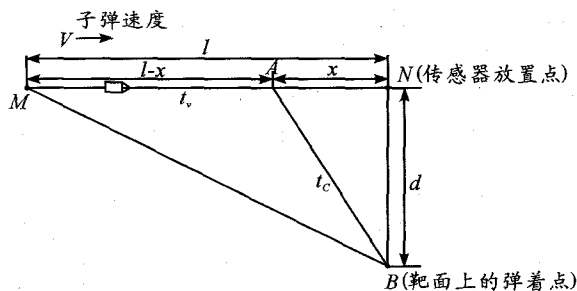


图 2 弹道模型

根据图 2 可以建立方程:

$$\frac{\sqrt{d^2 + l^2}}{C} = \frac{l}{V} + \frac{d}{C}$$

式中: V 为弹丸飞行的速度; C 为当地声速.

求解可得: $l = \frac{2CdV}{V^2 - C^2}$

由上式可见: 当 $V > C$ (超音速弹丸), d 一定, C 一定时, l 就能确定.

* 收稿日期: 2008-05-05

作者简介: 黄克平 (1962—), 男, 江苏南京人, 高级工程师, 主要从事弱信号检测及应用研究; 应浩 (1981—), 男, 安徽界首人, 硕士, 主要从事自动控制及单片机方面的研究.

另外我们可推导出在弹道上存在另一点A,其产生的声波到达B点的时间为最小,即B点收到声波最早的时刻所对应的弹丸在弹道上的位置点A,根据图示可得到:

$$t = t'_C + t_V = \frac{\sqrt{x^2 + d^2}}{C} + \frac{(l-x)}{V}$$

为得到t的极小值点,根据数学分析可知:可求出t对x的一阶导数,当一阶导数等于零时,其对应的t为极值点,即:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{d\left(\frac{l}{V} - \frac{x}{V} + \frac{1}{C}\sqrt{x^2 + d^2}\right)}{dx} =$$

$$-\frac{1}{V} + \frac{x}{C\sqrt{x^2 + d^2}} = 0$$

求解上列方程,可得出:

$$x_{\min} = \frac{C \cdot d}{\sqrt{V^2 - C^2}}$$

则弹丸从最小值点产生的声波到达传感器的时间为:

$$t_{\min} = \frac{\sqrt{d^2 + x_{\min}^2}}{C}$$

由上式可知:当C一定,d一定,V一定时,传感器B所接收到信号的开始时刻对应的弹丸在弹道上的位置也就确定.传感器最早接收声波的时刻也就确定,且由上式可计算出.

2 数学模型的建立

在建立T型靶的数学模型之前,先建立如图3所示的直角坐标系,在一个垂直平面(靶面)下布置T型结构的传感器阵列,如图3所示.

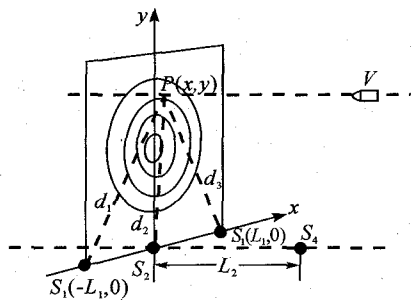


图3 T型靶布局

S_1, S_2, S_3, S_4 为超声测量传感器, S_1, S_2, S_3 布置在一条直线上,设为X轴,其方向如图所示,间距为 L_1 , S_4 布置在垂直于X轴的方向且通过 S_2 点, S_2, S_4 的距离为 L_2 ,在靶平面上通过 S_2 点与X轴垂直的轴定为Y轴,其正方向如图3所示.

为方便公式推导,先提出如下假设条件:

- 1) 弹丸飞行路线(弹道)与靶面垂直(弹丸垂直入射);
- 2) 弹丸在靶面前的一段飞行行为匀速运动,速度为V,且 $V > C$ (超音速飞行);
- 3) 弹丸所产生的声波在当地的传播速度为C;
- 4) 声场为一均匀声场,弹丸在入射靶面前的一段飞行

近似为直线运动.

