

模型参考自适应系统的稳健性

西北工业大学 肖顺达 罗键 王伟

ROBUSTNESS ANALYSIS OF A MODEL REFERENCE ADAPTIVE CONTROL SYSTEM

Northwestern Polytechnical University Xiao Shunda, Luo Jian and Wang Wei

摘要 本文证明飞机俯仰角速度的模型参考自适应控制系统(MRACS)对未建模的长周期模态的稳健性。将飞机纵向运动的传递函数经因式分解后, 得出一种特定的状态方程, 通过变换, 可把长周期模态的影响变成只考虑短周期模态的近似系统的等效慢变化干扰作用。由于 MRACS 具有自动调节控制增益以克服被控对象参数慢变及抑制慢变干扰的能力, 从而整个闭环系统的稳健性得到了保证。

关键词 模型参考自适应控制, 稳健性, 纵向运动, 长周期模态, 短周期模态。

Abstract The purpose of this paper is to prove the robustness of a scheme of model reference adaptive control system (MRACS) of pitching velocity to the unmodeled long period mode. A special form of state equation is deduced from a factorized transfer function of longitudinal motion of aircraft. By means of transformation, the effect of the long period mode can be shown as an equivalent slowly varying disturbance acting on the approximate model of the system considering only the effect of short period mode. By virtue of the performance of MRACS of accommodating the slow parameter perturbation of the plant and are suppressed the slowly varying disturbances the robustness of the MRACS is to be assured.

Key words Model reference control, Robustness, Longitudinal motion, Long period mode, Short period mode.

一、引言

MRACS 算法的复杂性随着被控对象数学模型阶次的提高而增加。通常飞机纵向运动 MRACS 的设计采用降维的飞机纵向运动方程。即短周期近似运动方程作为设计基础。由数字仿真发现⁽¹⁾, 按上述方法设计所得的系统对未建模的长周期模态表现出稳健性。这种系统对长周期模态的稳健性可利用奇异摄动理论及相应的倒数变换从理论上得到证明⁽²⁾。在文献〔2〕证明中, 前提条件是飞机的长周期运动是稳定的。由于对某些飞机而言, 在一些具体飞行条件下, 长周期运动是不稳定的, 所以上述证法有其不足之处。本文通过对飞机传递函数因式分解, 导出一种特定的状态方程, 进而通过变换, 可把慢变的长周期模态的影响转化为对短周期近似系统的一种十分慢变的外干扰作用, 基于 MRACS 的基本属性, 从而使稳健性得证。这种新证明法无需对长周期运动稳定性的前提要求, 不仅使证明的条件大为放宽, 而且更接近于客观实际情况。

1989年10月30日收到, 1990年11月30日收到修改稿

二、短周期近似系统的状态方程

升降舵偏角（或水平安定面偏角）作用下的飞机俯仰角速度响应可用下列传递函数描述⁽³⁾

$$\frac{\omega_z(s)}{\delta_z(s)} = \frac{(s^2 + \varepsilon_1 s)(b_1 s + b_0)}{(s^2 + 2\zeta_{lp} \omega_{lp} s + \omega_{lp}^2)(s^2 + 2\zeta_{sp} \omega_{sp} s + \omega_{sp}^2)} \quad (1)$$

式中 ζ_{lp}, ζ_{sp} ——长周期模态及短周期模态阻尼比；
 ω_{lp}, ω_{sp} ——长周期模态及短周期模态固有频率；
 ω_z ——俯仰角速度(rad/s)；
 δ_z ——升降舵(或全动平尾)偏转角(rad)。

舵面(或平尾)执行机构的输入控制电压 u_p 与舵(或平尾)偏角的传递函数可近似为

$$\frac{\delta_j(s)}{u_p(s)} = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (2)$$

式中 τ ——伺服机构时间常数(s)。 $u_p(s)$ 到 $\omega_z(s)$ 的传递函数可写为

$$\frac{\omega_z(s)}{u_p(s)} = \frac{(s^2 + \varepsilon_1 s)(b_1 s + b_0)}{(\tau s + 1)(s^2 + 2\zeta_{lp} \omega_{lp} s + \omega_{lp}^2)(s^2 + 2\zeta_{sp} \omega_{sp} s + \omega_{sp}^2)} = \frac{1}{(\tau s + 1)} \left[\frac{\varepsilon(s + b_1)}{s^2 + 2\zeta_{lp} \omega_{lp} s + \omega_{lp}^2} \right] \left[\frac{b_1 s + b_0}{s^2 + 2\zeta_{lp} \omega_{lp} s + \omega_{lp}^2} \right] \quad (3)$$

