

电网规划中考虑风电场影响的最小切负荷量研究

陈雁, 文劲宇, 程时杰

(强电磁工程与新技术国家重点实验室(华中科技大学), 湖北省 武汉市 430074)

Minimum Load-curtailement in Transmission Network Planning Considering Integrated Wind Farms

CHEN Yan, WEN Jinyu, CHENG Shijie

(State Key Laboratory of Advanced Electromagnetic Engineering and Technology (Huazhong University of Science and Technology),
Wuhan 430074, Hubei Province, China)

ABSTRACT: The robust linear optimization theory was applied to study the minimum load-shedding problem for transmission network planning with multiple wind farms, providing a new way to the study of systematic security. Based on Seng-Cheol Kang's robust linear optimization theory, this paper constructed the minimum load-shedding model for transmission network planning considering the influence of wind farms. The wind farm output was described as its minimum, maximum and mean values in the model. And the model was eventually transformed into a deterministic linear programming problem. Whether considering the generation rescheduling or not, the model is able to get the most secure load-shedding scheme. In addition, the decision-making process is flexible because it can get more load-shedding schemes between the most reliable and the most economical range. Taking into account the generation rescheduling, the model can offer the corresponding generation schedule. The model can preliminarily calculate the reliability of the transmission network plans under a variety of load-shedding schemes. The test results of the modified Garver's 6-bus system and the modified Brazilian southern 46-bus system verified the validity of the proposed method.

KEY WORDS: transmission network planning; robust linear optimization; minimal load-shedding; wind power generation

摘要: 提出应用鲁棒线性优化理论来研究电网规划中含多个风电场的最小切负荷量计算问题, 为含多个风电场的系统安

全性研究提供了一条新的思路。根据 Seng-Cheol Kang 提出的鲁棒线性优化理论, 建立电网规划中考虑风电场影响的最小切负荷量模型。该模型以出力上下限和出力期望值来描述风电场的出力, 最终转化为一确定性的线性规划问题并进行求解。在计及或不计及发电机调整的情况下, 该模型均能够给出最安全的切负荷方案, 除此以外还能给出更多介于最可靠与最经济之间的切负荷方案, 实现灵活决策; 在计及发电机出力可调的情况下, 该模型能够给出相应的发电机出力方案; 该模型能够初步给出各种切负荷方案下电网规划方案的可靠程度。基于修正的 Garver's 6 节点系统和修正的巴西南部 46 节点系统算例测试结果验证了该方法的有效性。

关键词: 输电网规划; 鲁棒线性优化; 最小切负荷量; 风力发电

0 引言

随着大规模风电场并网运行, 输电网规划时需考虑风电场出力的不确定性。事实上, 计及不确定因素的输电网规划是当前的研究热点之一^[1-16]。

目前输电网规划中的不确定因素的模型包括概率模型^[3-7]、区间模型^[8-10]、盲数模型^[11]、模糊模型^[12]、联系模型^[13]、灰色模型^[14]等。概率、盲数和联系模型建模时所需统计的不确定参数较多, 并且在实际工程中, 这些参数往往较难获得; 区间模型所需的信息较少, 但正是由于区间模型基于太少量的信息, 因此基于区间模型的求解结果往往较为保守; 模糊模型中隶属度函数的合理构造是个难点, 且对基于模糊模型所得的输电方案进行评价时, 缺少直观的数学指标。

输电网规划(计及或不计及不确定因素)往往可分为 2 个子问题来求解。其中第 1 个子问题是确定

基金项目: 国家自然科学基金项目(50937002); 国家重点基础研究发展计划项目(973 项目)(2009CB219701)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China(50937002); The National Basic Research Program of China (973 Program)(2009CB219701).

新的规划方案，第 2 个子问题是对新的规划方案进行安全性评估，这 2 个子问题交替求解，直到找到最佳规划方案为止。本文主要研究第 2 个子问题的求解方法。

最小切负荷量是衡量规划方案安全性的重要指标，最小切负荷量的计算是输电网规划的必不可少的环节。当前对电网规划中考虑不确定因素的最小切负荷量的研究甚少^[9-10]，关于电网规划中考虑风电场并网影响的最小切负荷量问题研究还没有看到相应的文献报道。

基于上述考虑，本文首次把鲁棒线性规划理论应用到电网规划的最小切负荷问题求解中，建立了基于鲁棒线性优化理论的计及风电场并网运行影响的最小切负荷求解模型。在该模型中，风电场出力用区间和期望值的形式描述。该模型通过调节风电场出力的变化范围来实现切负荷方案中经济性和可靠性间的相互转换，使得决策更加准确和灵活。该模型能够初步给出各种切负荷方案下电网规划方案的可靠程度。

1 鲁棒线性优化理论

1.1 鲁棒线性优化理论发展概况

1973 年，Soyster 提出了鲁棒线性优化方法^[17]，开启了鲁棒优化理论研究的大门。经过 30 多年的发展，鲁棒优化理论已成为继随机优化理论、模糊优化理论后又一能够解决含有不确定参数的优化问题的重要理论，已在多个领域中得到广泛应用。鲁棒优化理论中以鲁棒线性优化理论最为成熟，本文只对鲁棒线性优化理论进行介绍。

