文章编号: 1000-6788(2012)04-0839-08　　中图分类号: TP13　　文献标志码: A

双重不确定性系统的跟踪与辨识

钱富才[1,2], 　江[1], 赵 平[1]

(1. 西安理工大学 自动化与信息工程学院, 西安 710048; 2. 西安交通大学 机械制造系统工程国家重点实验室, 西安 710054)

摘　要　对于具有未知参数的高斯白噪声随机线性系统, 提出了一个有效的自适应控制策略. 控制器一方面能够控制系统朝 期望的目标运行, 另一方面又能对未知参数进行辨识. 对于给定的效用函数, 能够在跟踪与辨识间获得最佳平衡. 仿真结果表明了该方法的有效性.

关键词　不确定性系统; 鲁棒控制; 自适应控制

Tracking and identification for system with dual uncertainties

A [1,2], [1], A [1]

(1. Aut t t I t E , ' t T , ' 710048, C ;
2. t t b t u tu t E , ' t t, ' 710054, C)

Abstract　An e cient adaptive control scheme is presented for Gaussian white noises stochastic linear system with unknown parameters. On the one hand, the controller can control the system operation toward the desired state, on the other hand, it can identify the unknown parameters. The optimal trade-o between tracking and identification can be obtained for given utility function. Simulation results show the validation of the approach developed in this paper.

Keywords　uncertainty system; robust control; adaptive control

1　引言

严格地说, 被控对象的任何数学 型, 本质上都 实际过程的近似. 因为系统在运行过程中除了受到来自 界的噪声 (干扰) 影响 , 还存在内部 (结构) 不确定性的影响. 所有这些不确定性可以分为两类: 可减少的不确定性和不可减少的不确定性 [1]. 无论 人还 计算机控制机器, 两者之间一定有信息交换. 能够在线利用来自系统的信息使系统中的某种不确定性不断减少甚至消除, 从而能够更好跟踪目 , 这类不确定性我们定义为可减少的不确定性; 无法利用来自系统的信息, 使不确定性减少的这类不确定性我们定义为不可减少的不确定性.

不可减少的不确定性的处理方法 鲁棒控制理论研究的课题. 通常假设被控对象的 型属于某类 型集合, 即给定一个度量和 称系统, 型集合一般视为 称系统在该度量下的一个邻域 [2]. 为简单起见, 称系统 型取为线性时不变系统. 鲁棒控制就 设计一个控制器使 称 型邻域内的任何一个系统, 在该控制器的控制下, 具有期望的性能 [3]. 值得 出的 , 鲁棒控制方法在处理系统中的不确定性方面表现卓越, 但与此同时与之形影不离的负面影响就 控制器往往过于保守.

系统中 含的可减少不确定性 辨识、参数估计和自适应控制理论的重要课题, 典型的可减少不确定性就 系统 型中有 知参数, 除此之 还有结构参数、系统的阶次、延迟、干扰和扰动的力度等 [4−6].

本文以单输入 - 单输出系统为例, 探讨了系统 型中同时存在两种不确定性的控制器设计方法. 研究表明, 这类系统的控制必须考虑两个方面, 一方面, 控制信号对系统输出具有调节作用; 另一方面, 控制信号还要对 知参数进行主动学习, 两种作用在控制律的实现中 相互冲 的. 如何在两种作用间实现控制与学习

收稿日期:

能量的分配, 目前还没有一个满意的方法. 1982 年, 等人在控制 泛函的基础上, 以一个学习因子引入新息序列的方差, 实现了控制作用和估计作用的折衷, 这 一个里程碑的结果 [7]. 然而, 学习因子由设计者事先给出, 在各控制阶段保 常数. 就学习因子的选取而言, 这似乎有开环性质. 2002 年, 钱富才等人提出了方差最小化方法, 给出了学习与控制的权衡策略 [1]. 该方法仅适用参数不确定性出现在测量方程, 有很大的 限性. 2008 年, 钱富才等人提出了 种控制方法 [8], 以均值的形式利用了系统 来的信息, 使控制器具有主动学习特点, 但每个控制阶段都要解一个较大规 的约束优化问题, 用后验概率对系统的真实参数进行学习. 每个阶段都要求解约束优化问题, 极大地增加了计算量, 实时性很差. 研究表明, 学习与控制的权衡直接影响系统的性能, 2009 年, 钱富才等人对于 问题进行了深入研究, 在性能 的均值和方差间实现了最佳平衡 [9]. 这方面的研究可参考文献 10. 13 .

本文受投 科学的启发 [14], 给出了度量学习 (辨识) 好坏的性能 , 把学习目 与跟踪目 视为多目 优化问题, 利用效用函数理论把两目 优化问题, 转化为单目 优化问题, 求解该优化问题 得了各控制阶段的最优学习因子. 仿真结果表明, 这种方法在跟踪与辨识之间进行了较好的权衡.

