

SART 算法在 TGS 透射数据分析中的应用

周志波, 甘霖, 隋洪志, 王仲奇

(中国原子能科学研究院 核保障重点实验室, 北京 102413)

摘要: 本文针对层析 γ 扫描(TGS)装置连续扫描模式的特点, 将 SART 算法应用到透射数据的分析方法中, 并讨论了算法中各参数的计算方法, 最后用蒙特卡罗模拟实验对方法的合理性进行了验证。在中低密度介质情况下, 计算得到的各体素线衰减系数的重建值与标称值之间的相对偏差均小于 11%, 表明该分析方法是合理的。

关键词: 层析 γ 扫描; 连续扫描模式; 透射数据分析

中图分类号: TL275

文献标志码: A

文章编号: 1000-6931(2012)04-0497-05

Application of SART Method in Transmission Data-Analysis of TGS

ZHOU Zhi-bo, GAN Lin, SUI Hong-zhi, WANG Zhong-qi

(China Institute of Atomic Energy, P. O. Box 275-48, Beijing 102413, China)

Abstract: The method of transmission data-analysis of TGS which uses the continual scanning mode was researched. The SART arithmetic was used and the calculation of the parameters in the arithmetic was discussed. Monte Carlo simulations were done to prove the rationality of the method. The maximum deviation between the reconstructed values of linear attenuation coefficients and the declared values is less than 11%, and it shows that the method is rational.

Key words: TGS; continual scanning mode; transmission data-analysis

层析 γ 扫描(TGS)技术是 NDA(non-destructive assay)方法中最先进的测量分析技术之一, 其借鉴了当今先进的 CT 成像测量技术, 解决了 γ 射线能谱测量中由于样品介质不均匀分布而引起的射线衰减校正不准确的问题, 从而大幅提高了非均匀样品中放射性含量分析的准确度。层析 γ 扫描技术主要用于准确测定介质为中、低密度的非均匀分布样品中放射性核素的分布及其含量。

在应用 TGS 技术进行放射性活度三维重

建时存在许多技术问题, 例如: 衰减校正效率矩阵准确与否很大程度决定了测量结果的准确性; 放射源发出的光子在种类各异、密度变化大的介质中的输运规律, 与各种介质相互作用的机理和随机过程, 以及由此产生的次级粒子在介质中输运规律、与介质相互作用机理和随机过程, 从理论到实验研究这些粒子的统计规律也有一定困难; 射线的能量不同, 其线衰减系数不同; 放射性固体废物源效率校准; 对于空间密度变化较大的固体废物快速重建算法; 信息

提取及有效抑制噪声三维分布重建算法等问题^[1]。因此,对放射性样品的三维活度分布探测技术进行深入研究不仅具有重要的科学价值,而且具有重要的实际意义。

本研究通过理论计算和模拟实验验证,解决 TGS 装置在连续扫描测量模式下透射数据分析技术重点和难点问题。建立 TGS 连续扫描测量模式下透射扫描测量模拟程序,解决连续扫描测量模式下透射测量的数据分析问题,通过研究,针对连续扫描测量模式的特点,采用 SART 算法得到放射性废物桶内介质密度图像重构结果。然后通过蒙特卡罗模拟实验来检验本研究所建立的 TGS 连续扫描测量模式数据分析方法的准确性。

1 数据分析方法

TGS 扫描模式分为步进扫描模式和连续扫描模式。TGS 扫描时,首先通过样品定位系统,上、下升降样品,将样品轴向分层,然后每层内进行分块,被分得的每个小立方体称为体素。步进扫描模式是一种平移加旋转模式。对样品的每一层,选取 M 个等间隔的平移位置点,在每一水平平移位置点,样品绕样品中心轴以顺时针(或逆时针)旋转。在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 内等角度选取 N 个旋转角度。扫描测量时,先确定水平平移位置点。在每一水平平移位置点,探测器不动,样品旋转 N 次角度,每个旋转角度为 $180^\circ/N$ 。每旋转 1 次后样品不动,然后进行 1 次测量,每个水平位置点测量 N 次,1 层内有 M 个水平位置点,共扫描测量 $N \times M$ 次。TGS 透射测量如图 1 所示。

在连续扫描模式下,透射测量过程中,样品一边平移、一边旋转,因此所获得的 γ 能谱数据不再像步进扫描模式下的,测量的不再是针对静止的体素,而是某一连续扫描测量的区域,在连续扫描测量过程中,透射束会从其中的某一个体素过渡到邻近的体素上,即使在某一体素内,不同时刻所对应的透射束的径迹长度也是一变量,它是时间 t 的函数,这与步进扫描模式下的数据分析不同,且较步进扫描模式下的数据分析复杂得多。