传统的鲁棒优化理论的核心思想是：已知不确定参数可能取值的集合，寻找一个在不确定参数所有可能取值下均可行且优化结果较好的解。Soyster 提出的模型就是基于这个思想。用鲁棒优化理论求解含不确定参数优化问题的步骤可分为：1) 根据具体问题建立相应的鲁棒优化模型；2) 将鲁棒优化模型转化为相应的鲁棒对等模型 (robust counterpart)；3) 对鲁棒对等模型进行求解，得到鲁棒最优解。

Ben-Tal 和 Nemirovski 指出^[18]，虽然通过 Soyster 模型所求解能够保证在不确定性参数所有可能取值下均可行，但结果过于保守。Ben-Tal 等学者进一步建立了一种更灵活的鲁棒线性优化

模型^[19]，该模型允许所得的结果以很小的概率违反约束，并且违反约束的概率大小能够人为调整；但是该模型的鲁棒对等模型为 2 阶锥优化规划，计算难度相对于原问题大大增加。Sim 和 Bertsimas 通过控制不确定参数的变化范围建立了一种新的鲁棒线性优化模型^[20]，该模型的鲁棒对等模型仍为线性规划，并且具有 Ben-Tal 等学者提出的模型的灵活性，但是该模型要求不确定参数的取值必须关于其均值对称。为了克服这一缺点，Seng-Cheol Kang 在 Sim 等提出的模型的基础上进一步提出了一种基于随机变量分布信息的鲁棒优化线性规划模型 (简称为 SCK 模型)^[21]。本文应用 SCK 模型来求解电网规划中考虑风电场并网影响的最小切负荷量问题。

1.2 基于随机变量分布信息的鲁棒线性优化理论

SCK 模型原理简述如下。设待求解的线性规划数学模型为

$$\max \mathbf{c}\mathbf{x} \quad (1)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b} \quad (2)$$

$$\mathbf{l} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u} \quad (3)$$

式中： $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ ，为决策变量； $\mathbf{u}, \mathbf{l} \in \mathbf{R}^n$ ，分别为 \mathbf{x} 的上

$$\text{下限； } \mathbf{c} \in \mathbf{R}^n; \mathbf{b} \in \mathbf{R}^m; \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n},$$

为系数矩阵。假设只有 \mathbf{A} 中元素为不确定变量，并且已知 \mathbf{A} 中元素的上下限和均值，即 $a_{ij} \in [a_{ij}^L, a_{ij}^U]$ ， $E(a_{ij}) = \bar{a}_{ij}$ ，并且假设每 2 个不等式约束之间的不确定参数相互独立。SCK 模型的核心思想是通过控制 \mathbf{A} 中每行不确定参数的变化范围，从而达到优化结果的最优性与可靠性间的平衡。记 $t_{ij}^B = \bar{a}_{ij} - a_{ij}^L$ ， $t_{ij}^F = a_{ij}^U - \bar{a}_{ij}$ ， J_i 为矩阵 \mathbf{A} 中第 i 行中不确定参数的集合， $|J_i|$ 为集合 J_i 的元素个数。对每一个不等式约束引入变化约束变量 $\Gamma_i (i=1, \dots, m)$ ， Γ_i 为实数且 $\Gamma_i \leq |J_i|$ 。定义集合：

$$\mathcal{N}_i(\Gamma_i) = \{\mathbf{a}_i \mid a_{ik} \in [\bar{a}_{ik} - \beta_{ik} t_{ik}^B, \bar{a}_{ik} + \beta_{ik} t_{ik}^F], \\ 0 \leq \beta_{ik} \leq 1, \sum_{k \in J_i} \beta_{ik} \leq \Gamma_i\}$$

式中 \mathbf{a}_i 为矩阵 \mathbf{A} 中第 i 行不确定参数矢量。含不确定参数的线性规划模型(1)–(3)的 SCK 模型为

$$\max \mathbf{c}\mathbf{x} \quad (4)$$

$$\max_{\mathbf{a}_i \in \mathcal{N}_i(\Gamma_i)} (\mathbf{a}_i \mathbf{x}) \leq b_i, \quad i=1, \dots, m \quad (5)$$

$$l \leq x \leq u \quad (6)$$

其鲁棒对等模型为

$$\max cx \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^n \bar{a}_{ij} x_j + \Gamma_i z_i + \sum_{k \in J_i} p_{ik} \leq b_i, \quad i=1, \dots, m \quad (8)$$

$$z_i + p_{ik} \geq \max\{t_{ik}^F x_k, -t_{ik}^B x_k\}, \quad i=1, \dots, m, \forall k \in J_i \quad (9)$$

$$z_i \geq 0, p_{ik} \geq 0, \quad i=1, \dots, m, \forall k \in J_i \quad (10)$$

$$l \leq x \leq u \quad (11)$$

式中 z_i 和 p_{ik} 为在原优化问题(4)–(6)转化为鲁棒对等模型后引进的新的决策变量。由式(7)–(11)可以看到, 含不确定参数的线性规划模型(1)–(3)的鲁棒对等模型是一确定性的线性规划问题, 可用常规的线性规划方法求解。对 $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$, 当 $\Gamma_i = |J_i|$ 时, SCK 模型考虑了不确定参数的所有可能的变化, 其所得的结果鲁棒性最强, 即在问题(1)–(3)中给定的不确定参数的变化范围内均能满足所有的不等式约束。当 $\Gamma_i < |J_i|$ 时, SCK 模型可以通过控制每个不等式约束中 Γ_i 的大小来实现优化结果的最优性和鲁棒性之间的相互转换, 具体说明如下。

