基于 Bayes 方法的可靠性试验评估分析*

徐承相[1] ,马瑞萍[2] ,张　笑[1]

(1. 海军潜艇学院 ,山东 青岛　266071 ; 2. 海军装备研究院 系统所 ,北京　100161)

摘要:针对复杂武器系统可靠性试验评估的多技术状态、小样本特点 ,分析了利用加权的方法对多源验前信息进行融合的方法的不足 ,提出并验证了改进权重分配的加权融合验前信息进行可靠性试验评估的方法 ,充分利用具有不同可信度的各种试验数据来提高可靠性评估的可信性.

关键词:可靠性评估 ;信息融合 ;Bayes

中图分类号:TB114　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1006 - 0707(2009) 12 - 0065 - 03

在产品的研制过程中 ,为了验证产品的可靠性指标是否满足要求 ,需要对产品进行可靠性试验. 在武器系统研制的全过程中 ,应适时进行可靠性试验与评价 ,及时发现装备的可靠性设计等方面的缺陷 ,以便在武器系统部署前给予纠正 ,以及在武器系统交付部队使用时 ,评估武器系统是否达到合同规定的可靠性指标. 对于复杂的武器系统 ,进行大量的可靠性专项试验不仅持续时间长 ,而且耗费惊人的费用和人力. 因此 ,在装备的研制试验、使用试验和定型试验中尽量将可靠性与其他试验结合在一起进行 ,或在其他试验(如性能试验) 中同时采集有关的可靠性数据. 同时 ,由于大型产品试验的复杂性以及试验次数较少 ,所采集到的可靠性试验数据常常具有多技术状态、小样本等特点 ,这为可靠性评估带来很大困难. 能否采用合适的试验评估方法进行评估是部队能否获得高可靠性装备的保证.

1　Bayes 评估分析

在小子样条件下进行评估时 ,可以将单元产品信息、历史数据、相似产品信息、折算数据、专家经验等作为验前信息 ,将可靠性现场试验数据作为验后信息 ,应用 Bayes 统计方法进行可靠性评估. 该方法的优点是充分利用验前信息来扩充样本数 ,再结合验后的样本进行评估 ,从而取得较好的评估结果.

试验之前可能同时存在多种先验信息 ,如何进行多源信息融合 ,即综合利用现场试验之前获得的所有信息 ,得到最终的先验分布 ,这是武器系统评估中十分关注的问题. 多源信息融合的方法很多 ,文献[1]中运用自助方法分析了多源先验信息的中心融合和分布融合. 文献[2]中讨论了 3 种多源验前信息融合方法:一是多源测量信息的 Bayes 融合 ,利用 Bayes 公式将多源不等精度的测量信息进行融合;二是最大熵融合方法 ,利用最大熵方法将性能参数(落点散布) 的多源验前信息进行融合 ,得到了参数的融合验前分布;三是基于可信度的多源信息融合方法 ,利用加权的方法对多源验前信息进行融合.

下面讨论基于可信度的加权融合方法[3]. 首先针对每一种先验信息源和现场试验信息进行相容性检验 ,并给出可信度 ,然后根据每种先验信息的可信度 ,利用加权的方法对所有的先验信息进行融合得到最终的先验分布.

假设有 m 个信息源(先验总体) , $x_1^i, x_2^i, \cdots x_{n_i}^i$, $i = 1,2, \cdots, m$,有 n 个现场子样 $x_1, x_2, \cdots, x_n$,记 θ为所考虑的分布参数 , $\pi_i(\theta)$ 为通过验前数据 $x_1^i, x_2^i, \cdots, x_{n_i}^i$, $i = 1,2, \cdots, m$,求得的先验分布 ,融合后的先验分布记为

$$\pi(\theta) = \sum_{i=1}^{m} \varepsilon_i \pi_i(\theta), \quad \sum_{i=1}^{m} \varepsilon_i = 1, \varepsilon_i = \frac{p_i}{\sum_{i=1}^{m} p_i}$$

其中 p_i 为第 i 个信息源的可信度.

当获得现场试验信息 X 后 , θ的后验分布为

$$\pi(\theta \mid X) = \frac{1}{m(X \mid \pi)} \sum_{i=1}^{m} \varepsilon_i \pi_i(\theta \mid X)\, m(X \mid \pi)_i$$

---

* **收稿日期**:2009 - 09 - 28

作者简介:徐承相(1983 —) ,男 ,江苏南京人 ,硕士研究生 ,主要从事军事装备方面的研究.

