排队论在确定爆破器材保障设备数量上的应用*

陈　晨,赵　丰

(海军潜艇学院 研究生队,山东 青岛　266071)

摘要:就如何将排队论法应用于确定爆破器材保障设备数量的方法进行了分析和研究,得出一种可行的确定保障设备数量的方法,对装备建设中科学地规划保障设备的数量提供了借鉴.

关键词:排队论;保障设备;爆破器材

中图分类号:TD235.21　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1006 - 0707(2009)01 - 0051 - 04

随着科学技术的进步,我军装备的爆破器材已经从简单的爆破筒、炸药包,发展为一系列集合电子、遥控和精密机械技术的装备,极大提升了部队战斗力.但同时,爆破装备系统的复杂化也相应增加了装备的故障率.目前根据装备全寿命管理与保障的思想和方法,各种维修保障资源配套建设的成果,只是解决了新装备形成保障能力所需资源有没有的问题,而这些保障资源是否最优化,是否适应装备特点,能否在部队的保障工作中充分发挥效率和效能,还研究不多.

在装备保障过程中,装备发生故障后需进行修复性维修,科学地安排一定期限内所需的各种保障设备的数量,对于做好装备维修保障的计划是十分必要的,特别是对于需求量较大或特殊需要的贵重器材,科学合理地做好储存量的计划更为必要.

1　确定保障数量的方法

目前使用较为广泛的有 3 种确定保障数量的方法:

1) 类比法[1].也叫经验法,其基本思路是分析人员首先选择新研装备的相似装备,其次是根据相似装备的保障设备配套情况确定新研装备所需的保障设备数量.通常是根据部队的编制、维修方案、维修专业划分来确定配套比例和配套原则.

2) 估算法.估算利用保障设备的时间多少,来估算保障设备的数量.利用公式

$$T = Q\left(\sum_{i=1}^{n} f_i \times t_i\right) \tag{1}$$

其中:T 为保障设备年度使用时间;Q 为所保障的系统总数;f_i 为第 i 项工作的频度;T_i 为完成第 i 项工作的任务时间,估算利用保障设备的总时间,通过时间的大小选择保障设备的配备数量.虽然这种计算不能算作有关保障设备需求的最终结果,但确实为确定维修所需的每次保障设备时间提供了预测[2].

3) 系统分析法.这种方法是利用维修工程、系统工程、概率论、与数理统计、随机过程等理论和方法,通过对器材消耗及需求进行分析,建立数学模型,并计算所需保障设备量[3].

目前部队的许多修理单位在修复性维修过程中所需要的保障设备,基本是凭借经验来确定修理分队保障设备的品种与数量,就是上面所提到的类比法和估算法,有时影响了故障件的修复时间,导致装备的战斗力水平下降.在等待维修的过程中,需修理装备的数量越多,对装备的战斗力影响越大.而增加保障设备的数量可以减少装备修理的等待时间,但修理费用上升.怎样合理地选择保障设备的品种和数量,使修理的费用最少和时间最短,以期使部队配备的保障设备更加科学合理.而系统分析法能根据装备特征和部队实际需要较为科学地确定保障设备的数量.这里提到的系统分析法就是指排队论的方法.

为什么可以用排队论呢?因为怎样合理地选择保障设备的品种和数量,使修理的费用最少和时间最短,是随机服务过程中典型的静态优化问题,研究随机服务过程主要数学工具是排队论.排队论也称随机服务系统理论.因此,可以用排队论的理论来解决有关保障设备的数量确定问题.用排队论中 M/M/C 模型解决保障设备数量的确定

* **收稿日期**:2008 - 09 - 23

作者简介:陈晨(1981 —),男,山东青岛人,硕士研究生,主要从事军事装备学研究.

问题.这个事件的发生可以看成是“顾客”的产生,保障设备可以看成“服务员”,而待修的装备就是“顾客”,使用保障设备对装备进行故障修理可以看成是为顾客服务,这样就构成了一个随机服务(排队)系统.