考虑问题(1)–(3), 对 $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$, 设 $\Gamma'_i \leq \Gamma''_i$, 记 $\Gamma'_i = \Gamma'_i$ 和 $\Gamma''_i = \Gamma''_i$ 所对应的线性优化问题的目标函数最优值分别为 $f(\Gamma'_i)$ 和 $f(\Gamma''_i)$, 鲁棒最优解分别为 x' 和 x'' , 则 $f(\Gamma'_i) \geq f(\Gamma''_i)$ 。这是因为当 $\Gamma'_i \leq \Gamma''_i$ 时, 有 $\mathcal{R}_i(\Gamma'_i) \subseteq \mathcal{R}_i(\Gamma''_i)$, 则

$$\max_{a_i \in \mathcal{R}_i(\Gamma'_i)} \{a_i x\} \leq \max_{a_i \in \mathcal{R}_i(\Gamma''_i)} \{a_i x\} \leq b_i。这意味着满足$$

$$\max_{a_i \in \mathcal{R}_i(\Gamma'_i)} \{a_i x\} \leq b_i \text{ 的解 } x \text{ 同样满足 } \max_{a_i \in \mathcal{R}_i(\Gamma''_i)} \{a_i x\} \leq b_i,$$

即 $\Gamma_i = \Gamma'_i$ 时 x 的可行域包含 $\Gamma_i = \Gamma''_i$ 的可行域, 因此 $f(\Gamma'_i) \geq f(\Gamma''_i)$ (若目标函数为最小化, 则有 $f(\Gamma'_i) \leq f(\Gamma''_i)$)。下文分析 x' 和 x'' 的鲁棒性: 若 x' 位于 $\Gamma_i = \Gamma''_i$ 的可行域内, 由于 $f(\Gamma'_i) \geq f(\Gamma''_i)$, 则 x' 必定是 $\Gamma_i = \Gamma''_i$ 所对应的线性优化问题的最优解, $\Gamma_i = \Gamma''_i$ 所对应的线性优化问题的最优解能满足 $\Gamma_i = \Gamma'_i$ 所对应的线性优化问题的所有约束; 若 x' 位于 $\Gamma_i = \Gamma''_i$ 的可行域外, 说明 $\Gamma_i = \Gamma'_i$ 所对应的线性优化问题的最优解不能满足 $\Gamma_i = \Gamma''_i$ 所对应的线性优化问题的所有约束。综上分析可得: $\Gamma_i = \Gamma''_i$ 所对应的线性优化问题的最优解的鲁棒性不差于 $\Gamma_i = \Gamma'_i$ 所对应的线性优化问题的最优解的鲁棒性。由上述分析可以看到, 要获得更好的结果就要面临更大的风险, 通过控制 Γ_i 的大小, 可以方便地

实现鲁棒最优解的最优性和鲁棒性之间的相互转化。

下文给出当 $\Gamma_i < |J_i|$ 时, 在不确定线性规划(1)–(3)的 SCK 模型的鲁棒最优解下, 每一个不等式约束被违反的概率上限的一个估计。

设当 $\Gamma_i < |J_i|$ 时, x^* 为不确定线性规划(1)–(3)的 SCK 模型的鲁棒最优解, 不确定参数 $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$ 相互独立。可以证明, 当 $x = x^*$ 时, 第 i ($i=1, \dots, m$) 个不等式约束被违反的概率的一个上限估计为^[21-23]:

$$P\left[\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^* > b_i\right] \leq \min_{\theta \geq 0} \exp\left[\sum_{j \in J_i} \log\left(\frac{\bar{a}_{ij}^U - \bar{a}_{ij} x_j^*}{\bar{a}_{ij}^U - \bar{a}_{ij}^L} e^{\theta \bar{a}_{ij}^L} + \frac{\bar{a}_{ij} x_j^* - \bar{a}_{ij}^L}{\bar{a}_{ij}^U - \bar{a}_{ij}^L} e^{\theta \bar{a}_{ij}^U}\right) - \theta(b_i - \sum_{j \in J_i} a_{ij} x_j^*)\right] \quad (12)$$

式中: $\bar{a}_{ij}^L = \min\{a_{ij}^L x^*, a_{ij}^U x^*\}$; $\bar{a}_{ij}^U = \max\{a_{ij}^L x^*, a_{ij}^U x^*\}$; θ 为非负实数。设 $P_{\min}(\theta)$ 为式(12)右边的函数, 则 $P_{\min}(\theta)$ 为一以 θ 为优化变量的单变量凸优化问题, 可用当前成熟的数学优化理论(如内点法)方便地求解。按照式(12)可以对鲁棒最优解的不可行程度进行初步的评估。