2 题的描述

考虑如下离散随机动态系统:

$$y(k+1) = \sum_{i=0}^{m} b_i u(k-i) + \sum_{i=0}^{n} a_i y(k-i) + e(k) \tag{1}$$

其中, $\{u(k)\}$ 控制序列, $\{y(k)\}$ 输出序列, $\{e(k)\}$ 高斯白噪声序列, 均值为 0、方差为 σ_1^2. $b_0, b_1, \cdots, b_m$, $a_0, a_1, \cdots, a_n$ 系统 (1) 的参数. 当这些参数已知时, 已经有成熟的理论解决这类控制问题; 当它们 知时, 在系统的控制过程中, 除了要追求跟踪目 , 还必须要考虑参数的辨识问题. 这表明, 参数 知时的控制问题中有两种不确定性, 一种 部噪声 $e(k)$, 这种不确定性不能减少, 也无法控制, 一种客观存在; 另一种 系统中的 知参数, 这种不确定性能够通过学习不断减少直至完全消除. 一个理论上容易验证的极端情况就 参数 知, 但 常数. 因此, 知参数的随机系统控制就出现了控制能量的分配问题, 一方面控制器要使控制系统朝着期望的目 运行, 另一方面, 控制器还要对 知参数进行学习. 为了更简洁的 述本文要解决的控制问题, 我们给出以下定义, 令 k 时刻的数据向量和参数向量分别为:

$$\Phi(k) = [u(k), u(k-1), \cdots, u(k-m), y(k), y(k-1), \cdots, y(k-n)] \tag{2}$$

$$x(k) = [b_0(k), b_1(k), \cdots, b_m(k), a_0(k), a_1(k), \cdots, a_n(k)]^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

这样, 系统 (1) 可以简化为

$$y(k+1) = \Phi(k)x(k) + e(k) \tag{4}$$

上述定义的向量 $x(k)$ 系统的参数向量. 假定系统在运行的过程中, 参数

以 (5) 式为状态方程, 以 (4) 式为观测方程, 用K 滤波, 可以得到参数 $x(k)$ 的如下递推估计:

$$
\begin{aligned}
&x(k+1|k+1) = x(k|k) + K(k+1|k+1)v(k+1),\\
&K(k+1|k+1) = P(k+1|k)\Phi^{\mathrm{T}}(k)\{\Phi(k)P(k+1|k)\Phi^{\mathrm{T}}(k) + \sigma_1^2\}^{-1},\\
&P(k+1|k) = P(k|k) + \sigma_2^2 I,\\
&P(k+1|k+1) = [I - K(k+1|k+1)\Phi(k)]P(k+1|k),
\end{aligned}
$$

其中 $v(k+1) = y(k+1) - \Phi(k)x(k+1|k)$ 新息序列.

控制目 输出 $y(k)$ 跟踪期望目 $y_r(k)$, 记为 J_c. 另一个目 使辨识的系统参数更加接近实际系统参数, 即辨识目 , 记为 J_i. J_c 和 J_i 可以分别用下面的 来度量,

$$J_c = E\{[y(k) - y_r(k)]^2\} \tag{9}$$

$$J_i = E\{[y(k) - y(k)]^2\} \tag{10}$$

其中, $y(k) = \Phi(k)x(k|k)$.

因此, 本文解决的控制问题 , 设计一个控制器, 在每个阶段使 J_c 和 J_i 达到最小. 显然, 这 一个多目 最优控制问题, 其本质 求非劣解. 一般情况下非劣解 不唯一的, 一个解集. 如何评价非劣解在控制和辨识间的权衡性能, 我们采用效用函数技术. 在投 科学中, 投 者 (相当于控制器) 追求的目 收益最大, 风险最小, 通常通过效用函数达到最大来实现; 而控制问题中, 控制器兼顾的控制性能和辨识性能都 希望达到最小, 因此, 体的效用函数与投 科学相反, 应该 效用 最小.

因此, 本文解决的控制问题提法如下,

$$
\begin{aligned}
(P)\quad & \min_u \ \phi(J_c, J_i)\\
& \text{s.t.}\ \ x(k+1) = x(k) + \theta(k)\\
& \qquad y(k+1) = \Phi(k)x(k) + e(k)
\end{aligned}
$$

其中效用函数 ϕ 连续可微的凸函数, 且,

$$\frac{\partial\phi}{\partial J_c} > 0, \qquad \frac{\partial\phi}{\partial J_i} > 0 \tag{11}$$

条件 (11) 表明, 效用函数 ϕ 关于控制目 和辨识目 为单调增函数, 即每个子目 的改善, 都会导 体效用的改善.