由上面坐标系可建立方程:

$$\frac{\sqrt{d_1^2 + x_{1\min}^2}}{C} - \frac{\sqrt{d_2^2 + x_{2\min}^2}}{C} = \Delta T_1 + \frac{x_{1\min} - x_{2\min}}{V}$$

$$\frac{\sqrt{d_2^2 + x_{2\min}^2}}{C} - \frac{\sqrt{d_3^2 + x_{3\min}^2}}{C} = \Delta T_2 + \frac{x_{2\min} - x_{3\min}}{V}$$

式中: $x_{1\min} = \frac{C}{\sqrt{V^2 - C^2}} \cdot d_1$, $x_{2\min} = \frac{C}{\sqrt{V^2 - C^2}} \cdot d_2$, $x_{3\min} = \frac{C}{\sqrt{V^2 - C^2}} \cdot d_3$,分别为传感器 S_1, S_2, S_3 所接收的声波对应的弹道线上的位置极小值点;

$d_1 = \sqrt{(-L_1 - x)^2 + y^2}$, $d_2 = \sqrt{x^2 + y^2}$, $d_3 = \sqrt{(L_1 - x)^2 + y^2}$,分别为弹着点 $P(x, y)$ 到传感器 S_1, S_2, S_3 的直线距离.

式中,子弹的飞行速度为 $V = \frac{L_2}{\Delta T_3}$;当地音速为 $C = 331.4 + 0.61 \times \Delta T$, $\Delta T_1, \Delta T_2, \Delta T_3$ 分别为传感器 S_1 与 S_2, S_2 与 S_3, S_3 与 S_4 所测出弹丸信号的时间差.

由上可得出:

$$d_1 - d_2 = \frac{\Delta T_1 \times V \times C}{\sqrt{V^2 - C^2}} = A_1 (\text{常数})$$

$$d_2 - d_3 = \frac{\Delta T_2 \times V \times C}{\sqrt{V^2 - C^2}} = B_1 (\text{常数})$$

$$\text{所以} \begin{cases} \sqrt{(-L_1 - x)^2 + y^2} - \sqrt{x^2 + y^2} = A_1 \\ \sqrt{x^2 + y^2} - \sqrt{(L_1 - x)^2 + y^2} = B_1 \end{cases}$$

由解析法可求出:

$$x = \frac{B_1 \cdot A_1^2 + A_1 \cdot B_1^2 - L_1^2 \cdot B_1 - A_1 \cdot L_2^2}{2(B_1 \cdot L_1 - L_1 \cdot A_1)}$$

$$y = \pm \sqrt{\left(\frac{L_2^2 + 2L_1 x - A_2^2}{2A_1}\right)^2 - x^2} (y \text{ 为负值时舍去})$$

由此可解出 x, y 的唯一解,即确定了弹着点的位置.

3 基本误差分析

由上面推导可知:当满足假设条件时,由于数学模型本身对定位精度不产生误差,定位精度能够保证足够高.由于靶场的条件受场地约束,条件1)弹丸入射不垂直于靶面,即弹道线和靶平面不垂直时,就会出现定位误差,这时需对定位公式进行修正.另外,在开放式T靶定位系统中,由于声波传播的介质是大气,当大气中有风时,声波的传播就不是在均匀介质中进行的,这也会使定位误差变大.关于这2方面的误差修正,由于篇幅关系,将另文对其进行具体分析.

