

拦截机动目标的模糊导引律研究

萧昌美 张福恩

(哈尔滨工业大学控制工程系, 哈尔滨, 150001)

尔联结

(北京航空航天大学自动控制系, 北京, 100080)

FUZZY GUIDANCE LAW FOR INTERCEPTING MANEUVERING TARGET

Xiao Changmei, Zhang Fuen

(Department of Automatic Control, Harbin Institute of Technology, Harbin, 150001)

Er Lianjie

(Department of Automatic Control, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing, 100083)

摘 要 使用模糊方法研究了三维实际追逃问题的最小能量导引律问题。首先,通过对一些状态变量的定义域进行在线模糊分区,一方面,将非线性模型变为模糊 T-S 线性模型;另一方面,又能方便地处理目标的任意机动而引起的目标运动方向的变化。其次,利用 RH(Receding Horizon)控制方法和伴随技术,在目标作对抗性机动条件下,获得了一个有效拦截的导引律。数值仿真结果表明,由这种导引律导引的导弹能够精确拦截任意机动的目标。

关键词 三维追逃问题 最小能量导引 模糊分区

中图分类号 TP273.1, V249.1

Abstract A realistic three-dimensional pursuit-evasion game between a missile and an aircraft is considered by the fuzzy method, which not only reduces the nonlinear model into a linear one, but also deals with the changes of the evader's motion. Next, the study is conducted by employing the receding horizon control strategy and adjoint technique. An efficient and robust guidance law is derived, while the evader uses maneuvering strategy to avoid capture. Numerical simulation demonstrates that the missile guided by this law can intercept the randomly maneuvering evader precisely.

Key words pursuit-evasion problem in 3-dimensions, minimum energy guidance, fuzzy partitioning

较多文献研究了拦截机动目标的导引律问题^[1~3],大都采用简化或理想二维条件下的模型。但是这些方法有局限性,因为实际的空战发生在三维变速的条件下。Imado 通过在初始条件和导引律参数空间内进行大量的仿真,针对实际的质点模型,利用 PNG 和 APNG 研究了三维条件下的追逃问题^[4]。而假设目标的信息能被拦截者完全利用时,利用理想的精确非线性方程,则可得到最优导引律^[5]。在拦截任意机动目标时,对于拦截者来说,目标的未来机动方式是一种不确定性。而微分对策方法在实际的空战中,并不是有效的导引方法^[3]。

本文提出了一种模糊线性化方法,对一些状态变量的定义域进行模糊在线分区,将其分成一个局部空间序列。然后,将非线性方程在这一局部空间序列内进行模糊线性化,基于所得到的线性化方程,来设计作用于非线性系统的控制律,且能实时处理目标的任意机动带来的不确定性。

1 问题描述

利用实际的质点模型, 考察三维的追逃问题。图 1 为三维的拦截几何关系图。两个飞行器间的相对运动学关系为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}^a &= v_t \cos C_t \cos W_t - v_m \cos C_m \cos W_m \\ x(t_0) &= x_0 = R_0 \cos C_0 \cos W_0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}^a &= v_t \cos C_t \sin W_t - v_m \cos C_m \sin W_m \\ y(t_0) &= y_0 = R_0 \cos C_0 \sin W_0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\dot{z}^a = v_t \sin C_t - v_m \sin C_m, \quad z(t_0) = z_0 = R_0 \sin C_0 \quad (3)$$

