

# 机翼/外挂系统的颤振主动抑制研究

沈阳飞机公司 曹奇凯 北京航空航天大学 陈桂彬

## A STUDY OF ACTIVE FLUTTER SUPPRESSION FOR A WING/STORE SYSTEM

*Shenyang Aircraft Company*

Cao Qikai

*Beijing University of Aeronautics and Astronautics*

Chen Guibin

**摘 要** 本文对颤振主动抑制控制律进行了研究。研究对象为一小展弦比带外侧导弹的机翼颤振模型,模型具有外侧后缘控制面。依据该模型的全部动力特性和刚度特性,以最优控制为基础,采用动态补偿器方法,设计了两阶控制律。对该控制律进行了风洞实验验证。实验结果表明:颤振临界速度提高了14%以上。理论计算结果与实验结果一致。

**关键词** 颤振, 主动抑制, 机翼/外挂

**Abstract** The control laws of active flutter suppression system for a low aspect ratio wing flutter model with outboard missile are studied. The model is equipped with an outboard trailing-edge control surface. Firstly, according to all dynamic characteristics and rigid characteristics of the model, a second order control law is designed using a dynamic compensator method based on the optimum control. Further, the control law is tested by the simulator during a wind-tunnel test. The experimental results indicate that the flutter critical speed increases by more than 14 percent. The calculated results are in good agreement with the experimental ones.

**Key words** flutter, active suppression, wing/store

极点配置法是颤振主动抑制系统分析中经常使用的一种方法<sup>[1]</sup>。在该方法中,需要设置一个已知的极点分布,通常采用的是将开环不稳定特征值的实部反号、其余特征值不变的方法。这样,有时会带来一些其它的不稳定现象。而这种选择往往是人为的,所以也就不一定是最佳的。另外,在进行配置是按特征多项式的系数为基础,采用拟合方式来求解。由于各个系数和所有的特征值都是有关的,模较大的特征值会起主导作用,而原来不稳定的特征值的模不一定很大。使该配置方法引起不小的误差<sup>[2]</sup>。

为对上述两个方面的不利情况进行一些改进,使其能达到满足一定优化条件的极点配置,而且还考虑到易于实施的特点;研究带有外挂导弹的机翼低速颤振风洞实验模型。对所设计的控制律,进行了风洞实验验证。结果表明:该控制律简而易行,理论计算与实验结果相符。

1989年2月28日收到,1990年3月15日收到修改稿

## 一、基本方程

利用现代控制理论分析问题,首先需要建立状态空间气动弹性模型。对于带有后缘控制面的机翼,当把舵面驱动机构及舵面支持刚度假设为刚硬时,拉氏域的颤振方程<sup>[3]</sup>为

$$\left( [M : M_c]S^2 + [K : K_c] + \frac{1}{2}\rho V^2 [\bar{A} : \bar{B}] \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{q}(S) \\ \dots \\ \mathbf{q}_c(S) \end{Bmatrix} = 0 \quad (1)$$

其中:  $M$ 、 $M_c$ 分别为结构及控制面的广义质量矩阵;  $K$ 、 $K_c$ 分别为结构及控制面的广义刚度矩阵;  $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$ 分别为翼面及控制面的S域非定常气动力矩阵;  $\mathbf{q}$ 为翼面广义坐标向量;  $\mathbf{q}_c$ 为控制面偏转向量。

$\bar{A}$ 和 $\bar{B}$ 采用Roger近似式表达为

$$\left. \begin{aligned} \bar{A} &= A_0 + A_1 \left( \frac{b}{V} \right) S + A_2 \left( \frac{b}{V} \right)^2 S^2 + \sum_{j=3}^N \frac{A_j S}{\left( S + \left( \frac{V}{b} \right) \gamma_{j-2} \right)} \\ \bar{B} &= B_0 + B_1 \left( \frac{b}{V} \right) S + B_2 \left( \frac{b}{V} \right)^2 S^2 + \sum_{j=3}^N \frac{B_j S}{\left( S + \left( \frac{V}{b} \right) \gamma_{j-2} \right)} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中:  $\gamma_j$ 为与减缩频率有关的系数。

将(2)式代入(1)式,经简化后得到状态方程

$$\dot{\mathbf{X}}_r = \mathbf{A}_r \mathbf{X}_r + \mathbf{B}_r \mathbf{u}_r \quad (3)$$

