

基于熵权和改进 TOPSIS 法的装备费效评估^{*}

夏璐,高虹霓

(空军工程大学 导弹学院,陕西 三原 713800)

摘要:针对装备的采办方案,运用了具有一定适应性的熵系数模型,推导出了计算各属性权重的代数公式,然后运用改进的 TOPSIS 法对备选方案进行优劣排序,避免了逆序问题的产生.通过对装备费效关系的评估,证明该模型和方法是实用有效的.

关键词:权重;熵;改进 TOPSIS 法;费效

中图分类号: C934; F224.5

文献标识码: A

文章编号: 1006-0707(2009)06-0041-03

当代战争中装备的技术化程度越来越高,性能越来越优.然而性能越高,装备的采办及维护费用也相应越高.所以在装备的采办过程中,要认真权衡每种可选装备的效能和购置、使用费用,并从中找出一个最佳方案.

装备的每种属性权重的大小对于方案的排序有着很大的影响.目前,权重的确定方法主要有两种:一种是主观赋权法,它根据决策者的主观偏好或决策者直接根据经验给出属性权重,例如层次分析法、德尔菲法等;另一种是客观赋权法,它根据决策矩阵的信息建立一定的数学模型计算出权重系数,例如多目标最优化方法、熵法等.此外,对于方案信息进行排序和择优的方法也有很多,如加权法和 TOPSIS 法、基于估计相对位置的方案排队法、ELECTRE 法等.

为此,针对装备的采办方案,本文中运用了一种具有适应性的求解客观权重的熵系数模型来计算装备的各个费用和效能属性的权重,可以解决一般熵系数模型权重分配不具有适应性和权重差别程度过大的问题;再利用改进的 TOPSIS 法对方案进行排序,避免产生逆序问题,从而找出最优方案.通过这种费效评估的过程,可合理地进行装备的采办决策.

1 属性权重研究

1.1 数据的预处理

数据的预处理又称属性值的规范化,其本质是给出某个指标的属性值在决策人评价方案优劣时的实际价值.常用的数据预处理方法主要有线性变换、标准 0-1 变换、最优值为给定区间时的变换、向量规范化、原始数据的统计

处理和专家打分数据等等^[1].为此,拟采用如下的数学模型对原始决策矩阵进行预处理.

具体方法是:将原始的决策矩阵 $A = (a_{ij})_{m \times n}$ 转换成规范化矩阵 $C = (c_{ij})_{m \times n}$.其中

$$c_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_j^{\max}}, j \in J_1 \quad (1)$$

$$c_{ij} = \frac{a_j^{\min}}{a_{ij}}, j \in J_2 \quad (2)$$

式中, J_1 为效益型属性, J_2 为成本型属性, $a_j^{\max} = \max\{a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj}\}$, $a_j^{\min} = \min\{a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj}\}$, $j = 1, 2, \dots, n$.

经过式(1)、式(2)变换后,属性值最差不一定为 0,最佳为 1.

1.2 熵系数模型计算属性权重

熵(Entropy)的概念源于热力学,后由香农(C. E. Shannon)将其引入信息论,从而熵具有了更为广泛的涵义.按照熵的思想,决策精度和可靠性的大小是由决策中获得信息量的多少和质量决定的,而熵就是用来度量获取的数据所提供的有用信息量^[2].

根据信息熵的定义与原理,当系统处于几种不同状态,且每种状态出现的概率为 p_i ($i = 1, 2, \dots, q$) 时,系统的熵为

$$E = - \sum_{i=1}^q p_i \log p_i \quad (3)$$

熵值 E 是系统不确定性的量度,当系统处于各种状态的概率相等,即 $p_i = 1/q$ 时,其熵值取得最大值.显然,属性熵值越大,该属性在各个方案上的取值与该属性的最优值间的差异程度就越小,即越接近最优值^[3].

在上述熵概念的基础上,可以定义一个具有适应性的

* 收稿日期:2009-03-09

作者简介:夏璐(1985—),男,安徽无为,人,硕士研究生,主要从事装备管理与决策研究;高虹霓(1966—),女,陕西宝鸡人,副教授,硕士生导师,主要从事装备管理与决策研究.

熵^[4]. 对于规范化矩阵 $C = (c_{ij})_{m \times n}$, 第 j 个属性的熵定义为

$$h_j = - E_j \tag{4}$$

式中, $E_j = - \sum_{i=1}^m (c_{ij} \ln c_{ij}) / \ln m$, 为常数 ($\max\{E_1, E_2, \dots, E_j, \dots, E_n\}$).

在此定义基础上可以建立求解客观权重的熵系数模型

$$\begin{cases} \min z = W^T KW, \\ \text{s.t. } e^T W = 1, \\ w_j \geq 0 \end{cases} \tag{5}$$

式中, $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$. K 为 $n \times n$ 对角矩阵, 对角线元素 $k_{jj} = - E_j (k_{jj} > 0; j = 1, 2, \dots, n; \text{其余元素为零})$.