其中 $m(X\mid\pi)=\sum_{i=1}^{m}\varepsilon_i m(X\mid\pi_i)$，记 $\lambda_i=\dfrac{\varepsilon_i m(X\mid\pi_i)}{m(X\mid\pi)}$，$i=1,2,\cdots,m$

或者 $\lambda_i=[1+\dfrac{1}{\varepsilon_i m(X\mid\pi_i)}\sum_{j=1,j\neq i}^{m}\varepsilon_j m(X\mid\pi_i)]^{-1}$，$i=1,2,\cdots,m$

于是 $\pi(\theta\mid X)=\lambda_1\pi_1(\theta\mid X)+\cdots+\lambda_m\pi_m(\theta\mid X)$

这样，后验密度为不同验前信息源之下的后验密度的加权和．由上式可知：先验信息的利用程度取决于由可信度决定的先验信息的权重．实际上当 p_i 较小时，该类信息就没有利用价值了，而当 $p_i=1$ 时，该类信息完全可信，则没有必要再利用其他信息．因此，上述先验信息的权重分配不是很合理，没有充分利用可信度高的信息．

2 改进权重分配的加权融合方法

首先，对各种先验信息的可信度进行分析，优先选用可信度高的信息．从概率论的角度可以理解为某类先验信息的可信度为 p_i，则该类信息不可信的概率为 $1-p_i$，当该类信息可信时，θ 的先验分布是 $\pi_i(\theta)$，当信息不可信时，采用 $i+1$ 类先验信息，先验分布为 $\pi_{i+1}(\theta)$，依次类推，当所有信息都不可信时，采用无先验信息分布．根据全概率公式，武器的可靠性的先验分布记为 $\pi(\theta)$，则：

$$\pi(\theta)=p_1\pi_1(\theta)+(1-p_1)\{p_2\pi_2(\theta)+(1-p_2)[p_3\pi_3(\theta)+\cdots+(1-p_{n-1})1]\}$$

在获得 θ 的先验分布后，便可以由现场试验数据 X 及 Bayes 公式得到 θ 的后验分布

$$\pi(\theta\mid X)=\frac{f(X\mid\theta)\pi(\theta)}{\int f(X\mid\theta)\pi(\theta)\mathrm{d}\theta}=\frac{f(X\mid\theta)p_1\pi_1(\theta)+(1-p_1)\{p_2\pi_2(\theta)+(1-p_2)[p_3\pi_3(\theta)+\cdots+(1-p_{n-1})1]\}}{\int f(X\mid\theta)p_1\pi_1(\theta)+(1-p_1)\{p_2\pi_2(\theta)+(1-p_2)[p_3\pi_3(\theta)+\cdots+(1-p_{n-1})1]\}\mathrm{d}\theta}$$

分析该 Bayes 模型，当某类信息完全可信 $(P_1=1)$ 时，

$$\pi(\theta\mid X)=\frac{f(X\mid\theta)\pi_1(\theta)}{\int f(X\mid\theta)\pi_1(\theta)\mathrm{d}\theta}$$

即武器的可靠度 θ 的后验分布由该类信息和现场试验数据决定；当所有验前信息都完全不可信 $(p_i=0,i=1,2,\cdots,m)$ 时，

$$\pi(\theta\mid X)=\frac{f(X\mid\theta)*1}{\int f(X\mid\theta)*1\mathrm{d}\theta}$$

即武器的所有验前信息都不起作用，相当于无先验信息．可靠度 θ 的后验分布由现场试验数据决定．

3 Bayes 模型的应用

假设 p_1,p_2 分别为历史数据、相似产品信息折合后的数据可信度，历史数据折合后的试验数据为 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_{m1})$，相似产品信息折合后的试验数据为 $y=(y_1,y_2,\cdots,y_{m2})$．现场试验数据为 $z=(z_1,z_2,\cdots,z_n)$．x,y,z 都是服从正态分布，即 $x\sim N(\theta,D)$，$y\sim N(\theta,D)$，$z\sim N(\theta,D)$，其中 $\theta=(\mu,D)$，θ 和 D 均为未知数．$(\bar{x},S_x)$，$(\bar{y},S_y)$ 和 $(\bar{z},S_z)$ 分别是 θ 关于样本 x,y,z 的充分统计量

$$\bar{x}=\frac{1}{m1}\sum_{i=1}^{m1}x_i,\ S_x=\sum_{i=1}^{m1}(x_i-\bar{x})^2,\ \bar{y}=\frac{1}{m2}\sum_{i=1}^{m2}y_iS_y=\sum_{i=1}^{m2}(y_i-\bar{y})^2,\ \bar{z}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}z_i,\ S_z=\sum_{i=1}^{n}(z_i-\bar{z})^2$$

对于无先验情况，选择无信息先验分布

$$\pi_3(\theta)=\pi_3(\mu,D)=\frac{1}{D}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$

获得历史数据折合后的数据 x 后，似然函数为

$$L(x\mid\theta)=\left(\frac{1}{2\pi D}\right)^{\frac{m1}{2}}\exp[-\frac{1}{2D}\sum_{i=1}^{m1}(x_i-\mu)^2]=\left(\frac{1}{2\pi D}\right)^{\frac{m1}{2}}\exp\{-\frac{1}{2D}[m1(\bar{x}-\mu)^2+S_x\}$$