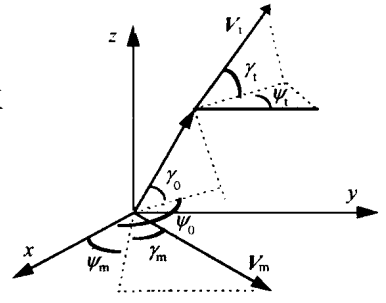


图 1 三维拦截几何图

其中: x, y, z 为惯性坐标系分量; v 为速度; C, W 为俯仰和方位角; R 为相对位移; 下标 t 表示目标; m 为追击者; 0 为初始值。

拦截者的方向由下式确定

$$\dot{C}_m = (a_p - g \cos C_m) / v_m, \quad C_m(t_0) = C_{m0} \quad (4)$$

$$\dot{W}_m = a_y / (v_m \cos C_m), \quad W_m(t_0) = W_{m0} \quad (5)$$

$$\dot{a}_p = (a_{pc} - a_p) / S, \quad a_p(t_0) = a_{p0} \quad (6)$$

$$\dot{a}_y = (a_{yc} - a_y) / S, \quad a_y(t_0) = a_{y0} \quad (7)$$

其中: g 为引力加速度; a_p, a_y, a_{pc}, a_{yc} 分别为导弹俯仰和方位加速度和其命令信号; 下标 p 为俯仰分量; y 为偏航或 y 分量; c 为控制命令信号。设拦截者的动力学环节为一阶惯性环节, 其时间常数为 S 。

从拦截者的角度看, 目标的运动方向只能在线估计得到, 故设

$$\dot{C} = f_1(A, W, G), \quad C(t_0) = C_0 \quad (8)$$

$$\dot{W} = f_2(A, W, G), \quad W(t_0) = W_0 \quad (9)$$

控制的目的是使控制能量和脱靶量的组合最小, 即

$$J = X_f^T S_f X_f + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} u^T(t) R_p u(t) dt, \quad S_f > 0, R_p > 0 \quad (10)$$

其中: $X_f = [x(t_f) \ y(t_f) \ z(t_f)]^T$; $u = [a_{pc} \ a_{yc}]^T$; t_f 为终端时间。

2 在线模糊分区线性化方法

模糊控制系统的设计方法是一种局部设计方法, 因拦截的初始条件和目标机动方式有较大的任意性, 若用离线的模糊模型方法, 会导致较多的模型, 本文将非线性函数中的状态变量定义域模糊在线分为一个局部空间序列, 而得到逼近原系统的模糊线性模型。如, 令非线性函数为变量 $x_1(t), x_2(t)$ 的函数, 令 $E > 0$ 为第 i 个变量的局部区间大小。若 $\hat{u}_{x_i}(t) \hat{u} < E$ ($i=1$ 和 2), 则变量 $x_1(t), x_2(t)$ 在一个局部区间 $\delta_j (j=1, 2, \dots)$ 内。若 $\hat{u}_{x_i}(t) \hat{u} < E$ ($i=1$ 或 2) 不满足, 则 $x_1(t), x_2(t)$ 切换进入另一个局部区间 δ_{j+1} 。

模糊规则是针对组成非线性函数的自变量开关点的切换, 从而得到模糊线性模型的切换。令隶属度函数为

$$L_{ij}(x_i) = 1 - \frac{\hat{u}_{x_i} - x_{ij} \hat{u}}{E} \quad (11)$$

其中: x_i 为第 i 个自变量, x_{ij} 为其第 j 个开关点, $u_{ij}(x_i)$ 为其第 j 个隶属度函数。第 i 个自变

量在第 j 个区间内的模糊开关点为

$$x_{mij} = x_{ij} L_{ij}(x_i) + (1 - L_{ij}(x_i))(x_{ij} + E \text{sign}(x_i - x_{ij})) \quad (12)$$

其中: $\text{sign}(x)$ 为符号函数, 模糊开关点为式(11)中相应隶属度函数的函数。在非线性方程式(1)~式(9)中, 非线性项仅为变量 a_y, C_m, W 和 G, W 的函数。下面通过对这些变量的定义域在线模糊划分的方法, 将其划分为一个局部区间的序列, 在一个局部区间内, 在模糊开关点进行泰勒展开来模糊线性化非线性方程。在一个局部区间内, 模糊线性化方程为