式中 $\varepsilon = 2\zeta_{lp} \omega_{lp} - \varepsilon_1$ ；

$$b_1 = \frac{\omega_{lp}^2}{\varepsilon} = \frac{\omega_{lp}^2}{2\zeta_{lp} \omega_{lp} - \varepsilon_1}$$

ε 是相当小的微量。例如某飞机的 ε_1 为 0.0098,

ζ_{lp} 为 0.0714, ω_{lp} 为 0.063, 对应的 ε 为 -0.0008036⁽⁴⁾

由此, 可得图 1 所示结构图。

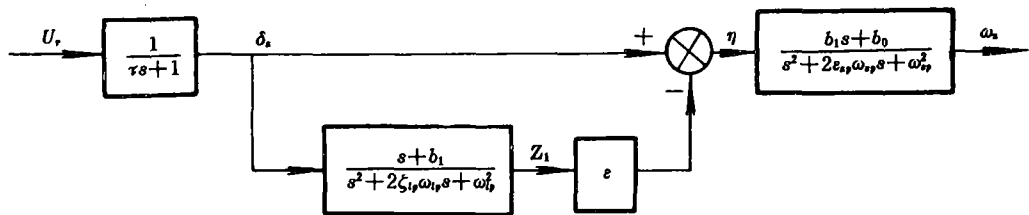


图 1 飞机纵向运动模态方块图

由图 1, 可写以下状态方程

$$\dot{\delta}_z = -\frac{1}{\tau} \delta_z + \frac{1}{\tau} u_p \quad (4)$$

$$\dot{z} = A_z z + b_z \delta_z \quad (5)$$

$$\dot{x} = A_x x - \varepsilon b_x z_1 + b_x \delta_z = A_x x + b_x (-\varepsilon z_1 + \delta_z) \quad (6)$$

其中

$$x = [\omega_z \quad \dot{\omega}_z]^T$$

$$z = [z_1 \quad z_2]^T$$

$$b_z \approx [1 \quad b_1]^T$$

$$b_x = [-N_{3l} \quad \beta]^T$$

$$A_j = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_{lp}^2 & -2\zeta_{lp}\omega_{lp} \end{bmatrix}$$

$$A_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_{sp}^2 & -2\zeta_{sp}\omega_{sp} \end{bmatrix}$$

由于 ε 相当小, 故略去 (6) 式中的 εz_1 项可得用短周期运动参数表达的系统近似状态方程

$$\left. \begin{aligned} \dot{\delta}_z &= -\frac{1}{\tau} \delta_z + \frac{1}{\tau} u_p \\ \dot{x} &= A_x x + b_x \delta_z \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

相应的传递函数为

$$\frac{\omega_z(s)}{u_p(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{(\tau s + 1)(s^2 + 2\zeta_{sp}\omega_{sp}s + \omega_{sp}^2)} \quad (8)$$

于是, 降维的模型参考式自适应控制系统便可以 (8) 式或 (7) 式所表示的近似数学模型作为设计的基础^(1, 5~6)。

三、MRACS 对长周期模态的稳健性

基于上述短周期近似系统模型, 可由以下定理证明 MRACS 对未建模长周期模态的稳健性。

〔定理〕一个基于短周期近似系统模型 (7) 式或 (8) 式的模型参考自适应俯仰角速度控制系统对未建模的长周期模态具有稳健性的充分必要条件是设计的 MRACS 对短周期近似系统模型的慢变参数具有自适应能力, 且具有克报慢变干扰的能力。

〔证明〕(5)式的拉氏变换为

$$z(s) = [SI - A_z]^{-1} z_0 + [SI - A_z]^{-1} b_z \delta_z(s) \quad (9)$$

于是

$$z_1(s) = [1 \quad 0] [SI - A_z]^{-1} z_0 + [1 \quad 0] [SI - A_z]^{-1} b_z \delta_z(s) \quad (10)$$

其中

$$z_0 = [z_{10} \quad z_{20}]^T$$

$$[SI - A_g]^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} s + 2\zeta_{lp}\omega_{lp} & 1 \\ -\omega_{lp}^2 & s \end{bmatrix}}{s^2 + 2\zeta_{lp}\omega_{lp}s + \omega_{lp}^2} \quad (11)$$

$$[1 \quad 0] [SI - A_j]^{-1} = \frac{[s + 2\zeta_{lp}\omega_{lp} \quad 1]}{s^2 + 2\zeta_{lp}\omega_{lp}s + \omega_{lp}^2} \quad (12)$$