在连续扫描测量模式下,如果采用解方程的方法来求各体素的线衰减系数,则需首先确定获取该 γ 能谱数据所对应的扫描时间内透射

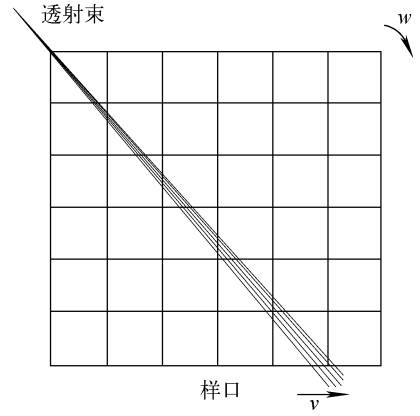


图 1 TGS 透射测量

Fig. 1 Transmission measurement of TGS

束所扫过的所有体素,再逐一计算每个体素在该段时间内所对应的平均径迹长度,但一方面由于体素的线衰减系数不同会导致体素所对应的平均径迹长度不同,另一方面由于在连续扫描测量模式下,各体素的位置均为时间 t 的函数,这样就很难精确计算每个体素在该段时间内所对应的平均径迹长度。因此,对于连续扫描的数据处理可借鉴医用 CT 普遍采用的 SART 算法。其具体算法^[2]如下:

$$\begin{aligned} \mu_k^{(n+1)} &= \mu_k^{(n)} + \frac{\lambda}{\omega_{+,k}} \sum_{i=1}^M \left(\frac{p_i - \tilde{p}_i}{\omega_{i,+}} \omega_{i,k} \right) \\ \omega_{i,+} &= \sum_{k=1}^N \omega_{i,k} \\ \omega_{+,k} &= \sum_{i=1}^M \omega_{i,k} \\ 1 &\leq i \leq M, 1 \leq k \leq N \end{aligned} \quad (1)$$

式中: λ 为松弛因子 ($0 < \lambda < 2$); M 为透射测量的次数; N 为样品体素的个数; $\mu_k^{(n)}$ 为第 n 次迭代后第 k 个体素的线衰减系数; $\omega_{i,k}$ 为迭代过程中第 i 次扫描测量第 k 个体素的权重因子; $\omega_{i,+}$ 为在第 i 次透射测量中与该次透射测量相关的所有体素的权重因子的总和; $\omega_{+,k}$ 为所有透射测量中与第 k 个体素相关的权重因子的总和; p_i 为第 i 次透射测量时通过透射率计算得到的 $\sum \mu_i l_i$; \tilde{p}_i 为由各体素之前的 μ_i 直接计算得到的 $\sum \mu_i l_i$ 。

迭代式(1)中参数 $\omega_{i,k}$ 为各体素在迭代过程中的权重,可由该次透射测量中所有穿过该体素的 γ 光子的径迹长度之和来确定^[3],对于连续扫描测量的情况,也可用穿过该体素的 γ 光子的径迹长度之和来确定该次测量中

该体素的权重。对于 TGS 装置,透射束经准直后是一束发散的锥形束,束流中间部分光子强度较大,边缘部分光子强度较小。为了更精确地描述透射测量的情况,用 5 条不同强度的射线来近似描述透射测量,以中心轴的射线强度为 1,其他 4 条射线的相对强度分别为 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$,它们与中心线的夹角分别为 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$,TGS 装置在连续扫描测量过程中,样品平动的速度为 v ,转动速度为 ω ,则在随样品平动的坐标系下代表透射束的 5 条射线的方程分别为:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + vt \\ x \cos \theta_1 - y \sin \theta_1 &= x_1 + vt \\ x \cos \theta_2 - y \sin \theta_2 &= x_2 + vt \\ x \cos \theta_3 + y \sin \theta_3 &= x_3 + vt \\ x \cos \theta_4 + y \sin \theta_4 &= x_4 + vt \end{aligned} \quad (2)$$

