32 1 Vol.32, No.1
2012 1 Systems Engineering „ Theory & Practice Jan., 2012
: 1000-6788(2012)01-0034-07 : F830.59 : A

, ,
(, 430072)

,
, . , ,
, ,
( ), .

; ; ; ;

Optimal portfolio choice model and empirical analysis based on representation bias

XU Xu-song, SONG Qi, MA Li-li

(School of Economics and Management, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract As a mental characteristic, vertical representation bias is introduced to portfolio choice model, to research its in”uence to investors• portfolio decision. This paper proposes Representation Return concept, and gives an investors• utility function of two variables „ “nal return and Excess Representation Return, from the principle of expected utility maximization. Then establishes optimal portfolio model based on vertical representation bias, and give an empirical analysis showing that the model can obtain e cient frontier of investment portfolio.

Keywords representation bias; vertical representation bias; utility function; behavioral portfolio; model

1

“ ” , ,
, . , . 1961
, “ ” Edwards[1] ; 1983 Simon
[2]. , ,
, . “ ” ,
, , .
, .
, .
, . ,
, .
, [3]: ;
- , ,
. : 1952 Markowitz [4]
, - .
- , - .
: ,

: 2010-06-21
: (70771083, 70803035)
: (1945–), , , , , , : , .

行权衡并做出最优选择. 如 , 效用最大化原则已 成为 济学中广泛应用的 策准则. 很长一段时 内, 学者 大都使用固定不变的相对风险规避系数, 即 CRRA 型效用函数 研 资本市场. 然而, 这些模型 不能有效 释现实资本市场中出现的诸如股票溢 之 和无风险 之 等 "异象", 其原因 在于人 的情感、认知等许多复杂心 因素会直 影响到投资者的 策活动. 为 释这些 "异象", 学者 从期望效用最大化的 度, 通过引入各种行为因素 修改效用函数, 求新的效用函数能更好地描述投资者的行为. 如 Kurz[5] 首次 财富偏好引人效用函数; Barberis、Huang 和 Santos[6] 研 基于前 的资本资产定 模型, 投资者的效用函数定义在消费和财富的变化之上, 从而投资者不但规避消费风险, 还规避财富的损失, 这个模型 以 释股票溢 之 ; 徐绪松、陈彦斌 [7] 研 基于相对财富和习惯形成的资本资产定 模型; 徐绪松、 、陈彦斌 [3] 研 损失规避的期望效用投资组合模型, 并做 实证分析.

代表性偏差也是一种常 的行为特征. Tversk 和 Kahneman[8] 展 对代表性偏差的研 , 示 人 用 "代表性启发式" 形成信念和推 时存在严重偏差. DeBondt 和 Thaler[9] 则 代表性偏差这一心 特征引入 对投资者的研 , 研 果表明: 投资者在 行概 修正时常倾向于过度反应, 即对 期的信息赋予 大的权重, 而对整体的基 数 赋予 低的权重. 但目前很少有 代表性偏差引入行为投资组合模型的研 , 尤其是在效用最大化分析 下的这 研 .

故本文在效用最大化的 下, 研 投资者的代表性偏差对投资组合的影响. 首先模拟代表性偏差型投资者的投资组合 策思维, 提出横向代表性收益 和纵向代表性收益 的概念和计算方法; 然后修改 Tversky 和 Kahneman 提出的 值函数, 得到纵向代表性偏差型投资者的 值函数, 而构 基于纵向代表性偏差的效用函数; 下 , 基于纵向代表性偏差的 期最优投资组合模型, 并提出求 方法; 最后选取股票 行实证分析, 得到此投资组合的有效前沿. 需要说明的是, 本文 的投资组合模型及实证分析都以纵向代表性偏差心 特征为 , 横向代表性偏差的完全与之一致.

2 基于代表性偏差的效用函数

所谓代表性偏差, 是指由于人 只抓住问题的某个特征 直 推断 果, 而不 这种特征出现的真实概 以及与特征有关的其他原因所造成的判断偏差. 代表性偏差一般有 种表现 [10]: 一是 某一事物当前的 部特征作 史的比 , 在其 史发展轨迹的 度上, 判断和预测事物的未 走势, 此谓 "纵向代表性偏差"; 二是 某一事物和其 与该事物 有相同 部特征的事物归 , 然后 其 事物的发展 验作为判断这一事物未 走势的依 , 此谓 "横向代表性偏差".

2.1 代表性收益率

本文提出纵向代表性收益 和横向代表性收益 的概念及其计算方法.

2.1.1 横向代表性收益率

本文 横向代表性偏差型投资者预测的未 收益 定义为横向代表性收益 . 我 认为 有横向代表性偏差心 特征的投资者 有特殊的 策思维, 大体分为以下几步 (以投资股票为):

第 1 步 初步拟选投资组合;

第 2 步 对股票未 收益 行横向代表性偏差型判断.