$$\dot{x}^a = v_m \sin C_{mi} \cos W_i \$ C_m + v_m \cos C_{mi} \sin W_i \$ W_i - v_t \sin G_i \cos W \$ G - v_t \cos G_i \sin W \$ W + v_t \cos G_i \cos W_i - v_m \cos C_{mi} \cos W_i \quad (13)$$

$$\dot{y}^a = v_m \sin C_{mi} \sin W_i \$ C_m - v_m \cos C_{mi} \cos W_i \$ W_i - v_t \sin G_i \sin W \$ G + v_t \cos G_i \cos W \$ W + v_t \cos C_{ti} \sin W - v_m \cos C_{mi} \sin W_i \quad (14)$$

$$\dot{z}^a = -v_m \cos C_{mi} \$ C_m + v_t \cos G_i \$ G - v_m \cos C_{mi} + v_t \cos G_i \quad (15)$$

$$\dot{\$ C}_m^a = g \sin C_{mi} \$ C_m / v_m + a_p / v_m - g \cos C_{mi} / v_m \quad (16)$$

$$\dot{\$ W}_i^a = a_y / (v_m \cos C_{mi}) + a_y \sin C_{mi} \$ C_m / (v_m \cos^2 C_{mi}) \quad (17)$$

$$\dot{a}_p^a = -a_p / S + a_{pc} / S \quad (18)$$

$$\dot{a}_y^a = -a_y / S + a_{yc} / S \quad (19)$$

其中: $a_{yi}, C_{mi}, W_i, G_i, W_i$ 为具有式(12)形式的模糊开关点。

从拦截者的角度看, 目标的航向角 G, W 仅能在线估计得到, 且目标的未来运动方式未知。故假设目标在一个局部区间内, 其俯仰与偏航角方向上的控制为零。

$$\dot{\$ G}^a = 0 \quad (20)$$

$$\dot{\$ W}^a = 0 \quad (21)$$

令 $X = [x \ y \ z \ \$ C_m \ \$ W_i \ a_p \ a_y \ \$ G \ \$ W]^T$, 则方程式(13)~式(21) 写为

$$\dot{X}^a = A(t)X + B(t)u + C(t) \quad (22)$$

其中: $u = [a_{pc} \ a_{yc}]^T$; $A(t), B(t), C(t)$ 为式(12)中模糊开关点的函数。

目标运动方向的变化, 通过模糊线性化方程的在线逼近, 实时地反应于控制规律中。目标大范围的机动, 通过基于开关点的模型切换得到处理。

3 三维导引律设计

3.1 局部区间内的导引律设计

式(22)所代表的模型为一个时变的两点边值问题, 本文用 RH(Receding Horizon) 的控制方法和伴随技术来求解。式(10)中只有状态变量 x, y, z 在拦截终点时受到约束, 则伴随矩阵 $M(t)$ 满足

$$\dot{M}(t) = -A^T(t)M(t) \quad (23)$$

且
$$M^T(t_f) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

令
$$Q(t) = M^T(t)X(t) + \int_t^{t_f} M^T(S)C(S)dS \quad (25)$$

则
$$Q(t_f) = M^T(t_f)X(t_f) = [x(t_f) \ y(t_f) \ z(t_f)]^T \quad (26)$$

对式(25)两边微分,与式(22)一起有

$$\dot{G}(t) = M^T(t)B(t)u(t) \quad (27)$$

性能指标变为
$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} u^T(t)R_p u(t)dt + G^T(t_f)S_f Q(t_f) \quad (28)$$

哈密尔顿函数为

$$H = \frac{1}{2}u^T(t)R_p u(t) + K(t)[M^T(t)B(t)u(t)] \quad (29)$$

由最大值准则 $\delta H / \delta u(t) = 0$, 则

$$u(t) = -R_p^{-1}B^T(t)M(t)K(t) \quad (30)$$

又 $\delta H / \delta G(t) = 0$ 且 $K(t) = S_f Q(t_f)$ 则存在

$$K(t) = S_f Q(t_f) \quad (31)$$

则最优控制函数为

$$u^*(t) = -R_p^{-1}(t)B^T(t)M(t)S_f Q(t_f) \quad (32)$$

将式(32)带入式(27)且对式(27)从 t 至 t_f 积分,有

$$S_f Q(t_f) = [S_f^{-1} + \int_t^{t_f} (M^T(S)B(S)R_p^{-1}(S)B^T(S)M(S)dS)]^{-1}G(t) \quad (33)$$