对于历史数据，采用无信息先验分布，则

$$\pi_1(\theta\mid x)=\frac{L(x\mid\theta)\pi_3(\theta)}{\int\mathrm{d}D\int_{\infty}L(x\mid\theta)\pi_3(\theta)\mathrm{d}\mu}$$

同理：

$$\pi_2(\theta\mid y)=\frac{L(y\mid\theta)\pi_3(\theta)}{\int\mathrm{d}D\int_{\infty}L(y\mid\theta)\pi_3(\theta)\mathrm{d}\mu}$$

获得现场数据 z 后,似然函数为

$$L(z \mid \theta) = \left(\frac{1}{2\pi D}\right)^{-\frac{n}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2D}\sum_{i=1}^{n}(z_i - \mu)^2\right] = \left(\frac{1}{2\pi D}\right)^{-\frac{n}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2D}\left[m1(\bar{z} - \mu)^2 + S_z\right\}\right.$$

此时先验分布为

$$\pi(\theta) = p_1\pi_1(\theta) + (1 - p_1)[p_2\pi_2(\theta) + (1 - p_2)\pi_3(\theta)]$$

则此时的后验分布为

$$\pi(\theta \mid z) = \frac{L(z \mid \theta)\pi(\theta)}{\int_0^{\infty} dD \int_{-\infty}^{\infty} L(z \mid \theta)\pi(\theta)\,\mathrm{d}\mu} = \frac{L(z \mid \theta)\{p_1\pi_1(\theta) + (1 - p_1)[p_2\pi_2(\theta) + (1 - p_2)\pi_3(\theta)]\}}{\int_0^{\infty} \mathrm{d}D \int_{-\infty}^{\infty} L(z \mid \theta)\{p_1\pi_1(\theta) + (1 - p_1)[p_2\pi_2(\theta) + (1 - p_2)\pi_3(\theta)]\}\,\mathrm{d}\mu}$$

4 仿真验证

利用仿真的方法对该改进方法进行验证.比较改进的加权权重融合方法与未改进的加权融合方法在评估中的可信度.

1) 设某一武器系统可靠性参数服从 $N(\mu,\sigma^2)$,μ,σ^2 已知.利用蒙特卡洛法随机产生一组数据作为现场试验数据.

2) 利用蒙特卡洛法随机产生一组数据作为历史数据.该组数据以可信度 $P = 0.9$ 服从 $N(\mu,\sigma^2)$.

3) 利用蒙特卡洛法随机产生一组数据作为相似产品试验数据.该组数据以可信度 $P = 0.7$ 服从 $N(\mu,\sigma^2)$.

利用第 3 节中的方法及未改进的加权融合方法进行评估,评估的参数结果与真实值 μ,σ^2 进行比较.结果如图 1 所示.由图 1 可以看出,改进的加权融合得到的均值仿真结果更精确(均值为 100).

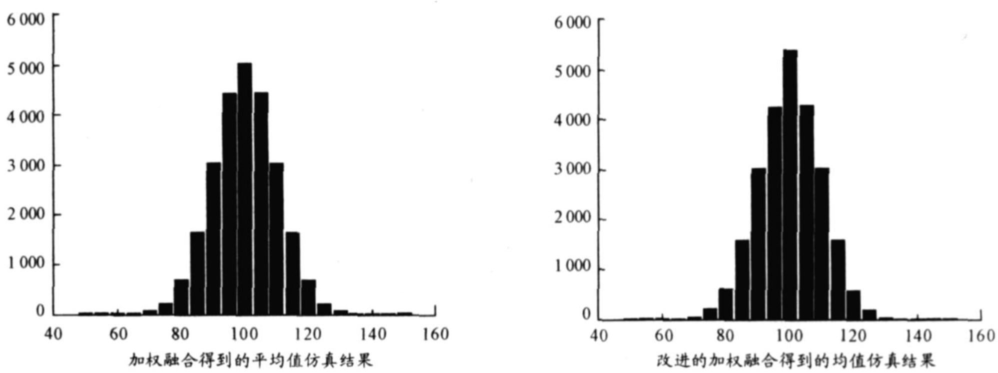

图 1 评估的参数与真实值的比较结果

5 结束语

改进权重分配的加权融合验前信息进行可靠性试验评估的方法充分利用了可信度较高的验前信息,提高了信息的利用率,进而获得可信的产品可靠性评估结果.

参考文献:

[1] 张金槐.多种验前信息源情况下的融合验后分布[J].飞行器测控技术,1998(3):28 - 36.
[2] 黄丽琨.Bayes 小子样理论及其在武器系统精度评估中的运用[D].武汉:华中科技大学,2005.
[3] 方艮海.产品可靠性评估中的多源信息融合技术研究[D].合肥:合肥工业大学,2006.
[4] 范志锋,齐杏林,雷彬,等.引信可靠性试验的现状与对策[J].四川兵工学报,2008,29(1):36 - 38.