2 一般情况下保障设备数量的确定

2.1 建立排队系统

2.1.1 确定 Passion 分布.假设利用某种保障设备对故障装备进行修复性维修,需修理的项目符合 4 个条件:

1) 在某段时间间隔(Δt)内,维修项目数量 k 的概率与这段时间的起始时刻无关,只与这段时间间隔的长短有关,依据部队平时对装备战备情况及监控情况的分析,针对某一特定的任务,一段时间内出现的维修项目数量都在一定的范围之内,概率基本一定:$P\{[0,t]$内产生 k 个维修项目$\} = P\{[a,a+t]\}$内产生 k 个维修项目 $= P_k(t)$,即符合平稳性要求.

2) 在不相交的时间间隔内产生的维修项目数量显然是相互独立的,即满足无后效性.

3) 假设在充分小的时间 Δt 内同时出现 2 个以上维修项目的情况不存在或概率非常小(这种情况现实中基本成立).即满足普通性,$\lim\limits_{t\to 0}\phi(t)/t = 0$,$\phi(t)$ 为 2 个以上维修项目同时出现的概率.

4) 在任意一段时间内有 k 项维修项目的概率为 1,即满足有限性:$\sum\limits_{k=0}^{m} P_k(t) = 1$.

如果需维修项目满足以上分析的 4 个条件,依据巴尔姆–欣极限定理断言[4]:大量相互独立小强度流的总和近似于一个简单流(泊松输入),若其中每个流都是平稳且普通的.故在一次任务中,出现维修项目符合泊松流输入,在 t 时间内有 k 项需要进行维修的项目(到达的顾客)的概率服从强度为 λ 的泊松分布

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!}e^{-\lambda t},\ t>0,\ k=0,1,2$$

确定了 t 时间内 k 项需要进行维修的项目的概率后,即可通过相关分析,确定出相应的计算参数和保障设备的数量.

2.1.2 确定平均服务率(服务强度)ρ.假设装备出现 2 项维修项目的平均间隔时间 $MT = 1/\lambda$,因为 MT 的平均分布函数为

$$F_T(t) = P(T \le t)$$

这个概率在$[0,t]$区间内至少有一项维修项目出现的概率为

$$P_0 = e^{-\lambda t},\ F_T(t) = 1 - p_0(t) = 1 - e^{-\lambda t},\ t>0$$

概率密度为

$$P_T(t) = \frac{dF_T(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t},\ t>0.$$

保障设备使用时间间隔服从参数为 λ 的指数分布;在时间$[0,t]$内使用保障设备(顾客到达)的概率为

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t},\ t>0$$

统计表明,一般实际平均修复率服从指数分布,假设各服务台工作相互独立且平均服务率相同,$\mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k = \mu$,平均维修时间 MTTR = $1/\mu$,在$[0,t]$区间内修复的概率(完成服务的概率)为

$$M(t) = 1 - e^{-\mu t},\ t>0$$

根据以上分析,装备需要维修(顾客到达)的过程为泊松过程,是一个维修时间(服务时间)服从指数分布,C 个保障设备(服务台);随机服务,需要维修的项目数量(系统顾客容量)没有限制,维修次数(顾客源)没有限制的排队系统.因此按照 Kendall - Lee 的分类方法,装备维修的过程是一个可以表示为如下形式的排队系统(M/M/C):(SIRO/∞/∞).

则有此系统的保障设备平均利用率(服务强度)为 $\rho = \lambda/c\mu$,式中 λ 为需维修率(顾客到达率);C 为保障设备数量(服务台数);μ 为平均修复率(服务率),有了设备的平均利用率,就可以利用 M/M/C 模型确定执行某一任务期间的保障设备数量.

2.2 确定保障设备数量(服务台)

2.2.1 模型的建立.根据排队论系统中的 M/M/C 模型理论分析,可求得状态

$$p_0 = \left[\sum_{k=0}^{c-1}\frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k + \frac{1}{c!}\frac{1}{(1-\rho)}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c\right]^{-1} \tag{1}$$

p_n:如果 $0 \le n \le c$,则 $p_n = \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0$;如果 $c+1 \le n$,则

$$p_n = \frac{1}{c!\,c^{n-c}}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 \tag{2}$$

式中:λ 为需维修率(顾客到达率);μ 为平均修复率(服务率);c 为保障设备数量(服务台数);$\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$ 为系统服务强度.系统运行指标求得如下:

$$L = \sum_{n=J}^{c} nP_n = L_q + \frac{\lambda}{\mu} \tag{3}$$

$$L_q = \sum_{n=c+1}^{\infty}(n-c)P_n = \frac{(c\rho)^c\rho}{c!(1-\rho)^2}p^0 \tag{4}$$

式中:L_q 为等待修理的平均装备数量;L 为系统中需维修的平均装备数量(正在接受维修的装备数量与正在等待维修的装备数量之和).