由(10)式和(12)式

$$z_1(s) = \frac{z_{10}s + (2\zeta_{lp}\omega_{lp}z_{10} + z_{20})}{s^2 + 2\zeta_{lp}\omega_{lp}s + \omega_{lp}^2} + \frac{s + (2\zeta_{lp}\omega_{lp} + b_l)}{s^2 + 2\zeta_{lp}\omega_{lp}s + \omega_{lp}^2} \delta_z(s)$$

$$= \frac{h_1s + h_0}{M_{lp}(s)} + \frac{S + \gamma_0}{M_{lp}(s)} \delta_z(s) = G_1(s) + G_2(s)\delta_z(s) \quad (13)$$

其中

$$G_1(s) = \frac{h_1s + h_0}{M_{lp}(s)}; \quad G_2(s) = \frac{S + \gamma_0}{M_{lp}(s)}$$

$$M_{lp}(s) = s^2 + 2\zeta_{lp}\omega_{lp}s + \omega_{lp}^2$$

由于 $M_{lp}(s)$ 是长周期模态的特征方程, 显然, ζ_{lp} 、 ω_{lp} 均为较小的值, 从而 $G_1(s)$ 与 $G_2(s)$ 可视为超低频滤波器; $z_1(t)$ 则视为两个超低频滤波器输出的总和, 如图 2 所示。

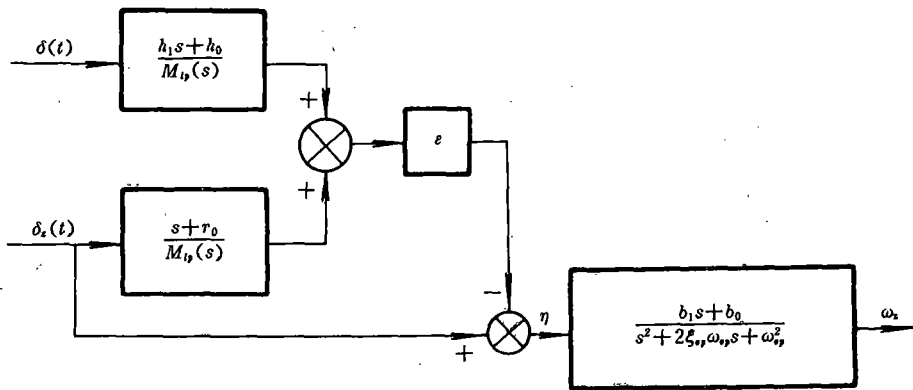


图 2 长周期模态的影响体现为慢变干扰作用

因此, $z_1(t)$ 可视为进入短周期运动传递函数入口处的一种十分慢变的干扰作用。按定理中的假定, 该模型参考自适应控制系统对慢变干扰具有抑制其影响的能力, 因此它必然对长周期运动模态具有稳健性。

四、仿 真

为了检验基于短周期运动模型设计的 MRACS 对未建模的不稳定的长周期模态的稳健性, 进行了如下的数字仿真。

飞机纵向运动的模型

$$\dot{x} = Ax + bu \quad (14)$$

式中

$$x = (v, \dot{v}, \alpha, \omega_z, \delta_z)^T; \quad b = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{\tau}]^T; \quad u = u_p$$

$$A = \begin{bmatrix} 5.020D-03 & -2.760D-02 & -1.430D-02 & 0.000D+00 & -8.890D-03 \\ 0.000D+00 & 0.000D+00 & 0.000D+00 & 1.000D+00 & 0.000D+00 \\ -4.291D-02 & 0.000D+00 & -3.671D-01 & 1.000D+00 & -5.063D-02 \\ -1.170D+00 & 0.000D+00 & -1.384D+01 & -5.817D-01 & -1.304D+01 \\ 0.000D+00 & 0.000D+00 & 0.000D+00 & 0.000D+00 & -1.250D+01 \end{bmatrix}$$