将式(5)转换成代数形式得到式(6)

$$\begin{cases} \min z = \sum_{j=1}^n w_j^2 (- E_j), \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^n w_j = 1, \\ w_j \geq 0 \end{cases} \tag{6}$$

运用拉格朗日乘数法对式(6)求解, 设 $L = \sum_{j=1}^n w_j^2 (- E_j) - 2(\sum_{j=1}^n w_j - 1)$, 则有

$E_j) - 2(\sum_{j=1}^n w_j - 1)$, 则有

$$\frac{\partial L}{\partial w_j} = 2w_j(- E_j) - 2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = - 2(\sum_{j=1}^n w_j - 1) = 0$$

化简后可得

$$w_j = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{- E_j}} \tag{7}$$

该熵系数模型具有一定的适应性, 决策者可以通过设定系统参数的大小来调节属性之间的权重差别程度. 越小, 表明系统属性权重差别越大; 反之亦然.

2 决策排序研究

TOPSIS 法是借助多属性问题的理想解和负理想解给方案集中排序, 即通过比较各种方案到“理想点”的距离来排序. 所谓理想解^[5], 是一设想的最好解, 它的各个指标值都达到备择方案中相应指标的最好值; 而负理想解^[5]则是一设想的最坏解, 它的各指标值都达到备择方案中相应指标的最坏值.

传统 TOPSIS 法使用的是“相对理想解”和“相对负理想解”, 容易产生逆序问题, 而且如果两个方案点与“相对理想解”和“相对负理想解”欧式距离十分接近, 则它们的评价指数将十分接近. 为此, 可构造虚拟的“绝对理想解”点和“绝对负理想解”点来解决这个问题^[6-7].

设 $b_j^+ = \max\{c_{ij}\} (i = 1, 2, \dots, m)$ 为相对理想解, $b_j^- = \min\{c_{ij}\} (i = 1, 2, \dots, m)$ 为相对负理想解; c^+, c^- 是 b^+ 和

b^- 延长线上的两个点. 令 $|c^- b^-| = |b^- b^+| = |b^+ c^+|$, 其中 $c_j^+ = 2b_j^+ - b_j^-$, $c_j^- = 2b_j^- - b_j^+$, 则 c_j^+, c_j^- 分别为虚拟的绝对理想解和绝对负理想解, 记为 $C^+ = (c_1^+, c_2^+, \dots, c_j^+, \dots, c_n^+)$, $C^- = (c_1^-, c_2^-, \dots, c_j^-, \dots, c_n^-)$. 所以, 每个方案到绝对理想解的加权距离为

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n w_j^2 (c_{ij} - c_j^+)^2} \tag{8}$$

每个方案到绝对负理想解的加权距离为

$$d_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n w_j^2 (c_{ij} - c_j^-)^2} \tag{9}$$

各方案的排队指示值(即综合评价指数)为

$$D_i = d_i^- / (d_i^+ + d_i^-) \tag{10}$$

因此, $D_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 值大的, 对应的方案就较为优越.

3 计算步骤

步骤 1 利用式(1)、式(2)将原始的决策矩阵 $A = (a_{ij})_{m \times n}$ 转换成规范化矩阵 $C = (c_{ij})_{m \times n}$;

步骤 2 根据实际情况设定 θ 值, 利用式(7)计算出各属性的权重 w ;

步骤 3 求出绝对理想解 C^+ 和绝对负理想解 C^- , 结合式(8)、式(9)计算出每个方案到绝对理想解和绝对负理想解的加权距离 d_i^+, d_i^- ;

步骤 4 利用式(10)计算 D_i , 并按其数值大小对方案进行优劣排序, 数值大的方案应优先考虑选择.

4 装备费效评估

设待评估的几种防空装备为 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 , 已知它们某些单项效能指标及投入费用^[8], 现对其进行费效关系评估. 假设几项指标分别为: 装备生产费用(万元) G_1 、发现目标能力 G_2 、毁伤目标能力 G_3 、自身生存能力 G_4 、一次战斗损耗费用(元) G_5 以及电子战能力 G_6 , 如表 1 所示.

表 1 各装备单项指标统计

指标 装备	$G_1/万元$	$G_2/%$	$G_3/%$	$G_4/%$	$G_5/元$	G_6
A_1	1 894.7	39.3	20.5	50.1	3 200	0.6
A_2	1 157.2	37.6	17.2	48.5	1 600	0.4
A_3	1 532.6	63.0	12.3	38.3	3 200	1.0
A_4	705.1	31.6	22.1	43.6	2 400	0.5
A_5	963.9	29.1	16.4	30.5	2 400	0.8

表 1 中数据经过式(1)、式(2)处理可以转化成下面的规范化矩阵

$$C = \begin{pmatrix} 0.3721 & 0.6238 & 0.9276 & 1.0000 & 0.5000 & 0.6000 \\ 0.6093 & 0.5968 & 0.7783 & 0.9681 & 1.0000 & 0.4000 \\ 0.4601 & 1.0000 & 0.5566 & 0.7645 & 0.5000 & 1.0000 \\ 1.0000 & 0.5016 & 1.0000 & 0.8703 & 0.6667 & 0.5000 \\ 0.7315 & 0.4619 & 0.7421 & 0.6088 & 0.6667 & 0.8000 \end{pmatrix}$$