① 投资者主要 的股票 部特征表, 28 范构国湖分方范集国很范复及函及函及范古国改复及段及范构国湖广活范股

表 1 横向代表性偏差型投资者主要考虑的股票局部 例

特征	特征分	特征指标	相似度
相同的 部特征	股票特征	发行范围	h_{i1}
		股东的权	h_{i2}
		所属行业	h_{i3}
		所属板	h_{i4}
		发行时	h_i
		市值	h_i
		面值	h_i
		股息	h_i
		分红	h_i
		股权	h_{i10}
		市盈	h_{i11}
		成长性	h_{i12}
		风险评	h_{i13}
		分时走势和周期	h_{i14}
		成	h_{i1}
		史 易	h_{i1}
		其他	h_{i1}
	发行者	主要股东	h_{i1}
		通股股东	h_{i1}
		基 持股	h_{i20}
		公司高管	h_{i21}
		资产 易	h_{i22}
		大事项	h_{i23}
		其他	h_{i24}
	投资者自身情	所选基 公司	h_{i2}
		资 实	h_{i2}
		承担风险能	h_{i2}
		其他	h_{i2}

2.1.2 纵向代表性收益率

同样, 本文 纵向代表性偏差型投资者预测的未 收益 定义为纵向代表性收益 . 有纵向代表性偏差心 特征的投资者的 策步骤和上述一致, 所不同的是第二步中的思维过程. 第二步中, 这种 型的投资者会根 当前的 部特征, 选取某一些股票 史发展轨迹上的 N 年 史收益 数 作为 策依 , 这些数 与当前拟选股票的某些特征相 . 他 把股票过去的绩效当作未 的代表, 行错误的趋势预测. 本文按从小到大的顺序 某一投资组合所 资产的 N 年 史收益 , 表示为 $\tilde{r}_1, \tilde{r}_2, \cdots, \tilde{r}_N$, 分别赋予权重 $\eta_1, \eta_2, \cdots, \eta_N$, 且 $\eta_1 < \eta_2 < \cdots < \eta_N$, N 由投资者根 体情 而定, 表示为:

$$\tilde{r}'_{横} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} \tilde{r}_i \eta_i}{\sum\limits_{i=1}^{N} \eta_i} \tag{2}$$

这 需要注意的是, 现实中投资者并不会严格按上述步骤计算 $\tilde{r}'_{横}$ 和 $\tilde{r}'_{纵}$, 但上述做法模拟 代表性偏差型投资者的思维过程, 使得我 以用一个 $\tilde{r}'_{横}$ 或 $\tilde{r}'_{纵}$ 化横向或纵向代表性偏差型投资者的 策心 , 便于后文 模以定 探讨这种心 的对投资组合 策的影响作用. 如不 无风险资产, 设 整后的投资组合中 有 Ψ 支股票, 则对应于横向代表性偏差和纵向代表性偏差型投资者, 投资组合的收益向 为: $\vec{\ }_{横} = (\tilde{r}'_1, \tilde{r}'_2, \cdots, \tilde{r}'_\Psi)'$ 和 $\vec{\ }_{纵} = (\tilde{r}'_1, \tilde{r}'_2, \cdots, \tilde{r}'_\Psi)'$.

下文以纵向代表性偏差为 行研 , 横向代表性偏差的研 与之 似.

2.2 基于纵向代表性偏差的效用函数

在传统的期望效用模型中, 投资者的效用 是收益的函数, 而与收益的变化无关. 但 Kahneman 和 Tversky 却发现, 实际上投资者不 关心最终收益的 对水平, 而且还关心最终收益相对于参 水平的变化, 即收益的损失和收获. 对于纵向代表性偏差型投资者, 本文认为当收益超过代表性收益为收获, 反之为损失. 所以, 定义纵向代表性偏差型投资者的效用函数为:

$$(\tilde{\ }, \ ') = \ln(\tilde{\ }) + \ \nu(\ln \tilde{\ } - \ln \ ') \tag{3}$$

其中, $\tilde{\ }$ 为投资者的投资 策所实现的期末收益, $'$ 为代表性收益. 第一项 $\ln(\tilde{\ })$ 是传统的风险厌恶型的对数效用函数, 表示投资者实现的期末收益的效用; 第二项中 $\nu(\cdot)$ 是 值函数, 表达 期末收益相对于代表性收益的变化. 对于纵向代表性偏差型投资者 说, 若期末收益大于代表性收益, 则为收获, 本文称之为超额代表性收益; 反之为损失. $\nu(\cdot)$ 表示效用变化, ≥ 0. 度 超额代表性收益对整个效用的贡献 . 当 $= 1$ 时, 说明投资者认为收益的变化和最终收益的 对值是同等重要的. 特别地, 当 $= 0$ 时, 投资者的偏好所表现的效用函数退化成为 传统的固定不变的相对风险规避系数, 即 CRRA 型效用函数.