对应的特征方程根为

$$-0.4761 \pm j3.7186 \quad (\text{短周期模态})$$

$$0.00427 \pm j0.0174 \quad (\text{长周期模态})$$

$$-12.5 \quad (\text{舵回路时间常数})$$

显然, 长周期模态是不稳定的。 $\omega_z(s) / \delta_z(s)$ 的 ε_1 为 -0.006375 , ε 为 0.00209 。

按照短周期运动模型设计 MRACS, 按图 2 形式考虑长周期模态的影响其参考模型输出 ω_{zM} 和实际系统 ω_{zp} 响应分别如图 3、图 4 所示。图 5 给出 ω_{zM} 和 ω_{zp} 之间的误差、舵面和速度变化由图 6 和图 7 所示。达到了设计精度要求, 从而说明了该 MRACS 对于未建模不稳定的长周期模态具有很好的稳健性。

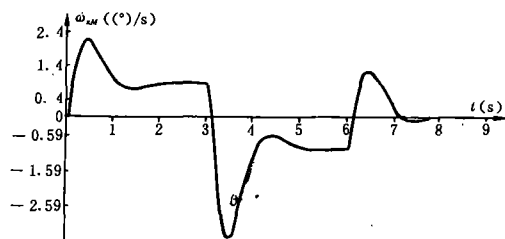


图 3 MRACS 参考模型输出 ω_{zM}

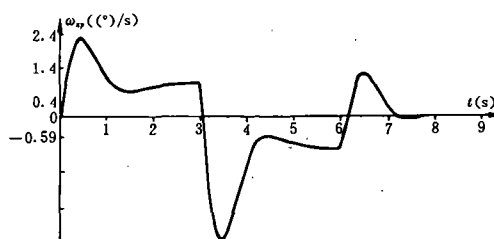
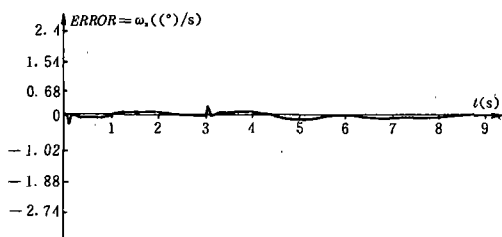
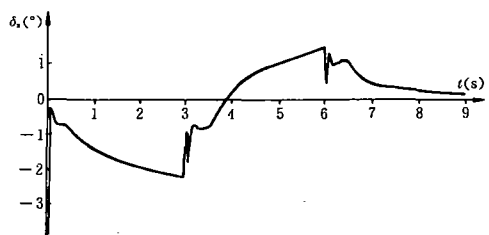
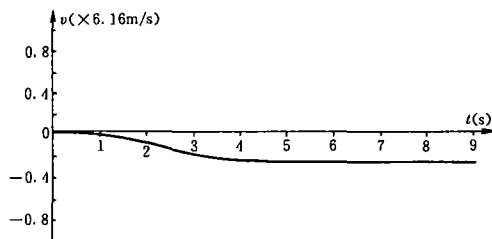


图 4 MRACS 实际系统响应 ω_{zp}

图5 误差信号(ω_{ym} , ω_{yp})图6 舵面偏差 δ_z 图7 速度变化 v

五、结 论

本文从理论上证明了经过数字仿真所验证的一种重要情况：应用只考虑短周期运动的近似系统设计所得的 MRACS 对未建模的长周期模态具有稳健性。与文献〔1〕中应用的证明方法相比，本法不必引用奇异摄动原理与进行倒数变换，所以在方法上较之简单的多；此外，长周期运动的稳定性不再是本法证明的前提条件，取而代之的前提假设仅是长周期运动的慢变性，所以本法要求的假设条件也远较宽广。本法的充要条件是自适应控制系统对慢变参数具有自适应能力且具有克服慢变干扰的能力。

参 考 文 献

1. 肖顺达, 余里宁. 飞机纵向模型参考自适应控制的一种简捷设计方法. 西北工业大学学报, 1990; (1).
2. Xiao Shunda, Luo Jian, Wang Wie. Application of singular Perturbation Theory to Robustness study of a model Reference Adaptive control system. IFAC Workshop on singular Perturbations and Asymptotic Methods in systems and Control, August 17-18, 1989; Boston USA.
3. 肖顺达. 飞行自动控制系统, 国防出版社, 1980, 1982.
4. 张明廉. 飞行控制系统, 国防出版社, 1984.
5. 肖顺达, 自适应控制, 西北工业大学出版社, 1987.
6. Landou YD. Adaptive Control The Model Reference Approach, Marcel Dekker Inc, New York, USA. 1979