由式(25), 式(32)和式(33), 有

$$u^*(t) = -R_p^{-1}(t)B^T(t)M(t)[S_f^{-1} + \int_t^{t_f} (M^T(S)B(S)R_p^{-1}(S)B^T(S)M(S)dS)]^{-1}\{M^T(t)X(t) + \int_t^{t_f} M^T(S)C(S)dS\} \quad (34)$$

将由方程式(23), 式(24)解出的 $M(t)$, 式(22)中的 $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ 带入式(34), 则得到了一个局部区间内的反馈控制律

$$u^*(t) = K(t)X(t) + K_1(t) \quad (35)$$

其中: $K(t) = N(t)M^T(t)$; $K_1(t) = N(t) \int_t^{t_f} M^T(S)C(S)dS$; $N(t) = -R_p^{-1}(t)B^T(t)M(t)[S_f^{-1} + \int_t^{t_f} (M^T(S)B(S)R_p^{-1}(S)B^T(S)M(S)dS)]^{-1}$ 。

式(34)中的终端时间 t_f 采用奇异摄动方法来估计。在一个局部区间内, 基于模糊线性化方程, 得到了最优反馈控制律。利用 RH 控制概念将其扩展至整个状态变量的整个定义域上。

3.2 利用 RH 控制概念设计全区间导引律

RH(receding horizon)控制^[3], 即解一系列有限区间的控制问题(如 3.1 节所示), 其最基本的参数为区间的长度 t_H 。RH 方法分为两步: 首先在一个时间长度为 t_H 的区间内, 设计一个最优控制律 u_i (如 3.1 节所示); 然后将其作用在时间长为 t_i 区间上(其中 $t_i \leq t_H$), 这两个时间区间的初始条件一样。在这个小区间结束时, 另外一个固定的 RH 控制又被求解, 并应用于下一个区间 t_{i+1} 内。

这样得到的一个控制序列, 每个均开始于一个新的初始条件集合, 每个区间获得的控制依赖于当前区间状态变量, 从而得到整个区间的反馈控制律。

3.3 反馈算法

常量, 定义 $d_{ij} = \hat{u}_y y_i - y_{ij} \hat{u}$, $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, 3, \dots$ 。基于 3.1 节和 3.2 节的结果, 给出下面的反馈算法。

- (1) 利用零阶奇异摄动方法估计拦截直线飞行目标的终端时间 t_r , 令 $t_n = B t_r$, $0 < B < 1$;
- (2) 令 $Y = [C_m \quad W_m \quad a_y \quad G \quad W]^T$, 对 Y 的所有变量 y_i , 当 $d_{ij} < E$ 满足时, 将式(35)给出的最优控制律作用于原始的非线性系统, 直至有一个 $d_{ij} < E$ 不满足;
- (3) 若有一个 $d_{ij} < E$ 不满足 (E 是局部区间的大小, 其值可相同, 可不同), 则切换进入另一个局部区间内。返回步骤(1), 利用相应局部区间内的线性模型, 设计作用于原系统的最优导引律;
- (4) 重复(1)~(3)步, 直至命中目标。