平均等待时间和停机时间由 Little 公式求得:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \tag{5}$$

$$W = \frac{L}{\lambda} \tag{6}$$

式中:W 为每台装备的停机时间;W_q 为每台装备损坏后等待维修的时间.

2.2.2 保障设备数量的确定.通过上述的各项参数的计算公式,如果输入几项已知条件,在计算机中很容易推算出必需的保障设备数量.例如:

1) 已知装备平均修复率(μ)执行任务中单位时间内的平均维修项目($1/\lambda$)、要求的最大的故障项目数(L),将这些条件代入式(1),式(2),式(3),利用计算机可以算出最少需求的保障设备数量.

2) 已知装备平均修复率(μ)、执行任务中单位时间内的平均故障项目数($1/\lambda$)、要求的一台装备的最大停机时间 W,将这些条件代入式(1)～(6),利用计算机可以算出最少需求的保障设备数量.

3　考虑到费用的基于特殊部件的理想保障设备模型数量的确定方式

3.1　建立排队系统

1) 假设的特殊装备特殊在它是由很多相同的小部件组成,每个小部件发生故障的概率相同的,而每个小部件发生故障时,都需要一套价格不菲的维修设备去维修,但是如果不立即维修就会造成某种类似于舱室进水堵漏越慢进水越多越无法维修的情况,但有一个好处是在这些小部件中有一定的比率能正常工作时,装备可以正常使用[5].

2) 系统正在使用的维修设备数量(服务台数)为 k,并且假定设备在使用过程中 k 关于时间是不变的常数 k_0.

3) 发生故障的次数是无限的,单位时间内发生故障的次数(顾客到达率)是一个独立同分布的随机变量序列,设在任意时刻 t 到达流是强度为 $\lambda(t)$ 的 Poisson 流.

4) 假设某种特殊装备在某次近于实战的演习中,它在演习初期运行强度较小时发生故障可能性很小,但随着时间增长,演习进入高潮,装备连续使用,强度远远大于平时,单位时间内发生故障的概率强度 λ 是时间 t 的线性递增函数,$\lambda=\lambda(t)$,这里,考虑 λ 即

$$\lambda=\lambda_0+at,\ t\in[0,t]$$

其中:常数 λ_0 为所有组成装备的小部件的初始故障率;$a\geq 0$ 为小部件故障率增长率;t 为装备运行的时间.

5) 每套维修设备维修装备的修复能力相同,(系统中每个服务台的服务能力相同)称单位时间内单套维修设备维修的装备的平均数 μ 为服务率,设 μ 是一个不依时间变化的常数,单位时间内顾客服务率是一个独立同分布的随机变量序列,且与单位时间内顾客到达率独立,设在任意时刻 t 服务流是强度为与时间无关的常数的 Poisson 流.

6) $t=0$ 时,部队需要 k 套维修设备,其费用函数为 $f(k)$,$f(k)\geq 0$,$f(k)$ 为 k 的单调增函数.设计要求确定所需维修设备数 k_0,使得

a. 费用 $f(k_0)$ 不超过给定的总费用 M.

b. 在系统寿命期间 $[0,T]$ 任一时刻 t,单位时间内未得到维修的装备平均数与单位时间内发生故障的装备数的比值不大于给定的正数 ε,即未得到维修的小部件的比率要小于或等于给定的正数 ε,ε 就相当于是在保证装备良好运行时需要多少小部件与所有小部件的比率.