2 最小切负荷的 SCK 模型

对于一个有 $n+1$ 个节点(节点号为 $0, \dots, n$)、 m 条支路(支路号为 $1, \dots, m$)的系统, 假设节点 0 为平衡节点, 并等效为一有功出力为 g_0 的电源节点; 设节点 $1-n$ 的有功负荷量为 $d = [d_1, d_2, \dots, d_n]$ 、常规机组发电有功为 $g = [g_1, \dots, g_n]$ 、风电场有功出力为 $g_w = [g_{w_1}, g_{w_2}, \dots, g_{w_n}]$, 风电场的平均出力为 $E(g_w) = [\bar{g}_{w_1}, \bar{g}_{w_2}, \dots, \bar{g}_{w_n}]$, 节点切负荷量为 $r = [r_1, r_2, \dots, r_n]$; 设支路 $1-m$ 的允许的最大有功潮流为 $\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m]$ 、支路 $1-m$ 的有功潮流为 $f_L = [f_1, f_2, \dots, f_m]$; 设 $g_{i,\max}$ 、 $g_{i,\min}$ 分别为常规机组 i 的有功出力上下限; 设 $g_{w_i,\max}$ 、 $g_{w_i,\min}$ 分别为风

$$\text{电场 } i \text{ 的有功出力上下限; 设 } S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1n} \\ s_{21} & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{m1} & \cdots & \cdots & s_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n},$$

为特定网架结构下的支路–节点注入功率关联矩阵(即支路注入功率和节点注入功率间的关系矩阵, 可根据系统线路参数和网络结构求解得到), 则最小切负荷求解模型为如下所示的含不确定参数的线性

规划问题：

$$\min \sum_{i=1}^n r_i \quad (13)$$

$$g_0 = \sum_{i=1}^n (g_i + r_i + g_{w_i} - d_i) \quad (14)$$

$$f_L = S(g + r + g_w - d)^T \quad (15)$$

$$g_{i,\min} \leq g_i \leq g_{i,\max}, \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (16)$$

$$|f_L| \leq \Phi \quad (17)$$

$$0 \leq r_i \leq d_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (18)$$

$$g_{w_i,\min} \leq g_{w_i} \leq g_{w_i,\max}, E(g_{w_i}) = \bar{g}_{w_i}, \quad i = 1, \dots, n \quad (19)$$

风电场出力用区间和期望值的形式描述有以下 2 点好处：

1) 贴近工程实际，参数获取容易。风电场的出力受地理位置、天气、风力发电机(包括风力发电机的类型、数量、控制策略及其在风电场中的布局等)、调度等因素的影响，不同的风电场、甚至是同一风电场在不同时段的出力变化规律也不尽相同，因此用概率分布的方法去描述风电场的出力会使问题变得繁琐。而用区间(出力的上下限)和期望值来描述风电场的出力则具有通用性强的优点，模型建立简单。

2) 虽然区间结合期望值模型相对于区间模型只是仅仅多了期望值的信息，但是在该模型下能得到的关于电网规划方案的安全程度信息要多于基于区间模型所得。下文的算例很好地说明了这一点。

下文说明如何将式(13)–(19)转化为 SCK 模型的鲁棒对等模型。假设除了平衡节点以外其他常规机组出力方式确定，将式(14)、(15)分别代入式(16)、(17)可得以下不等式约束($i=1, \dots, m$):

$$\sum_{j=1}^n s_{ij} r_j + \sum_{j=1}^n s_{ij} g_{w_j} \leq \phi_i - \sum_{j=1}^n s_{ij} (g_j - d_j) \quad (20)$$

$$-\sum_{j=1}^n s_{ij} r_j - \sum_{j=1}^n s_{ij} g_{w_j} \leq \phi_i + \sum_{j=1}^n s_{ij} (g_j - d_j) \quad (21)$$

$$-\sum_{j=1}^n r_j - \sum_{j=1}^n g_{w_j} \leq g_{0,\max} + \sum_{j=1}^n (g_j - d_j) \quad (22)$$

$$\sum_{j=1}^n r_j + \sum_{j=1}^n g_{w_j} \leq -g_{0,\min} - \sum_{j=1}^n (g_j - d_j) \quad (23)$$

式中的不确定参数均为 g_{w_j} ($j=1, \dots, n$)，因此每个不等式约束的变化约束变量 Γ 应相等。设 J_w 为实际接有风电场的节点集合， $|J_w|$ 为集合 J_w 的元素个数，则 $\Gamma \leq |J_w|$ 。以式(20)为例来说明，因为：

$$\sum_{j=1}^n s_{ij} r_j + \sum_{j=1}^n s_{ij} g_{w_j} = [s_{i1} \cdots s_{in} g_{w_1} \cdots g_{w_n}] [r_1 \cdots r_n s_{i1} \cdots s_{in}]^T,$$

则 $[s_{i1} \cdots s_{in} g_{w_1} \cdots g_{w_n}]$ 可看作是式(2)中第 i 个不等式的参数 $[a_{i1} \cdots a_{in} a_{i(1+n)} \cdots a_{i2n}]$ ， $[r_1 \cdots r_n s_{i1} \cdots s_{in}]$ 可看作是式(2)中第 i 个不等式的决策变量 $[x_1 \cdots x_n x_{i(n+1)} \cdots x_{i,2n}]$ ，其中， $[x_{i(n+1)} \cdots x_{i,2n}] = [s_{i1} \cdots s_{in}]$ ，则不等式(20)的 SCK 模型的鲁棒对等模型为

$$\sum_{j=1}^n s_{ij} r_j + \Gamma z_i + \sum_{k \in J_w} p_{ik} \leq \phi_i - \sum_{j=1}^n s_{ij} (g_j - d_j) - \sum_{j=1}^n s_{ij} \bar{g}_{w_j} \quad (24)$$