由矩阵 C 中元素 c_{ij} 可以算出 E_j 的值,令 $\alpha = 0.9$, 则利用式 (7) 可计算出各属性权重

$$W = (0.2192, 0.2953, 0.06642, 0.05357, 0.1968, 0.1687)^T$$

根据绝对理想解和绝对负理想解的定义很容易求得

$$C^+ = (1.6279, 1.5381, 1.4434, 1.3912, 1.5000, 1.6000)$$

$$C^- = (-0.2558, -0.0762, 0.1132, 0.2176, 0, -0.2000)$$

进而求出 d_1^+ 、 d_2^+ 、 d_3^+ 、 d_4^+ 、 d_5^+ 的值分别为 0.4663、0.4246、0.3799、0.4190、0.4343, d_1^- 、 d_2^- 、 d_3^- 、 d_4^- 、 d_5^- 的值分别为 0.3070、0.3578、0.4218、0.3752、0.3463。

最后通过式 (10) 计算出各方案的综合评价指数 $D_1 = 0.3970$, $D_2 = 0.4573$, $D_3 = 0.5261$, $D_4 = 0.4724$, $D_5 = 0.4436$, 所以,五个方案的优劣排序为: $A_3 > A_4 > A_2 > A_5 > A_1$ 。

通过上述装备费效关系的评估过程,证明了熵系数模型能得出较为合理的属性权重。再由改进的 TOPSIS 法对各方案进行优劣排序,得出方案 3 中的装备具有最佳费效关系,即方案 3 为最优选择方案。

5 结束语

对装备进行费效评估时要涉及到装备各属性的权重确定问题,而确定属性权重的方法一直是多属性决策的热点。带有可调节参数的熵系数模型可以根据实际的决策

需要,设定相应的值,从而使客观的熵模型能在一定程度上体现主观的意愿,使主观与客观较好地结合起来。此外,在方案排序中使用了改进的 TOPSIS 法,能尽可能地避免出现逆序问题,使决策者能够选取较优方案,得出正确的装备费效评估结果。

参考文献:

- [1] 岳超源. 决策理论与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [2] 陈晓红,徐选华,曾江洪. 基于熵权的多属性大群体决策方法 [J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(7): 1086 - 1089.
- [3] 刘业政,徐德鹏,姜立春. 多属性群决策中权重自适应调整的方法 [J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(1): 45 - 48.
- [4] 吴坚,梁昌勇,李文年. 基于主观与客观集成的属性权重求解方法 [J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(3): 383 - 387.
- [5] 朱海平,邵新宇,张国军. 求解多准则决策问题指标权重的二次规划方法 [J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(4): 566 - 569.
- [6] 谭旭,高妍方,陈英武. 区间型多属性决策求解新方法 [J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(7): 1082 - 1085.
- [7] 陈伟. 关于 TOPSIS 法应用中的逆序问题及消除的方法 [J]. 运筹与管理, 2005, 14(10): 50 - 54.
- [8] 李凡,姚光仑. 最优线性分派法的防空武器系统费效分析 [J]. 火力与指挥控制, 2005, 30(增刊): 95 - 97.

(上接第 40 页)

4 结束语

本文中主要研究了 UUV 协同探测行动的一般过程。首先给出了 UUV 协同网络的概念,分析了 UUV 协同探测的指挥过程。在此基础上,根据 UUV 协同网络结构的不同,描述了不同 UUV 协同网络的不同探测行动过程。本文中着眼于水下装备发展的前沿,从实际应用出发,分析了 UUV 协同探测行动的一般过程,具有一定的参考价值。

参考文献:

- [1] Schofield O. Ocean Research Interactive Observatory Networks [R]. San Juan, Puerto Rico: Rutgers University, 2004.
- [2] Sousa J B, Pereira F L, Souto P F, et al. Distributed sensor

and vehicle networked systems for environmental applications [A]. Environment 2010: Situation and Perspectives for the European Union [C]. Porto, Portugal: University of Porto, 2003.

- [3] 张跟鹏,刘忠,田晓东. 基于 UUV 组群的水下协同探测搜索与仿真 [J]. 兵工自动化, 2007, 26(4): 62 - 64.
- [4] 朱永建. 浅谈水声通信在对潜通信中的应用 [J]. 舰船电子工程, 2003(3): 51 - 52.
- [5] 蔡惠智,刘云涛,蔡慧. 水声通信及其研究进展 [J]. 物理, 2006, 35(12): 1038 - 1042.
- [6] 许真珍,封锡盛. 多 UUV 网络的研究现状与发展 [J]. 机器人, 2007, 29(2): 186 - 192.
- [7] 郭雷,许晓鸣. 复杂网络 [M]. 上海: 上海科技教育出版社, 2006.
- [8] 唐钟,李磊民,吴坚. 移动机器人小队的队形控制 [J]. 西南科技大学学报, 2003, 18(1): 7 - 10.