由坐标变换可得在随样品边平动、边旋转的坐标系下,各射线方程为:

$$\begin{aligned} x \cos \omega t + y \sin \omega t &= x_0 + vt \\ (x \cos \omega t + y \sin \omega t) \cos \theta_1 - \\ (-x \sin \omega t + y \cos \omega t) \sin \theta_1 &= x_1 + vt \\ (x \cos \omega t + y \sin \omega t) \cos \theta_2 - \\ (-x \sin \omega t + y \cos \omega t) \sin \theta_2 &= x_2 + vt \\ (x \cos \omega t + y \sin \omega t) \cos \theta_3 + \\ (-x \sin \omega t + y \cos \omega t) \sin \theta_3 &= x_3 + vt \\ (x \cos \omega t + y \sin \omega t) \cos \theta_4 + \\ (-x \sin \omega t + y \cos \omega t) \sin \theta_4 &= x_4 + vt \end{aligned} \quad (3)$$

在某次透射测量过程中,选取适当的时间间隔,例如在 1 次透射测量过程中按等间隔选取 10 个时刻,分别计算这 10 个时刻上述 5 条射线被各体素的边界所截得的弦长,与第 1 条射线所截得的弦长权重计为 1,与其他 4 条射线所截得的弦长的权重分别为 4 条射线所对应的强度 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$,然后再对这 10 个时刻内各体素范围内所有截得的弦长进行加权求和,即可得到在该次透射测量中 SART 算法各体素的权重因子 $\omega_{i,k}$,其具体表达式为:

$$\begin{aligned} \omega_{i,k} &= \sum_{n=1}^e \sqrt{1 + \text{tg}^2 \omega t_n} |y_s - y_{s+1}| + \delta_1 \cdot \\ &\sum_{n=1}^i \sqrt{1 + \left(\frac{\sin \omega t_n \cos \theta_1 + \cos \omega t_n \sin \theta_1}{\cos \omega t_n \cos \theta_1 - \sin \omega t_n \sin \theta_1} \right)^2} \cdot \\ &|y_s - y_{s+1}| + \delta_2 \cdot \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sum_{n=1}^j \sqrt{1 + \left(\frac{\sin \omega t_n \cos \theta_2 + \cos \omega t_n \sin \theta_2}{\cos \omega t_n \cos \theta_2 - \sin \omega t_n \sin \theta_2} \right)^2} \cdot \\ &|y_s - y_{s+1}| + \delta_3 \cdot \\ &\sum_{n=1}^k \sqrt{1 + \left(\frac{\sin \omega t_n \cos \theta_3 + \cos \omega t_n \sin \theta_3}{\cos \omega t_n \cos \theta_3 - \sin \omega t_n \sin \theta_3} \right)^2} \cdot \\ &|y_s - y_{s+1}| + \delta_4 \cdot \\ &\sum_{n=1}^l \sqrt{1 + \left(\frac{\sin \omega t_n \cos \theta_4 + \cos \omega t_n \sin \theta_4}{\cos \omega t_n \cos \theta_4 - \sin \omega t_n \sin \theta_4} \right)^2} \cdot \\ &|y_s - y_{s+1}| \end{aligned} \quad (4)$$

如果分析样品 1 层所包含的体素为 6×6 ,对该模式的样品 1 层通常采用 $54(6 \times 9)$ 次透射测量,先用程序模拟计算出在连续扫描测量模式下 SART 算法中各权重因子 $\omega_{i,k}$ 的取值,再按式(1)计算得到 $\omega_{+,k}$ 和 $\omega_{i,k}/\omega_{i,+}$ 的取值,在确定的样品尺寸、样品分块大小、样品平动及转动速度的情况下,这些参数可提前计算,透射测量完成后可调用透射测量得到的 γ 能谱数据和这些参数,在确定松弛因子 λ 后,即可用 SART 迭代算法计算出各体素的线衰减系数。

松弛因子在数学上是一种控制收敛步长的因子,它主要影响 SART 算法重建速度和重建质量。在传统 SART 算法中,整幅图像采用同一松弛因子,通常取值为 $[0, 2]$ 范围内的常量。在不同实验中,根据重建对象的特点,选用不同松弛因子进行图像重建,再根据重建结果从中选择相对较好的实验值作为建议的松弛因子。为了确定最佳松弛因子,在 54 次透射测量的情况下,对 9 种介质分布情况进行了透射测量的数值模拟实验,介质的线衰减系数 μ 为 $0 \sim 0.41 \text{ cm}^{-1}$,模拟样品 1 层包含的体素为 6×6 的情况,样品为边长 30 cm 的正方形,对每种介质分布情况松弛因子在 $0.5 \sim 2$ 之间取值,然后比较不同松弛因子在迭代 500 次的情况下,体素 μ 值重建的最大相对偏差,从而确定松弛因子 λ 的最佳取值。