$$z_i + p_{ik} \geq \max\{(g_{w_k,\min} - \bar{g}_{w_k})s_{ik}, (g_{w_k,\max} - \bar{g}_{w_k})s_{ik}\}, \quad \forall k \in J_w \quad (25)$$

$$z_i \geq 0, p_{ik} \geq 0, \forall k \in J_w \quad (26)$$

不等式(21)–(23)可用类似的方法转化为相应的 SCK 模型的鲁棒对等模型。如果需要考虑常规机组出力可调，即常规发电机组出力为决策变量的情形，其转化为相应的鲁棒对等模型的方法与上述过程类似。式(25)中， z_i 和 p_{ik} 是在鲁棒对等模型中引进的新的决策变量，并不具有物理意义。对于每个不等式约束，其 SCK 模型的鲁棒对等模型中均增加了 $1+|J_w|$ 决策变量、 $|J_w|$ 个线性不等式。在实际工程中，等效的风电场节点数目并不多，即 $|J_w|$ 不大。问题(13)–(19)的鲁棒对等模型为一确定性的线性规划模型，其求解规模与系统规模和系统中风电场数目相关。具体说来，问题(13)–(19)的鲁棒对等模型的决策变量有 $n_r + (1+|J_w|)(2m+2)$ 个(若考虑发电机组的调整作用，则共有决策变量 $n_g + n_r + (1+|J_w|)(2m+2)$ 个)，线性不等式约束有 $(1+|J_w|)(2m+2)$ 个。 n_r 为可切负荷的节点数， n_g 为出力可调整的发电机节点数， m 为系统的支路数。

假设 $r^* = [r_1^*, r_2^*, \dots, r_n^*]$ ，为式(13)–(19)鲁棒最优解，各风电场之间的出力相互独立，则不等式(20)被违反的概率的一个上限估计为

$$P[\sum_{j=1}^n s_{ij} r_j^* + \sum_{j=1}^n s_{ij} g_{w_j} > \phi_i - \sum_{j=1}^n s_{ij} (g_j - d_j)] \leq \min_{\theta \geq 0} \exp\left\{ \sum_{j \in J_w} \log\left(\frac{\tilde{g}_{ij}^{\max} - s_{ij} \bar{g}_{w_j}}{\tilde{g}_{ij}^{\max} - \tilde{g}_{ij}^{\min}} e^{\theta \tilde{g}_{ij}^{\min}} + \frac{s_{ij} \bar{g}_{w_j} - \tilde{g}_{ij}^{\min}}{\tilde{g}_{ij}^{\max} - \tilde{g}_{ij}^{\min}} e^{\theta \tilde{g}_{ij}^{\max}}\right) - \theta \left[\phi_i - \sum_{j=1}^n s_{ij} (g_j - d_j) - \sum_{j=1}^n s_{ij} r_j^*\right] \right\} \quad (27)$$

式中： $\tilde{g}_{ij}^{\max} = \max\{g_{w_j, \max} s_{ij}, g_{w_j, \min} s_{ij}\}$ ； $\tilde{g}_{ij}^{\min} = \min\{g_{w_j, \max} s_{ij}, g_{w_j, \min} s_{ij}\}$ 。其他类型的不等式约束被违反的概率的上限可用类似的方法进行估计。

3 算例测试

3.1 修正的 Garver'6 节点系统

以修正的 Garver's 6 节点系统进行测试，如图 1 所示。假设常规机组 1 为平衡机，4 个最小出力为 0 的风电场分别接入系统不同的 4 个节点。负荷(L₁—L₅)、发电机(所有常规发电机的最小出力均为 0)、风电场、系统支路参数如表 1—4 所示。其中表 4 中 n_{ij} 为支路 $i-j$ 间的线路数， r_{ij} 为支路 $i-j$ 间单条线路的电抗值， f_{ij} 为支路 $i-j$ 间单条线路功率上限。

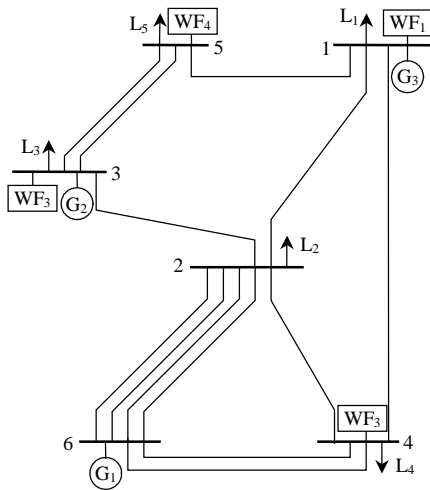


图 1 修正的 Garver6 节点系统规划网络结构图
Fig. 1 Configuration of modified Garver's network

表 1 负荷参数

Tab. 1 Parameters of loads

节点号	有功功率/MW
1	80
2	240
3	40
4	160
5	240

表 2 发电机参数

Tab. 2 Parameters of generators

节点号	最大出力/MW	正常出力/MW
1	150	50
3	360	165
6	600	—

1) 不考虑发电机调节作用。

本算例的 SCK 模型中共有 18 个不等式约束(参

表 3 风电场参数

Tab. 3 Parameters of wind farms

节点号	最大出力/MW	平均出力/MW
1	30	10
3	50	15
4	20	10
5	50	20

表 4 修正的 Garve'6 节点系统支路参数

Tab. 4 Parameters of lines in the modified Garver's 6-bus network

节点号	n_{ij}	r_{ij}	f_{ij}/MW
1-2	1	0.4	100
1-4	1	0.6	80
1-5	1	0.2	100
2-3	1	0.2	100
2-4	1	0.4	100
2-6	4	0.3	100
3-5	2	0.2	100
4-6	2	0.3	100