其中:

$$\mathbf{X}_r = \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{u}_r = \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_c \\ \dot{\mathbf{q}}'_c \\ \ddot{\mathbf{q}}'_c \\ \dots \\ \mathbf{q}_c \end{Bmatrix}$$

分别为状态向量与控制向量。

舵机系统的状态方程

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_A &= \mathbf{A}_A \mathbf{X}_A + \mathbf{B}_A \mathbf{u}_A \\ \mathbf{Y}_A &= \mathbf{C}_A \mathbf{X}_A \end{aligned}$$

其中:  $\mathbf{A}_A$ 、 $\mathbf{B}_A$ 和 $\mathbf{C}_A$ 分别为舵机的状态矩阵、控制矩阵和输出矩阵,均由舵机特性决定。传感器感受弹性系统的运动 $\mathbf{Y}_r$ 可表示为

$$\mathbf{Y}_r = [\Phi_A \Phi_V \Phi_s] \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} = \mathbf{C}_r \mathbf{X}_r \quad (5)$$

其中:  $\Phi_A$ 、 $\Phi_V$ 和 $\Phi_s$ 是系数矩阵,分别与传感器位置和该点的模态有关。

按照舵机系统与弹性系统的连接关系

$$\mathbf{Y}_A = \mathbf{u}_r \quad (6)$$

得到组合系统的状态方程为

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{B} \mathbf{u}$$

其中：
$$Y = CX$$

$$X = \begin{bmatrix} X_r \\ X_A \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} A_r & B_r C_A \\ 0 & A_A \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ B_A \end{bmatrix}, C = [C_r \ 0]$$

## 二、控制律的设计方法

在控制律的设计过程中，首先进行二次型性能指标为最小的最优控制<sup>[4]</sup>。对于一个给定的线性定常系统

$$\dot{X} = AX + Bu$$

初始条件为 $x(0) = x_0$ ，性能指标

$$J = \int_0^{\infty} (X^T Q X + u^T R u) dt$$

其中： $Q$ 、 $R$ 均为加权阵。

求解二次型性能指标为最小的最优控制问题可变成一个求解对称正定矩阵 $P$ 使 Riccati 方程

$$-PA - A^T P + PBR^{-1}B^T P - Q = 0 \tag{7}$$

得到满足。由此可得到最优控制解

$$u^* = -R^{-1}B^T P X \tag{8}$$

代入到状态方程，得到闭环状态方程

$$\dot{X} = (A - BR^{-1}B^T P) X = A_c X \tag{9}$$

矩阵 $A_c$ 的特征根由下式确定

$$|A_c - \lambda I| = 0 \tag{10}$$

展开上式可得到 $\lambda$ 的 $n$ 阶多项式

$$\lambda^n + d_{n-1}\lambda^{n-1} + d_{n-2}\lambda^{n-2} + \dots + d_0 = 0 \tag{11}$$

其中： $d_i$ 为多项式系数，是 $A_c$ 中各元素的函数。

在此基础上，利用动态补偿器进行极点配置。对于一个给定的线性定常系统用 $(A, B, C)$ 表示，动态补偿系统用 $(A_1, B_1, C_1, D_1)$ 表示，其连接方式如图1所示

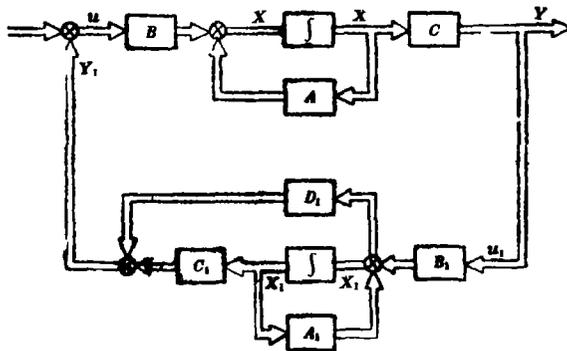


图 1 反馈补偿网络

其组合系统的状态方程如下

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_F &= A_F \mathbf{X}_F + B_F \mathbf{u}_F \\ \mathbf{Y}_F &= C_F \mathbf{X}_F \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中:  $\mathbf{X}_F = \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{X}_1 \end{bmatrix}$ ,  $A_F = \begin{bmatrix} A - BD_1C & -BC_1 \\ B_1C & A_1 \end{bmatrix}$ ,  $B_F = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $C_F = [C \quad 0]$