在任何控制问题中, 控制律应该 允许的, 这样物理上才能实现. 因此, 问题 (P) 的解, 即控制输入应该具有 $u(k) = f_k[I(k)], k = 0, 1, \cdots, N-1$ 的约束形式.

3 辅 题的解

对于给定的效用函数 ϕ, 即使非常简单, 最优控制问题 (P) 也不易直接求解. 因此, 我们将充分利用控制问题 (P) 的结构, 给出较为简单的求解算法, 以便实时利用.

构造如下辅助优化问题,

$$(F(w_c, w_i)) \quad \min_u \ w_c J_c + w_i J_i$$

其中, J_c, J_i 分别为控制目 (9) 和辨识目 (10), w_c 和 w_i 为权系数. 权系数为该优化问题的参数, 给定一组参数, 对应的就有一个最优控制, 最优控制 参数 w_c 和 w_i 的函数. 另 , 辅助问题的物理意义非常明确, 体目 控制目 与辨识目 的加权和. 这表明, 按这个目 泛函确定的控制施加于系统, 能够体现两个目 间的权衡. 例如, w_c 比 w_i 大, 则对应的控制更偏

证明 用反证法. 假定 $\{u^*(k)\}$ 不 问题 (P) 的最优控制, 则存在另 一个允许控制 $\{u(k)\}$, 使得

$$\phi(J_c(u), J_i(u)) < \phi(J_c(u^*), J_i(u^*)) \tag{12}$$

由于 $\phi(J_c, J_i)$ J_c 和 J_i 的凸函数, 根据凸函数的性质, 有,

$$\begin{aligned}\phi(J_c(u), J_i(u)) > {} & \phi(J_c(u^*), J_i(u^*)) \\ & + \frac{\partial \phi}{\partial J_c}(u^*)\ J_c(u) - J_c(u^*)] + \frac{\partial \phi}{\partial J_i}(u^*)\ J_i(u) - J_i(u^*)],\end{aligned}$$

即,

$$\begin{aligned}&\left\{\frac{\partial \phi}{\partial J_c}(u^*)J_c(u) + \frac{\partial \phi}{\partial J_i}(u^*)J_i(u)\right\} - \left\{\frac{\partial \phi}{\partial J_c}(u^*)J_c(u^*) + \frac{\partial \phi}{\partial J_i}(u^*)J_i(u^*)\right\} \\ &< \phi(J_c(u), J_i(u)) - \phi(J_c(u^*), J_i(u^*))\end{aligned} \tag{13}$$

联合式 (12) 和式 (13), 下列不等式成立,

$$\frac{\partial \phi}{\partial J_c}(u^*)J_c(u) + \frac{\partial \phi}{\partial J_i}(u^*)J_i(u) < \frac{\partial \phi}{\partial J_c}(u^*)J_c(u^*) + \frac{\partial \phi}{\partial J_i}(u^*)J_i(u^*) \tag{14}$$

显然, 不等式 (14) 与 $\{u^*(k)\}$ 辅助问题 $(A(w^*))$ 的最优控制的假定相矛盾. 因此, 定理得证.

定理 1 的意义在于, 找出了辅助问题与原问题最优控制间的关系, 而辅助问题的物理意义与求解算法都比原问题简单得多.

对于给定的参数 w, 用如下方法可以求出辅助问题 $(A(w))$ 的最优控制的解析解. 由式 (2) 和式 (6) 确定的数据向量 $\Phi(k)$ 和参数估计向量 $x(k|k)$, 可以分解为,

$$\Phi(k) = u(k), m_1(k)] \tag{15}$$

$$x(k|k) = b_0(k), p_1^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}} \tag{16}$$

其中, $m_1(k) = u(k-1), u(k-2), \cdots, u(k-m), y(k), y(k-1), \cdots, y(k-n)]$, $p_1(k) = b_1(k), \cdots, b_m(k), a_0(k), a_1(k), \cdots, a_n(k)]^{\mathrm{T}}$.