考式(20)–(23)), 其中如式(20)形式的不等式约束有 8 个, 分别记为式(20-1)–(20-8), 其被违反的概率的上限的一个估计(利用式(27)求解)记为 P_{20-1} – P_{20-8} 。同理, 其余 10 个不等式约束记为(21-1)–(21-8)、(22-1)、(23-1), 其被违反的概率的上限记为 P_{21-1} – P_{21-8} 、 P_{22-1} 、 P_{23-1} 。由第 1、2 节分析可知, Γ 为衡量系统中所有风电场有功出力变化范围的参数, 可取 0 到 $|J_w|$ 之间的任意实数, 为了说明方便, Γ 以 0.5 为间隔从 0.0 至 4.0 依次取值, 在 Γ 的每个不同的取值下, 对算例的 SCK 模型进行求解, 结果如表 5 所示(其中, 结果中没有标出的负荷表示该负荷完全保留下来, 结果中没有标出的不等式约束被违反概率表示该不等式约束在给定的最小切负荷方案下没有被违反)。

由 1.2 节分析可知, 通过控制 Γ 的大小, 可以方便地实现鲁棒最优解的最优性和鲁棒性之间的相互转化。表 5 的结果进一步验证了这一点, 即考虑风电场的变化范围(Γ)越大, 切负荷量就越大(经济性越差), 可靠性越好; 相反, 考虑风电场的变化范围(Γ)越小, 切负荷量就越小(经济性越好), 可靠性

表 5 测试结果

Tab. 5 Test results

Γ	L_5 的切负荷量/MW	P_{20-7}
0.0~2.5	0.000 0	0.164 0
3.0	1.403 8	0.123 6
3.5	1.782 3	0.105 3
4.0	2.160 0	0.000 0

越差。可以看到，SCK 模型除了能够给出最安全的切负荷方案以外，还能给出更多介于最可靠与最经济之间的切负荷方案，可以实现灵活决策。应用 SCK 模型能够初步给出各种切负荷方案下电网规划方案的可靠程度。对于本算例来说，只有不等式(20-7)约束存在被违反的可能，而 P_{20-7} 代表的是支路 3-5 流过功率越限的概率，因此支路 3-5 是整个规划方案的薄弱环节，假设支路 3-5 再架设一条输电线路，重复上述的测试，结果为 $I=0.0\sim 4.0$ 时，不用切除任何负荷，并且所有不等式约束均满足。

2) 考虑发电机调节作用。

当 $I=|J_w|$ 时，SCK 模型所得的结果是在鲁棒性最强的前提下，切负荷量最少的方案，并且还包括了相应的发电机出力方案。假设发电机机 2 和 3 出力可调，并且发电机 2 运行费用为 2 000 元/MW，发电机 3 运行费用为 1 000 元/MW。此时在 SCK 模型中，发电机 2 和 3 的出力作为决策变量处理。在本算例中，取 $I=4$ ，测试结果为：不切除任何负荷，发电机 2 的出力为 113.3333 MW，发电机 3 的出力为 46.6667 MW，所有不等式约束均满足。

3.2 修正的 46 节点系统

本算例为修正的巴西西南部 46 节点系统，46 节点系统原始数据来源于文献[24]，假设节点 16、17、19、20、42 接入风电场，接入节点 46 的发电机为平衡机，其中系统负荷、发电机、风电场以及支路数据分别如表 6—9 所示。

表 6 负荷参数

Tab. 6 Parameters of loads

节点号	有功功率/MW	节点号	有功功率/MW
2	443.1	26	231.9
4	300.7	33	229.1
5	238.0	35	216.0
8	72.2	36	90.1
12	511.9	38	216.0
13	185.8	40	262.1
20	1 091.2	42	1 607.9
22	81.9	44	79.1
23	458.1	45	86.7
24	478.2		

表 7 发电机参数

Tab. 7 Parameters of generators

节点号	最大		节点号	最大	
	出力/MW	正常出力/MW		出力/MW	正常出力/MW
14	1 257	944	31	700	400
16	2 000	1 100	32	500	450
17	1 050	1 000	34	748	300
19	1 670	900	37	300	212
27	220	200	39	600	221
28	800	300	46	900	—