基于局部区间的模糊线性模型, 获得了作用于非线性变量子空间的反馈控制律。

3.4 估计 t_r

利用奇异摄动技术来估计 t_r 。在一个局部区间内, 设目标为直线飞行, 即目标的运动信息已知。在这种情况下, 文献[5]证明了最优拦截轨迹在一个平面内。故可以用平面上估计 t_r 的奇异摄动技术来估计 t_r 。在每个局部区间, 其估算算法为

$$t_r = R \cos N [v_m + v_t \cos(N + F)] \tag{36}$$

其中:
$$N = \arcsin(v_t \sin F / v_m) \tag{37}$$

$$F = \arccos[-\cos C \cos G \sin(W - W) - \sin C \sin G] \tag{38}$$

其中: C, W 为视线在俯仰与偏航方向的角度。其证明见附录 A 所示。

4 数值仿真

利用获得的导引律, 选择目标的几种机动情况, 进行了仿真。APNG 机动策略对于目标来说, 是一个较好的机动逃逸选择。假设目标采用 APNG 机动策略在俯仰-方位平面以任意角度 G 旋转视线, 来躲避目标的攻击。目标的数学模型和机动策略如文献[4]所示。在不同的初始条件下, 角 G 在 $-180^\circ \sim 180^\circ$ 的范围内任意变化。据文献[4], 大的脱靶量主要在 $G = \pm 90^\circ$ 和 $\pm 180^\circ$ 附近产生。本文选择 $G = 90^\circ, G = -180^\circ, G = 40^\circ, G = -35^\circ$ 在不同的初始条件进

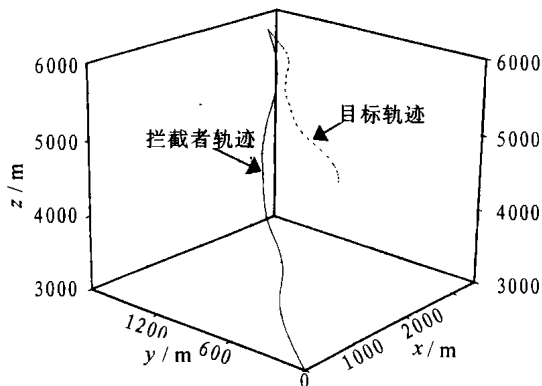


图2 三维拦截轨迹图

$x_{t0} = 3000m, y_{t0} = 1000m, z_{t0} = 4000m, G = -180^\circ,$
 $\angle \omega_0 = 90^\circ, K = 20^\circ, W = 20^\circ, MD = 2.12m$

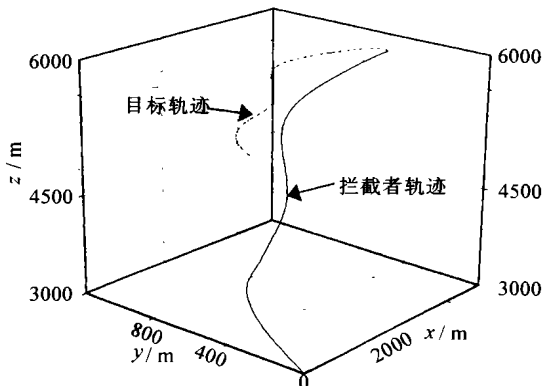


图3 三维拦截轨迹图

$x_{t0} = 3500m, y_{t0} = 1000m, z_{t0} = 4500m, G = -35^\circ,$
 $\angle \omega_0 = 0^\circ, K = 20^\circ, W = 40^\circ, MD = 1.7m$

行仿真, 其三维的拦截轨迹图见图 2~图 5 所示。图题中的 MD 为脱靶量。拦截者采用本文设计的最优导引律导引, 目标采用 APNG 机动策略躲避攻击, N_e 为其比例常数, 本文取为

4. 仿真时的有关标称参数为^[4] $v_t = 290\text{m/s}$, $S_A = 0.2\text{s}$, $v_m = 600\text{m/s}$, $a_{\text{max}} = 30g$, $x_m = 0\text{m}$, $y_m = 0\text{m}$, $z_m = 3000\text{m}$, $C_m = 50^\circ$, $W = 60^\circ$, $S = 0.3\text{s}$ 。在仿真时,对追击者来说,仅能测得目标的当前信息,目标的未来机动未知。从这几种情况的仿真结果来看,本文所设计的最优导引律,能够拦截三维空间的任意机动目标,且对初始条件的约束要求很少,能够大大地降低拦截任意机动目标时的脱靶量,是一种有效且具有鲁棒性的导引律。