最大相对偏差随松弛因子的变化如图 2 所示,9 条曲线分别代表 9 种介质分布的重建结果。

由图 2 可看出,松弛因子 λ 的取值在 1.2 以后基本进入坪区,从数值分析可得出松弛因子 λ 取 $1.97 \sim 1.99$ 时, μ 值重建的相对偏差最小,经多次模拟实验的数据分析,最终松弛因子 λ 定为 1.98。

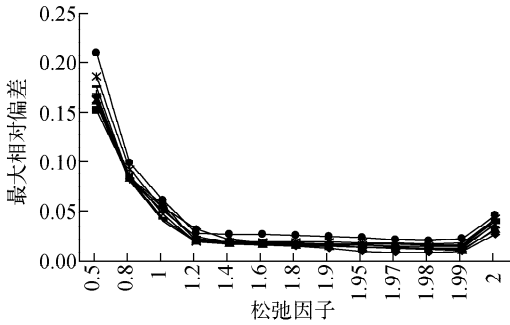


图2 最大相对偏差随松弛因子的变化

Fig. 2 Variation of maximal deviation with under-relaxation

2 实验验证

为了检验 SART 算法的稳定性,即在实际测量中带入一些误差(如统计误差、定位误差等)后,由 SART 算法得到的结果是否收敛,进行了如下实验,实验采用样品为 1 层,该层包含的体素为 6×6 ,测量样品的线衰减系数列于表 1,其中每个格子代表 1 个体素。

表 1 样品线衰减系数

Table 1 Linear attenuation coefficient of sample

 cm^{-1}

0.05	0.19	0.35	0.21	0.10	0.22
0.10	0.12	0.05	0.12	0.21	0.10
0.26	0.41	0.18	0.10	0.16	0.15
0.06	0.16	0.10	0.09	0.17	0.17
0.08	0.26	0.18	0.16	0.25	0.00
0.12	0.19	0.41	0.10	0.14	0.15

为了检验 SART 算法的稳定性,进行了数值模拟实验,连续扫描测量模式下,在 1 次数据获取的时间段内按等间隔抽取 10 个时刻,利用各体素的线衰减系数,通过计算给出这 10 个时刻的透射率,然后将其平均作为这次透射测量数据获取过程中的透射率,再将模拟计算得到的透射率随机加入 10% 的误差后,松弛因子 λ 取为 1.98,由 SART 迭代算法计算各体素的线衰减系数,再从 36 个体素线衰减系数重构结果中找出相对偏差的最大值,其结果如图 3 所示。

由图 3 可看出,SART 算法在引入 10% 的随机误差后计算结果的最大相对偏差仍在 15% 以内,因此在误差存在的情况下,SART 的

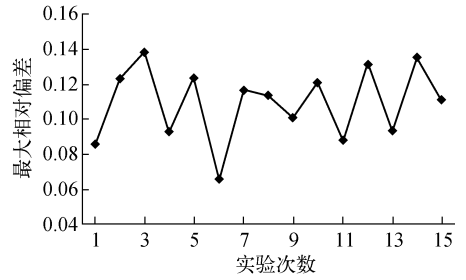


图 3 实验数据加入随机误差后结果的最大相对偏差

Fig. 3 Maximal deviation of results

after adding random errors

计算结果仍较稳定。

在松弛因子和权重因子的取值确定后,为了检验 SART 算法的准确性,在计算机上进行了蒙特卡罗模拟实验,实验样品采用了 1 层,该层的体素为 6×6 ,实验用到的介质有:空气、聚乙烯、铝等,透射束的能量为 185.72 keV。进行蒙特卡罗模拟实验时,在 1 次数据获取过程中按等间隔抽取 10 个时刻,分别计算这 10 个时刻各体素的位置,然后用 MCNP4C 软件模拟计算得到这 10 个时刻的透射率,将它们求平均作为本次数据获取过程中的透射率,最后将得到的透射率代入 SART 中,结果列于表 2。

表 2 蒙特卡罗模拟实验及结果(简单情况下)

Table 2 Monte Carlo simulative experiment and results (in simple situation)