Tversky 和 Kahneman 收益变化的 值函数 定义为 S 形函数. 因为投资者对待损失和收获是不同的, 所以投资者的 值函数 不能 作是单纯凹的或凸的, 而是在不同的范围有不同的形状, 表现为收获的凹函数和损失的凸函数 [8]. 并且在代表性收益附 , 损失的斜 大于收获的斜 , 代表性收益处为 值函数的拐点. 值函数的这些特征反映 损失给纵向代表性偏差型投资者带 的 值是负的; 他 在 收获的时候是风险规避型的, 在 损失的时候是风险偏好型的; 同时人 对损失比对获得更 敏感, 损失的痛 要远大于获得的 . 体 说, 纵向代表性偏差型投资者的 值函数 以定义为:

$$(x) = \begin{cases} x^{\gamma}, & x \ge 0 \\ -\lambda(-x)^{\gamma}, & x < 0 \end{cases} \tag{4}$$

其中 x 是最终收益相对于代表性收益的变化 (超额代表性收益), 即 $\ln \tilde{\ } - \ln \ '$, 为正值, 也 为负值.

但是本文认为, 对于损失应当重新 定. 因为对于投资者 说, 即使期末收益 有达到代表性收益水平 (代表性收益一般大于期初财富, 因为只有代表性收益大于期初财富时, 投资者才会投资), 但若期末收益 有低于期初财富, 投资者 会 得起 “保本” , 这部分损失对他 说是值得庆幸的, 故本文 其定义为庆幸性损失; 倘若期末收益低于期初财富, 这部分损失 很 投资者懊 , 本文 这部分损失定义为悲 性损失. 这样一 , S 形函数 需要 一步修改, 如下:

所以，通过选择最优的投资比 向 θ，纵向代表性偏差型投资者的期望效用最大化:

$$\max E\left[\ (\tilde{\ },\ \ ')\right] = \max E\left[\ln \tilde{\ } + \nu(\ln \tilde{\ } - \ln\ ')\right] \tag{10}$$

式 (8) 和式 (9) 代入式 (7) 得:

$$(\tilde{\ },\ \ ') = \begin{cases} \ln\ _0 + \ln(1+\theta\ \ ) + \left(\ln \dfrac{1+\theta}{1+\vec{\theta}_{纵}}\right)^r + \lambda\left(\ln\dfrac{1}{1+\vec{\theta}_{纵}}\right)^r, & \theta\ \ \geq \vec{\theta}_{纵} \\ \ln\ _0 + \ln(1+\theta\ \ ) - \lambda\left(\ln\dfrac{1+\vec{\theta}_{纵}}{1+\theta}\right)^r + \lambda\left(\ln\dfrac{1}{1+\vec{\theta}_{纵}}\right)^r, & \theta\ \ < \vec{\theta}_{纵} \end{cases} \tag{11}$$

由于 $\ln\ _0$ 是不依 于 θ 的常数，则纵向代表性偏差型投资者的最优投资组合问题等 于:

$$\max \mathrm{E}\left[\ln(1+\theta\ \ ) + \ \nu\left(\ln\left|\frac{1+\theta}{1+\vec{\theta}_{纵}}\right|\right)\right] \tag{12}$$

其中:

$$\nu\left(\ln\left|\frac{1+\theta}{1+\vec{\theta}_{纵}}\right|\right) = \begin{cases} \left(\ln\dfrac{1+\theta}{1+\vec{\theta}_{纵}}\right)^r + \lambda\left(\ln\dfrac{1}{1+\vec{\theta}_{纵}}\right)^r, & \theta\ \ \geq \vec{\theta}_{纵}, \\ -\lambda\ln\left(\dfrac{1+\vec{\theta}_{纵}}{1+\theta}\right)^r + \lambda\left(\ln\dfrac{1}{1+\vec{\theta}_{纵}}\right)^r, & \theta\ \ < \vec{\theta}_{纵}. \end{cases}$$

3.2 基于横向代表性偏差的 优投资组合模型

同 ，基于横向代表性偏差的最优投资组合模型等 为:

$$\max \mathrm{E}\left[\ln(1+\theta\ \ ) + \ \nu\left(\ln\left|\frac{1+\theta}{1+\vec{\theta}_{横}}\right|\right)\right] \tag{13}$$