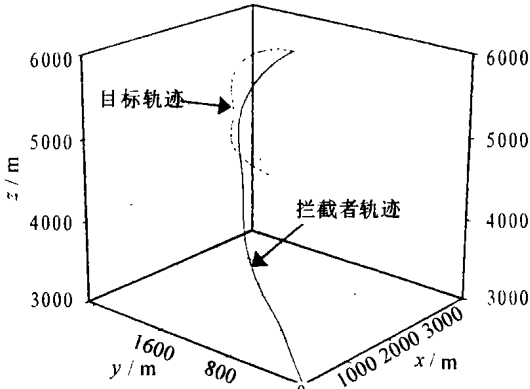


图 4 三维拦截轨迹图

$x_{t0} = 3500\text{m}$, $y_{t0} = 2000\text{m}$, $z_{t0} = 4000\text{m}$, $G = 40^\circ$,
 $\zeta_{t0} = 90^\circ$, $K_t = 20^\circ$, $W = 120^\circ$, $MD = 1.73\text{m}$

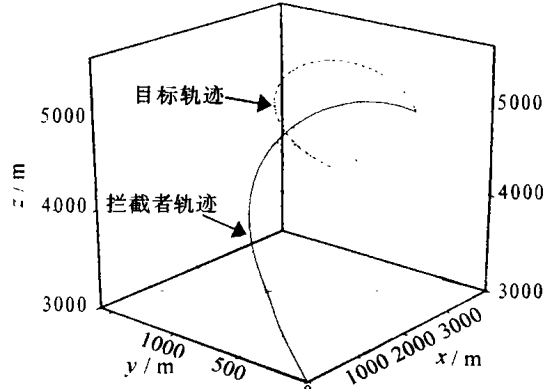


图 5 三维拦截轨迹图

$x_{t0} = 3500\text{m}$, $y_{t0} = 2000\text{m}$, $z_{t0} = 4000\text{m}$, $G = -90^\circ$,
 $\zeta_{t0} = 180^\circ$, $K_t = 20^\circ$, $W = 100^\circ$, $MD = 1.88\text{m}$

附录 A

采用奇异摄动技术来估计终端时间 t_f , 附图 1 为其几何关系图。

从图中的几何关系有

$$F = \arccos[-\cos C \cos C_s \sin(W - W) - \sin C \sin C_t] \quad (A1)$$

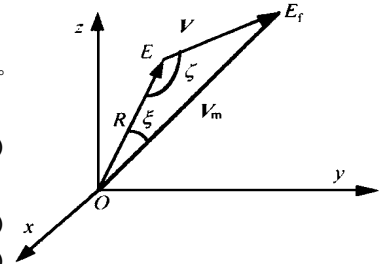
在三角形 $\triangle EOE_f$ 中, 有

$$\sin N v_t = \sin F / v_m \quad (A2)$$

则 $N = \arcsin(v_t \sin F / v_m)$ (A3)

由奇异摄动技术, 终端时间为

$$t_f = R \cos N [v_m + v_t \cos(N + F)] \quad (A4)$$



附图 1 三维情况下估计 t_f 的几何关系图

参 考 文 献

- Guelman M, Shinar J. Optimal guidance law in the plane. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1994, 17(4): 471~476
- Idan M, Golan O M, Guelman M. Optimal planar interception with terminal constraints. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1995, 18(6): 1273~1279
- Shinar J, Glizer V J. Application of receding horizon control strategy to pursuit-evasion problems. Optimal Control Applications & Methods, 1995, 16: 127~141
- Imado F. Some aspects of a realistic 3D pursuit-evasion game. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1993, 16(2): 289~293
- Guelman M, Idan M, Golan O M. Three-dimensional minimum energy guidance. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1995, 31(2): 835~841