实验次数	材料 (行,列)	μ/cm^{-1}		相对偏差/%	抽样的 粒子数
		标称值	计算值		
1	聚乙烯(3,2)	0.139	0.133	-4.32	100 000
	聚乙烯(6,4)	0.139	0.137	-1.44	
2	聚乙烯(6,2)	0.139	0.131	-5.76	100 000
	铝(2,4)	0.335	0.299	-10.70	
3	聚乙烯(3,2)	0.139	0.129	-7.19	150 000
	聚乙烯(6,2)	0.139	0.131	-5.76	
4	铝(2,4)	0.335	0.303	-9.55	200 000
	聚乙烯(2,5)	0.139	0.141	1.44	
5	聚乙烯(5,1)	0.139	0.132	-5.04	300 000
	铝(4,4)	0.335	0.305	-8.96	
5	聚乙烯(2,5)	0.139	0.139	0.00	300 000
	聚乙烯(5,1)	0.139	0.134	-3.60	
5	聚乙烯(6,6)	0.139	0.136	-2.16	300 000
	铝(4,4)	0.335	0.309	-7.76	

实验结果多为负偏差,是因为模拟实验时这些体素旁边均有真空体素,SART算法会产生晕效应(晕效应通常是指黑色斑点成像时周围会产生颜色较淡的晕区域,从而导致黑色斑点颜色变淡)。为了进一步检验算法在介质分布较复杂情况下的准确性,设计了如下的蒙特卡罗模拟实验,实验介质包括聚乙烯(密度 1.0 g/cm^3)、木材(成分C,密度 0.5 g/cm^3)、 CaF_2 (密度 1.2 g/cm^3)、铝(密度 2.7 g/cm^3)等,透射束的能量为 185.72 keV ,介质分布和实验结果列于表3。

表3 蒙特卡罗模拟实验及结果(复杂情况下)

Table 3 Monte Carlo simulative experiment and results (in complex situation)

实验次数	材料 (行,列)	μ/cm^{-1}		相对偏差/%	抽样的 粒子数
		标称值	计算值		
1	木材(1,2)	0.060	0.065	8.33	4 000 000
	木材(2,2)	0.060	0.063	5.00	
	木材(5,2)	0.060	0.059	-1.67	
	木材(5,4)	0.060	0.063	5.00	
	聚乙烯(1,4)	0.139	0.127	-8.63	
	聚乙烯(4,1)	0.139	0.141	1.44	
	聚乙烯(6,6)	0.139	0.138	-0.72	
	氟化钙(3,6)	0.154	0.148	-3.90	
	氟化钙(5,6)	0.154	0.151	-1.95	
	氟化钙(6,3)	0.154	0.147	-4.55	
2	铝(2,1)	0.335	0.314	-6.27	2 000 000
	铝(3,4)	0.335	0.332	-0.90	
	木材(3,4)	0.060	0.066	10.00	
	木材(6,1)	0.060	0.059	-1.67	
	聚乙烯(2,1)	0.139	0.132	-5.04	
	聚乙烯(2,3)	0.139	0.145	4.32	
	聚乙烯(2,5)	0.139	0.144	3.60	
	氟化钙(5,3)	0.154	0.164	6.49	
	氟化钙(5,4)	0.154	0.143	-7.14	
	铝(4,2)	0.335	0.317	-5.37	

从表2和3的实验数据可看出:由本文所述的数据分析方法得到的各介质的线衰减系数的重建值与标称值之间的相对偏差除1个大于10%外,其余均小于10%,这说明本文关于TGS连续扫描模式下透射数据的分析方法是正确的。

3 小结

该分析方法具有如下特点。

1) 在TGS连续扫描测量模式下,可在被测量样品运动的情况下进行测量,从而节省了TGS测量所需的时间,为TGS技术的实用化奠定了基础。

2) 从实验验证的结果看,计算得到各体素的线衰减系数的重建值与标称值之间的相对偏差除1个大于10%外,其余均小于10%,因此,认为该分析方法是合理的,具有良好的分析精度,可应用到TGS连续扫描模式的透射数据分析中。但存在高密度介质的情况下,本论文所采用的5条射线分别穿越各体素径迹长度来代表整个透射源的射线锥角内的径迹长度误差较大,因此,在高密度介质存在的条件下,各体素的权重因子的精确计算需进一步研究。

参考文献:

- [1] 张全虎. 层析 γ 扫描重建技术的研究[D]. 北京: 中国原子能科学研究院, 2003.
- [2] IAEA. Industrial process gamma tomography, final report of a coordinated research project 2003-2007[R]. Vienna: IAEA, 2007.
- [3] 张顺利, 张定华, 熬波, 等. ART算法高质量重建研究[J]. 核电子学与探测技术, 2007, 27(4): 719-723.
ZHANG Shunli, ZHANG Dinghua, AO Bo, et al. Research of high quality reconstruction on algebraic reconstruction technique [J]. Nuclear Electronics & Detection Technology, 2007, 27(4): 719-723(in Chinese).