表 8 风电场参数

Tab. 8 Parameters of wind farms

节点号	最大出力/MW	平均出力/MW
16	100	45
17	150	60
19	200	75
20	150	50
42	100	40

表 9 修正的 46 节点系统支路参数

Tab. 9 Parameters of lines in the modified 46-bus system

支路	n_{ij}	r_{ij}	f_{ij}/MW	支路	n_{ij}	r_{ij}	f_{ij}/MW	支路	n_{ij}	r_{ij}	f_{ij}/MW	支路	n_{ij}	r_{ij}	f_{ij}/MW
1-7	1	0.061 6	270	19-21	1	0.027 8	1 500	34-35	2	0.049 1	270	20-21	2	0.012 5	600
1-2	2	0.106 5	270	16-17	1	0.007 8	2 000	35-38	1	0.198 0	200	42-43	3	0.012 5	600
4-9	1	0.092 4	270	17-19	1	0.006 1	2 000	37-39	1	0.028 3	270	14-15	1	0.037 4	270
5-9	1	0.117 3	270	14-26	1	0.161 4	220	37-40	1	0.128 1	270	5-11	1	0.091 5	270
5-8	1	0.113 2	270	14-22	1	0.084 0	270	37-42	1	0.210 5	200	46-6	1	0.012 8	2 000
7-8	1	0.102 3	270	22-26	1	0.079 0	270	39-42	3	0.203 0	200	19-25	1	0.032 5	1 400
4-5	2	0.056 6	270	20-23	2	0.093 2	270	40-42	1	0.093 2	270	31-32	1	0.004 6	2 000
2-5	2	0.032 4	270	23-24	2	0.077 4	270	38-42	3	0.090 7	270	28-30	1	0.0058	2 000
8-13	1	0.134 8	240	26-27	2	0.083 2	270	32-43	1	0.030 9	1 400	26-29	3	0.054 1	270
9-14	2	0.175 6	220	24-34	1	0.164 7	220	42-44	1	0.120 6	270	24-25	2	0.012 5	600
12-14	2	0.074 0	270	24-33	1	0.144 8	240	44-45	1	0.186 4	200	29-30	2	0.012 5	600
14-18	2	0.151 4	240	33-34	1	0.126 5	270	19-32	1	0.019 5	1 800	40-41	1	0.012 5	600
13-18	1	0.180 5	220	27-36	1	0.091 5	270	46-19	1	0.022 2	1 800	2-3	1	0.012 5	600
13-20	1	0.107 3	270	27-38	2	0.208 0	200	46-16	1	0.020 3	1 800	5-6	2	0.012 5	600
18-20	1	0.199 7	200	36-37	1	0.105 7	270	18-19	1	0.012 5	600	9-10	1	0.012 5	600

1) 不考虑发电机调节作用。

P_1 代表的是支路 32-43 流过功率越限的概率, L_{42} 、 L_{44} 、 L_{45} 代表接入节点 42、44、45 的负荷。 Γ 以 0.5 为间隔从 0.0 至 5.0 依次取值, 在 Γ 的每个不同的取值下, 对算例的 SCK 模型进行求解, 结果如表 10 所示(其中, 结果中没有标出的负荷表示该负荷完全保留下来, 结果中没有标出的不等式约束被违反概率表示该不等式约束在给定的最小切负荷方案下没有被违反)。

表 10 测试结果
Tab. 10 Test results

Γ	L_{42} 的切负荷 量/MW	L_{44} 的切负荷 量/MW	L_{45} 的切负荷 量/MW	总切负荷 量/MW	P_1
0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	1.000
0.5	5.63	6.72	7.30	19.65	0.913
1.0	8.67	11.70	19.29	39.66	0.605
1.5	10.61	11.85	18.15	40.61	0.529
2.0	8.22	8.88	24.48	41.58	0.361
2.5	12.33	12.76	17.06	42.15	0.249
3.0	12.00	12.31	18.42	42.73	0.147
3.5	10.15	10.93	21.90	42.98	0.108
4.0	13.38	13.66	16.19	43.23	0.074
4.5	11.80	12.25	19.37	43.42	0.050
5.0	12.80	13.40	17.40	43.60	0.000

由表 10 可知, 支路 32-43 是整个规划方案的薄弱环节, 假设支路 32-43 再架设一条输电线路, 重复上述的测试, 结果为: $\Gamma=0.0\sim 5.0$ 时, 不用切除任何负荷, 并且所有不等式约束均满足。

2) 考虑发电机调节作用。

假设除了平衡机以外所有常规发电机组出力可调, 并且运行费用均为 2000 元/MW。取 $\Gamma=|J_w|=5$, 结果为不用切除任何负荷, 得到发电机出力方案, 如表 11 所示。

从上述 2 个算例测试结果可以看到: 可靠性和经济性是一对矛盾体, 要获得更好的结果就要面临

表 11 发电机出力方案

Tab. 11 Generation schedules

节点号	出力/MW	节点号	出力/MW
14	965.75	31	485.84
16	534.54	32	397.51
17	394.33	34	620.87
19	1 280.81	37	269.84
27	194.91	39	533.98
28	301.63		

更大的风险。当考虑风电场出力变化范围越完整时, 总的切负荷量就越多, 系统就越安全; 反之, 虽然总的切负荷量变少, 但是系统安全性有所降低。

4 结论

本文首次应用鲁棒线性优化理论来解决电网规划中最小切负荷问题, 并首次考虑了多个风电场并网运行的影响, 建立了相应的 SCK 模型。其中, 以出力上下限和出力平均值来描述风电场出力更贴近工程实际, 参数获取容易, 通用性强; 在不计及发电机出力可调的情况下, SCK 模型均能够给出最安全的切负荷方案, 除此以外还能给出更多介于最可靠与最经济之间的切负荷方案, 可以实现灵活决策; 在计及发电机出力可调的情况下, SCK 模型除了能够给出最安全的切负荷方案外, 还能给出相应的发电机出力方案; SCK 模型能够初步给出各种切负荷方案下电网规划方案的可靠程度。综上, 本文提出的电网规划中最小切负荷模型能够很好地衡量在多个风电场并网运行下已有电网规划方案的安全性, 为规划方案的正确制定提供更多的信息和更好的指导。