其中:

$$\nu\left(\ln\left|\frac{1+\theta}{1+\vec{\theta}_{横}}\right|\right) = \begin{cases} \left(\ln\dfrac{1+\theta}{1+\vec{\theta}_{横}}\right)^r + \lambda\left(\ln\dfrac{1}{1+\vec{\theta}_{横}}\right)^r, & \theta\ \ \geq \vec{\theta}_{横}, \\ -\lambda\ln\left(\dfrac{1+\vec{\theta}_{横}}{1+\theta}\right)^r + \lambda\left(\ln\dfrac{1}{1+\vec{\theta}_{横}}\right)^r, & \theta\ \ < \vec{\theta}_{横}. \end{cases}$$

当已知 、r 和 λ 时对 一个代表性收益 水平，求 基于代表性偏差的最优投资组合的规划问题， 以求 出相应的最优投资组合 θ，从而得到相应的最大的期望效用函数值. 根 求出的 θ， 以计算出 θ 的值，得到代表性偏差型投资者的投资组合的收益 ，称之为代表性组合收益 ，分为横向代表性组合收益 和纵向代表性组合收益 ；不同的代表性组合收益 水平对应

4.2 计算组合前沿

根　本文定义的纵向代表性收益　和其计算步骤　以得到 $\bar{\ }_{纵}$, 再根　本文所　模型算出的 θ,　以得到纵向代表性组合收益　. 由于观察到大多数股票对数收益　的范围在 -0.1 到 0.1 之　, 因此本文　纵向代表性组合收益　从 0 到 0.1,　匀分成 20 个不同的收益　水平, 并求出相应的效用函数值. 本　采用 Matlab 优化工　箱中的优化工　求　基于纵向代表性偏差的投资组合模型的组合前沿.

特别的, 以　= 0、　= 2、　= 5 为　, 分别求出最优投资组合模型的组合前沿,　图 1、图 2 、图 3. 图中横坐标为纵向代表性偏差型投资者的期望效用值, 纵坐标为纵向代表性组合收益　, 星号表示在　一代表性收益　水平下最优投资组合的纵向代表性组合收益　和效用值.

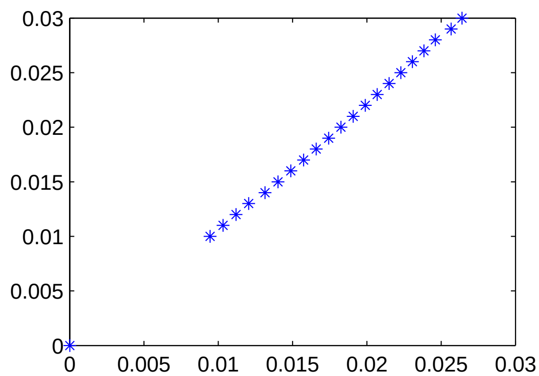
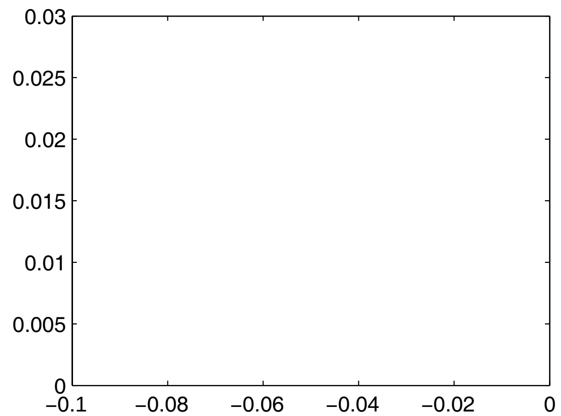


图 1　$k = 0$ 时的组合前沿



5 小结

本文从行为 策 的 度 研 投资组合 策, 在期望效用最大化的分析 下, 做 如下工作: ①针对代表性偏差这一心 特点, 提出横向和纵向代表性收益 的概念和计算方法, 主要研 纵向代表性偏差, 横向代表性偏差 似; 用代表性收益反映投资者 行投资组合 策时的参 水平, 纵向代表性偏差型投资者 选择超额代表性收益 能大的投资组合; ② 纵向代表性偏差型投资者的效用函数表示为期末收益和超额代表性收益的函数, 并对后者赋予权重; 用 值函数表示超额代表性收益 对投资者效用的影响; ③以期望效用最大化的准则为出发点, 基于纵向代表性偏差的最优投资组合模型; ④根 行业选出 15 支股票 行 实证分析, 实证 果表明: 基于纵向代表性偏差的投资组合模型的组合前沿是一条向下倾斜的 光滑的曲线, 随着代表性组合收益 的增 , 效用函数 小; 在同一收益水平下, 越大, 即对超额代表性收益的关心程度越大, 投资者的效用水平越小; 特别地, 当 = 0 时, 效用函数退化成为 传统的 CRRA 性 用益