3.2　模型的建立和求解

所给的:对于给定的 $\varepsilon>0$,$M>0$,求正整数 k_0,满足约束:

$$f(k_0)\leq M;\ R(t)\leq\varepsilon,\ t\in[0,t] \tag{7}$$

其中,$f(k_0)$ 为维修设备费用函数,表示 t 时刻的装备不维修率.

在固定的时刻 t,将 $\lambda(t)$ 看成不变的常数 λ.给定的系统为一个有以下特性的随机服务系统[6]:

1) 设装备 C_n 与 C_{n+1} 相继发生故障的间隔时间为 I_n,则 $\{I_n\}$ 为独立同分布的随机变量序列,服从参数为 λ 的负指数分布:

$$\phi_I(x)=\lambda e^{-\lambda x},\ \lambda>0,\ 0<x<\infty \tag{8}$$

其中,λ 为单位时间内到达顾客的平均数,$E(I)=1/\lambda$.

2) 部队有 K_0 套维修设备,每套维修设备的维修率相同,设装备 C_n 的维修时间为 S_n,$\{S_n\}$ 为独立同分布的随机变量序列,服从参数为 λ 的负指数分布

$$\psi_s(x)=\mu e^{-\mu x},\ \mu>0,\ 0<x<\infty \tag{9}$$

其中,μ 为单位时间内一套维修设备维修故障装备的平均数,$E(S)=1/\mu$.

3) 当发生故障时,立刻要求维修,假设当发现维修设备已全部被占用时则不维修,因而故障装备无等待时间,K_0 套维修设备最多能容纳 K_0 套故障装备.

设在同一时刻内正有 $n(n\leq k_0)$ 个故障装备被修的概率为 P_n,令 $\rho=\lambda/\mu$,有

$$p_n=(\rho^n/n!)\cdot p_0,\ n=0,1,2,\cdots,k_0 \tag{10}$$

其中 $p_0=[\sum_{n=0}^{k_0}\rho^n/n!]^{-1}$.同时,系统在 t 时刻的运行指标为:

a. 故障装备占用的维修设备平均数 m

$$m=\sum_{n=0}^{k_0}n\cdot p_n=\sum_{n=0}^{k_0}n\cdot(\rho^n/n!)=$$

$$P_0\rho\sum_{n=0}^{k_0}\rho^n/n!=P_0\rho[\rho^n/n!-\rho^{k_0}/k_0!]=$$

$$\rho(1-(\rho^{k_0}/k_0!)p_0)=\rho(1-p_{k_0}) \tag{11}$$

b. 绝对通过能力 A,即在单位时间内被维修的故障装备平均数,一套维修设备在单位时间内平均维修 μ 个故障装备

$$A=m\cdot\mu=\mu\rho(1-(\rho^{k_0}/k_0!)p_0)=$$

$$\lambda(1-(\rho^{k_0}/k_0!)p_0) \tag{12}$$

c. 系统的相对通过能力 Q

$$Q=A/\lambda=1-(\rho^{k_0}/k_0!)p_0 \tag{13}$$

d. 故障装备的不维修率 R

$$R=1-Q=(\rho^{K_0}/K_0!)p_0 \tag{14}$$

t 时刻故障装备的不维修率

$$R(t)=\frac{\rho(t)^{k_0}}{k_0!}\left(\sum_{n=0}^{k_0}\frac{\rho^n(t)}{n!}\right)^{-1} \tag{15}$$

$$\frac{1}{R(t)} = \sum_{n=0}^{k_0} \frac{k!}{n!} \cdot \rho^{-n}(t) \tag{16}$$

故所求问题是:对给定的 $M>0$, $\varepsilon>0$ 求正整数 k_0 满足约束:

$$f(k_0) \leq M; R(t) \leq \varepsilon; t \in [0, T] \tag{17}$$

当 $\lambda(t)$ 为 t 的单调不减函数,可以证明 $R(t)$ 是 t 的不减函数. 从而问题是:对给定的 $M>0$, $\varepsilon>0$ 求正整数 k_0,满足约束:

$$f(k_0) \leq M, R(t) \leq \varepsilon \tag{18}$$

特别地,当 $\lambda(t) = \lambda_0 + at$ 时,问题是:求正整数 k_0,满足约束:

$$f(k_0) \leq M \tag{19}$$

$$\frac{k_0!}{k_0!}\left(\frac{\mu}{\lambda_0 + aT}\right)^0 + \frac{k_0!}{(k_0-1)!} + \cdots + \frac{k_0!}{1!}\left(\frac{\mu}{\lambda_0 + aT}\right)^{k_0-1} + \frac{k_0!}{0!}\left(\frac{\mu}{\lambda_0 + aT}\right)^{k_0} \geq 1/\varepsilon \tag{20}$$