在以上推导中,我们认为弹头产生的声波是以恒速度传播的,在实际工程中,这一假设是有疑问的.因为声速在弹头波的近场和远场不是恒值.大气中声速为压力、密度、比热容比的函数.由于超音速弹丸对大气的扰动,使弹丸附近的气体压力、密度都发生了变化,则声速在近场和远场也不相同.在这种情况下,弹头波的传播速度就随传感

器离弹着点的距离而变,弹着点的位置是随机的,就导致了弹丸位置定位的随机误差。

随着传感器离弹着点的距离的远近不同,弹头波的周期是不同的,也会引起测时电路的误差,导致定位的误差。

传感器的空间灵敏度指向特性不一致,也会导致测时的随机误差。大多数传感器的灵敏度随角度而变,弹着点的随机分布,使得传感器的接收信号大小不一,导致测时误差。

传感器的机械安装位置的误差也会导致定位的误差。在实际工程应用中,要严格控制各种误差,使得定位精度提高。

在使用运动靶时,当靶子的运动速度与音速相比不能忽略时,也要加以修正,否则会导致定位精度的下降。

以上分析了影响定位精度的各种因素,只有严格控制各个环节的误差,才能使最终定位误差下降^[3-5]。

4 结束语

根据所建立的数学模型,在室内靶场测试时,在轻武器射击靶的有效区域内定位精度达到了5 mm以内,在8、

9、10环内,定位精度达到了3 mm以内,经多次测试,效果稳定,数据正确,证明以上推导的过程是完全正确的。在实际应用过程中,如在野外使用则需加上风速修正,如弹道线和检测靶面不垂直时则需加上斜射修正,这样才能达到更好的使用效果。国外的T靶产品在实际使用时要求校正弹道线与测试靶面的垂直度,以保证较好的测试精度。

参考文献:

- [1] 肖峰,李惠昌.声,武器和测量[M].北京:国防工业出版社,2002.
- [2] 袁易全.近代超声原理与应用[M].南京:南京大学出版社,1996.
- [3] 张飞猛,马春茂.对空射击声学靶脱靶量测试系统的精度分析[J].兵工学报,2000(1):24.
- [4] 张军.自动报靶系统的研究进展[J].激光与红外,2006(12):1152.
- [5] 张飞猛,焦军.火炮对空射击声靶的信号检测特性和传感器性能分析[J].传感技术学报,2004(3):501.

(上接第105页)的有效期。分包报价的有效期,应当比业主规定的投标报价有效期适当长一些,以规避物价上涨的风险。没有明确有效期的报价,更容易被分包商找到要求调价的借口。

3.7 有条件的降价

国际招标中,有一些项目的招标文件,写明允许投标人另行提出自己的建议。有经验的承包商除了按原招标文件如实填报标价外,常在投标致函中提出某些颇有吸引力的建议,并作相应的降价。当然,这些建议不是要求业主降低某技术要求和标准,而应当是改进工艺流程或工艺方法,也可以是提高产品质量和降低生产成本等。应当注意,提出这些建议时,可以同时列出降价数字,但不宜将建议内容写得十分具体,否则,业主可能将你的建议提交给最低报价人研究,并要求该潜在得标者进一步再降其标价。这样,你的建议等于免费提供给了你的竞争对手。

3.8 无利润算标

这种办法一般是处于以下条件时采用:

1) 有可能在得标后,将大部分工程分包给索价较低的一些分包商;

2) 对于分期建设的项目,先以低价获得首期工程,而

后赢得机会创造第二期工程中的竞争优势,并在以后的实施中赚得利润;

3) 较长时期内,承包商没有在建的工程项目,如果再不得标,就难以维持生存。因此,虽然本工程无利可图,只要能有一定的管理费维持公司的日常运转,就可设法度过暂时困难,以图将来东山再起。

总之,国际工程投标须考虑承包商自身的条件及多种外在综合因素,并掌握一定的技巧,只有这样,才能获取项目,挣得利润并规避风险,才能更好地实施走出去战略,为企业争取更广阔的经济环境。

参考文献:

- [1] 何伯森.国际工程合同管理[M].北京:中国建筑工业出版社,2005.
- [2] 汤礼智.国际工程承包实务[M].北京:中国对外经济贸易出版社,1993.
- [3] 雷胜强.国际工程风险管理与保险[M].北京:中国建筑工业出版社,1996.