参考文献

- [1] Billinton R, Wangdee W. Reliability-based transmission reinforcement planning associated with large-scale wind farms[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2009, 22(1): 34-41.
- [2] Silva I J, Rider M J, Romero R, et al. Transmission network expansion planning considering uncertainty in demand[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2006, 21(4): 1565-1573.
- [3] Yang N, Wen F A. Chance constrained programming approach to transmission system expansion planning [J]. Electric Power Systems Research, 2005, 75(2-3): 171-177.
- [4] Carrion M, Arroyo J M, Alguacil N. Vulnerability-constrained transmission expansion planning: a stochastic programming approach[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2007, 22(4): 1436-1445.
- [5] Yu H, Chung C Y, Wong K P. A chance constrained transmission network expansion planning method with consideration of load and wind farm uncertainties [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2009, 24(3): 1568-1576.
- [6] 高赐威, 程浩忠, 王旭. 考虑场景发生概率的柔性约束

- 电网规划模型[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(11): 35-39.
- Gao Ciwei, Cheng Haozhong, Wang Xu. Electric power network flexible planning model based on the probability of scene occurrence[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(11): 35-39(in Chinese).
- [7] Jun H Z, Zhao Y D, Lindsay P, et al. Flexible transmission expansion planning with uncertainties in an electricity market[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2009, 24(1): 479-488.
- [8] Wang Zian, Alvarado F L. Interval arithmetic in power flow analysis[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1992, 7(3): 1341-1349.
- [9] 武鹏, 程浩忠, 屈刚. 电网规划中区间最小切负荷量的计算方法[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(22): 41-46. Wu Peng, Cheng Haozhong, Qu Gang. Algorithm to solve interval minimum load cutting problem for transmission planning[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(22): 41-46(in Chinese).
- [10] Peng W, Haozhong C, Jie X. The interval minimum load cutting problem in the process of transmission network expansion planning considering uncertainty in demand [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2008, 23(3): 1497-1506.
- [11] 朱海峰, 程浩忠, 张焰. 利用盲数进行电网规划的潮流计算方法[J]. 中国电机工程学报, 2000, 20(8): 74-78. Zhu Haifeng, Cheng Haozhong, Zhang Yan. Power flow analysis of electric power networks flexible planning by means of unascertained number[J]. Proceedings of the CSEE, 2000, 20(8): 74-78(in Chinese).
- [12] 程浩忠, 张焰, 严正, 等. 电力系统规划[M]. 北京: 中国电力出版社, 2008: 144-159. Cheng Haozhong, Zhang Yan, Yan Zheng, et al. Power system planning[M]. Beijing: China Electric Power Press, 2008: 114-159(in Chinese).
- [13] 金华征, 程浩忠, 杨晓梅. 基于联系数模型的电网灵活规划方法[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(12): 16-20. Jin Huazheng, Cheng Haozhong, Yang Xiaomei. Transmission network flexible planning based on connection number model[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(12): 16-20(in Chinese).
- [14] 张洪明, 廖培鸿. 输电网规划的灰色模型及算法[J]. 上海交通大学学报, 1995, 29(3): 20-25. Zhang Hongming, Liao Peihong. A grey optimization model of transmission network expansion[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 1995, 29(3): 20-25(in Chinese).
- [15] Huazheng J, Haozhong C. Flexible transmission network planning using the connection number[J]. European Transactions on Electrical Power, 2008, 18(3): 313-325.
- [16] 金华征, 程浩忠, 曾德君. 基于集对分析的柔性电网规划方法[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(3): 7-13. Jin Huazheng, Cheng Haozhong, Zeng Dejun. A novel method of flexible transmission network planning based on set pair analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(3): 7-13(in Chinese).
- [17] Soyster A L. Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming [J]. Operations Research, 1973, 21(5): 1154-1157.
- [18] Ben-Tal A, Nemirovski A. Robust optimization of uncertain linear programs[J]. Operations Research Letters, 1999, 25(1): 1-13.
- [19] Ben-Tal A, Nemirovski A. Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data[J]. Mathematical Programming, 2000, 88(3): 411-424.
- [20] Bertsimas D, Sim M. The price of robustness[J]. Operations Research, 2004, 52(1): 35-53.
- [21] Kang S C. Robust linear optimization using distributional information[D]. Boston: Boston University, 2008.
- [22] Hoeffding W. Probability inequalities for sums of bounded random variables[J]. Journal of the American Statistical Association, 1963, 58(301): 13-30.
- [23] 游煦. 概率论中几个不等式的推广及应用[J]. 北京石油化工学院学报, 2008, 16(1): 54-56. You Xu. The generalizations and applications of several inequalities in probabilistic theory[J]. Journal of Beijing Institute of Petro-chemical Technology, 2008, 16(1): 54-56(in Chinese).
- [24] Romero R, Monticelli A, Garcia A, et al. Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning[J]. IEEE Proceedings: Generation, Transmission and Distribution, 2002, 148(5): 482-488.



陈雁

收稿日期: 2011-07-23。

作者简介:

陈雁(1983), 男, 博士研究生, 研究领域为电力系统优化、运行与控制, Ychen_hust@163.com;

文劲宇(1970), 男, 教授, 博士生导师, 研究领域为大电网大机组安全稳定控制、储能与新能源并网、微网与舰船电力系统。

(责任编辑 刘浩芳)