若求解 k_0 较小,以上不等式可用正整数逐一代入验证直接求解,当 k_0 的值较大时,求解较困难,可用计算机求解,对以上不等式(19)和(20)求解, 令

$$k^{**} = \max\{k \in J, f(k) \leq M\} \tag{21}$$

$$k^{*} = \min\left\{k \,\middle|\, k \in J, \sum_{n=0}^{k} \frac{k!}{n!} \cdot \left(\frac{\mu}{\lambda_0 + aT}\right)^n\right\} \geq 1/\varepsilon \tag{22}$$

其中 J 为非负整数集.

在给定的条件下,一般地 $k^{**} \geq k^{*}$. 因此求解的 k_0 应满足,$k^{*} \leq k^0 \leq k^{**}$ 即所需的保障设备数目应满足约束条件:$k^{*} \leq k^0 \leq k^{**}$.

下面给出 k_0 算法的计算步骤:

1) 分析所给的系统是否满足 3.1 中给出的随机服务系统模型系统条件 1)～6),否则停止计算;

2) 根据统计数据确定(例如,可用线性回归方法)系统参数 λ_0, μ, α 并确定维修设备费用函数 $f(k)$,必要时可由后面的步骤返回重做 2);

3) 根据给定的最大投资额 M,装备使用时间 T,装备不维修率上限 ε 由式(21)和式(22)计算 k^{*}, k^{**};

4) 若 $k^{*} \geq k^{**}$,则返回 3) 修改 M, T, ε 重新计算 k^{*}, k^{**},修改时应在 3) 中增大 M 或减小 T 或增大 ε;

5) 若 $k^{**} \geq k^{*}$,则返回 3) 修改 M, T, ε,重新计算 k^{*}, k^{**},修改时应在 3) 中减小 M 或增大 T 或减小 ε;如果不要求 k_0 唯一,当 $k^{**} \geq k^{*}$ 且 k^{*}, k^{**} 比较接近时,也可在 $[k^{*}, k^{**}]$ 中取一个适当的整数作为 k_0 的值,此时的 k_0 为近似最优解,计算结束;

6) 若 $k^{*} = k^{**}$,则取 $k_0 = k^{*} = k^{**}$,计算结束.

4 结束语

如何科学地确定爆破器材保障设备的数量,从军事效益和经济效益看都有重要的意义. 我国综合保障工作起步较晚,过去在确定保障设备方面以经验为主,没有一种行之有效的方法,使得结论缺乏科学性. 因此,用排队论法确定保障设备的数量不失为一种较为合理的方法. 但是在具体的维修保障工作中,装备损坏到达时间和维修时间要受到多种因素的影响,例如:战斗的激烈程度、损坏装备所采取的后送方式、后送的顺序及后送措施等都会影响损坏装备修理的能力和效率,使维修保障能力未必发挥到最大,效率未必达到最佳. 因此,严格地说,排队模型一般不能精确地反映实际问题,只能主要用来做一般的研究考察,其结果可以作为维修问题的决策方案依据.

参考文献:

[1] 杨晓东. 舰用光电设备质量评估[M]. 北京:海潮出版社,2002.
[2] 徐宗昌. 保障性工程[M]. 北京:兵器工业出版社,2002.
[3] 《运筹学》教材编写组. 运筹学[M]. 北京:清华大学出版社,2003.
[4] 康建设,高崎,甘茂治. 军用装备可靠性与维修性工程[M]. 石家庄:军械工程学院,1999.
[5] 宋太亮. 装备保障性工程[M]. 北京:国防工业出版社,2002.
[6] 杨晓霖. 线性变参数随机服务系统近似最优设计[J]. 南华大学学报,2004(3):15 - 17.