其特征多项式由下面特征方程求出

$$|A_F - \lambda I| = 0 \quad (13)$$

为便于讨论问题,以单输入单输出系统为例,根据传递函数的连接关系可得组合系统的特征多项式为

$$\varphi_F = (\beta_{n-1}S^{n-1} + \dots + \beta_1S + \beta_0)(E_kS^k + \dots + E_1S + E_0) + (S^n + \alpha_{n-1}S^{n-1} + \dots + \alpha_1S + \alpha_0)(S^k + a_{k-1}S^{k-1} + \dots + a_1S + a_0) \quad (14)$$

其中:  $\beta_i$ 、 $a_i$ 分别为气动弹性系统和反馈系统传递函数的分子多项式系数;  $\alpha_i$ 、 $E_i$ 分别为气动弹性系统和反馈系统传递函数的分母多项式系数。

期望多项式为

$$\varphi_d = S^{n+k} + \gamma_{n+k-1}S^{n+k-1} + \dots + \gamma_1S + \gamma_0 \quad (15)$$

其中:  $k$ 为补偿器阶数;  $\gamma_i$ 为多项式系数。

比较同次幂系数可得一线性方程

$$L_k Z = I' \quad (16)$$

其中:  $L_k$ 是由 $\alpha_i$ 和 $\beta_i$ 组成的  $(n+k) \times (2k+1)$  阶矩阵

$$Z = \begin{bmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_{k-1} \\ E_0 \\ \vdots \\ E_k \end{bmatrix}; \quad I' = \begin{bmatrix} \gamma_0 \\ \vdots \\ \gamma_{k-1} \\ \gamma_k - \alpha_0 \\ \vdots \\ \gamma_{n+k-1} - \alpha_{n-1} \end{bmatrix}$$

由线性控制系统理论可知,对于可控系统  $(A, B, C)$  可用反馈 $k$ 阶补偿器来任意配置闭环系统极点的充分必要条件是: (1)  $k = n - 1$ ; (2) 系统  $(A, B, C)$  可观。

在满足可观性条件下,当  $k < n - 1$  时,存在有近似解,利用最小二乘法可求得这组近似解。

在本文中,对控制律设计的目标是得到一个低阶动态补偿器,使其具有最优控制效果,又易于实现的特点。具体的做法是把二次型性能指标为最小的最优控制和利用动态补偿器进行极点配置相结合的途径,采用步骤如下:

(1) 针对设计对象的状态方程,应用二次型性能指标为最小的优化控制方法,得到最优状态反馈矩阵  $K$ ;

(2) 以最优状态反馈闭环系统的极点分布做为期望的极点分布,得到闭环特征多项式;

(3) 用最小二乘拟合方法,求当  $k < n - 1$  时方程 (16) 的近似解;

(4) 根据得到的动态补偿器,计算闭环系统的稳定性。

控制律设计的系统结构图如图 2 所示。

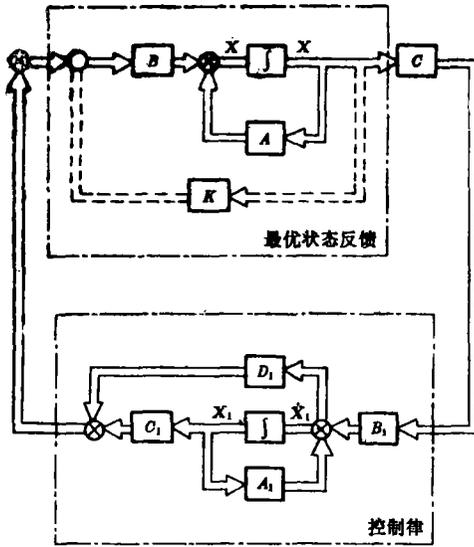


图 2 控制律设计的系统结构图

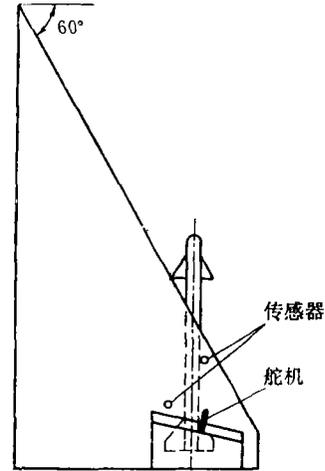


图 3 机翼模型几何外形示意图

### 三、控制律的计算实例

计算对象是带有外挂的三角形机翼的低速颤振风洞实验模型，其几何外形如图3所示。

模型的固有动力特性由地面共振实验测出，并取前6阶模态进行颤振计算。采用  $v-g$  法算得的无控颤振速度  $v_F = 34.3\text{m/s}$ ，与风洞实验测得的无控颤振速度  $v_F = 35\text{m/s}$  相比，误差为2%。为了核对所建立的气动弹性状态空间方程，以状态空间法计算了无控颤振速度  $v_F = 35.3\text{m/s}$ 。

最优控制的计算结果，颤振分枝没有改变，颤振速度  $v_F = 44.8\text{m/s}$ ，比无控的颤振速度提高了27%。

取补偿器阶数为2时，得到两阶控制律，如表1所示。

表 1 设计的两阶控制律

	设计风速	控制律	可控风速范围	备注
1	38m/s	$\frac{0.2175^2 + 11.15S + 334.03}{S^2 + 53.38S + 676.34}$	0~42m/s	计算时未考虑助力器
2	38m/s	$\frac{0.072S + 2.34}{S^2 + 52.50S + 676.01}$	0~39m/s	
3	40m/s	$\frac{0.117S + 3.556}{S^2 + 52.67S + 676.8}$	0~42m/s	

以最优控制与所设计的控制律相比较，结果极为近似，其颤振速度之间仅差2m/s，频率之间相差更小。

## 四、对计算结果的讨论

1. 在本算例中, 采用二次型性能指标最优控制时, 所得到的闭环回路极点, 除将不稳定极点变为稳定极点外, 其余极点变化不大, 这正符合要求。

说明状态加权阵 $Q$ 和控制加权阵 $R$ 的选取, 和Riccati方程是否得到对称正定解, 及是否满足预计的极点分布, 有密切关系。

2. 选择合适的极点分布, 是极点配置的主要问题之一。通常的做法, 对颤振主动抑制系统的设计不一定有利, 有时会发生颤振速度以下的不稳定现象, 本文改进了上述的做法, 取得了满意的结果。

3. 在极点配置中, 当不完全输出反馈时, 尽量把对系统稳定性起作用大的特征值按预定要求配置。但由于各系数和所有特征值都有关, 故模较大的特征值会起主导作用。本文所用的动态补偿器设计方法, 在拟合多项式系数时, 增加两个加权因子, 并将加权因子选在所要求抑制的模态附近, 这就加大了这个模态的模在多项式系数中的比重。

## 五、对设计控制律的风洞实验验证

针对计算实例的模型, 对所设计的控制律进行了风洞实验验证<sup>[5]</sup>。控制律的实施是以传递函数形式给出的。采用模拟机实现系统控制回路, 并把传递函数形式的控制律排成计算机使用的仿真模拟图, 控制律实现网络如图4所示。

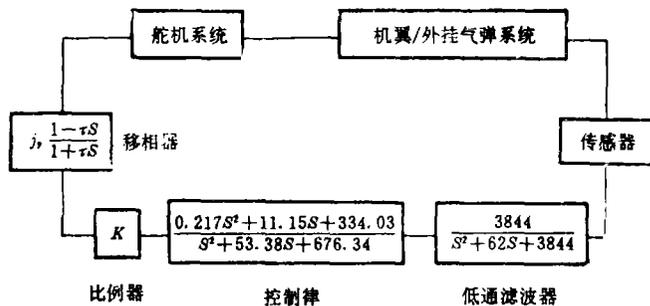


图4 控制律实现网络

经风洞实验结果说明, 在施加控制律情况, 颤振速度由原无控状态 $V_F = 35\text{m/s}$ 提高到 $40\text{m/s}$ 。且实验中重复性良好。从 $35\text{m/s}$ 到零风速分级做了检查, 没有不稳定现象。

## 参 考 文 献

- 1 Karpel M, Design For Active Flutter Suppression And Gust Alleviation Using State-Space Aeroelastic Modeling. AIAA, 80-0766, 1980
- 2 卢叔全. 用极点配置法确定双输入多输出系统的控制律及其在颤振主动抑制研究中的应用. 南京航空学院学报, 1984; (2)127~138
- 3 邹丛青, 陈桂彬. 借助于极点配置概念的颤振抑制控制律的探讨. 中国航空科技文献, HJB890722, 1989
- 4 陈桂彬, 邹丛青. 小展弦比机翼颤振抑制的状态空间法及最优控制律. 中国航空科技文献, HJB860390, 1986
- 5 陈桂彬, 邹丛青. 机翼/外挂颤振主动抑制实验研究. 北京航空航天大学学报, 1989, (1) 1~8