在[illegible]滤波中, 对方差矩阵 $P(k|k)$ 进行如下分块,

$$P(k|k) = \begin{pmatrix} P_{b_0}(k) & \cdots & P_{b_0p_1}(k) \\ \vdots & & \vdots \\ P_{b_0p_1}^T(k) & \cdots & P_{p_1}(k) \end{pmatrix} \tag{17}$$

根据控制目 J_c 的定义, 有,

$$\begin{aligned}J_c &= E\{\ y(k) - y_r(k)]^2\} \\ &= E\{\ \Phi(k)x(k) + e(k) - y_r(k)]^2\} \\ &= E\{\ \Phi(k)(x(k|k) + x(k|k)) + e(k) - y_r(k)]^2\} \\ &= \ \Phi(k)x(k|k) - y_r(k)]^2 + \Phi(k)P(k|k)\Phi^{\mathrm{T}}(k) + \sigma_1^2\end{aligned} \tag{18}$$

把 (15)、(16) 和 (17) 式代入 (18) 式, 有

$$\begin{aligned}J_c = {} & b_0^2(k) + P_{b_0}(k)]\,u^2(k) + 2u(k)b_0(k)\ m_1(k)p_1(k) - y_r(k)] \\ & + 2u(k)m_1(k)P_{b_0p_1}^T(k) + c_1(k)\end{aligned}$$

其中, $c_1(k)$ 为与 $u(k)$ 无关项. 用同样的方法, 学习目 J_i 有如下形式,

$$\begin{aligned}J_i &= E\{\ y(k) - y(k)]^2\} \\ &= E\{\ \Phi(k)x(k) + e(k) - \Phi(k)x(k|k)]^2\} \\ &= E\{\ \Phi(k)x(k|k) + e(k)]^2\} \\ &= \Phi(k)P(k|k)\end{aligned}$$

其中, $c_2(k)$ 为与 $u(k)$ 无关项. 令 $f = J_c + wJ_i$, 使 $\frac{\partial f}{\partial u(k)} = 0$ 的 $u(k)$ 就　辅助问题的最优控制. 因此, 最优控制律为

$$u(k) = -\frac{b_0(k)\ m_1(k)p_1(k) - y_r(k)] + (1+w)m_1(k)P_{b_0p_1}^{\mathrm{T}}(k)}{b_0^2(k) + P_{b_0}(k) + wP_{b_0}(k)} \tag{19}$$

注意, 上面的推导表明, 辅助问题的目　函数　一个简单的二次凸函数, 其最优解　唯一的. 因此, 当 w 为最优参数时, 对应的解　唯一的, 根据定理 1 该解一定　原问题的最优解. 控制 (19)　辅助问题的解, 而辅助问题的目　函数　跟踪与辨识性能的权衡, 因此我们称控制 (19) 为权衡控制.

4 最　权系数的搜索

由定理 1 可知, 问题 (P) 的最优解在辅助问题 $(A(w))$ 的解集中, 不同的参数对应不同的解, 具有什么样性质的参数对应原问题的最优解呢? 下面的定理 2 回答了这个问题.

定理 2　设辅助问题 $(A(w))$ 中的参数 w^* 与问题 (P) 的最优解对应, 则

$$\left.\left\{\frac{\partial\phi}{\partial J_i} - w\frac{\partial\phi}{\partial J_c}\right\}\right|_{w=w^*} = 0 \tag{20}$$

证明　对于给定的参数 w, 解辅助问题 $(A(w))$,　得最优控制, 不同的参数 w 对应不同的最优控制. 因此, 辅助问题的解一定　w 的函数, 记为 $u^*(k,w)$. 把最优解 $u^*(k,w)$ 代入控制和辨识目　, 则 $J_c^* = J_c(w)$, $J_i^* = J_i(w)$. 进一步把两个最优的子目　代入效用函数, 有 $\phi^* = \phi(w)$. 当 w^* 为最优参数时, $\frac{\partial\phi^*}{\partial w} = 0$. 用复合函数求导法则, 有,

$$\left\{\frac{\partial\phi}{\partial J_c}\frac{\partial J_c}{\partial w} + \frac{\partial\phi}{\partial J_i}\frac{\partial J_i}{\partial w}\right\}_{w=w^*} = 0 \tag{21}$$

另　, 最优参数 w^* 使辅助问题达到最优, 根据文献　13], 有,

$$\left\{\frac{\partial J_c}{\partial w} + w\frac{\partial J_i}{\partial w}\right\}_{w=w^*} = 0 \tag{22}$$

联合方程 (21) 和 (22), 就有最优性条件 (20) 成立.

设 ϕ 的梯度记为 $\bigtriangledown\phi$, 则 $\bigtriangledown\phi = \left[\frac{\partial\phi}{\partial J_c}, \frac{\partial\phi}{\partial J_i}\right]^{\mathrm{T}}$. 定义:

$$N(w) = \ N_c(w), N_i(w)]^{\mathrm{T}} = -\bigtriangledown\phi + \frac{\tau^{\mathrm{T}}\bigtriangledown\phi}{\tau^{\mathrm{T}}\tau}\tau \tag{23}$$

其中 $\tau = \ 1, w]^{\mathrm{T}}$.

根据　　不等式, 有,

$$\bigtriangledown^{\mathrm{T}}\phi\cdot N(w) = -\|\bigtriangledown\phi\|^2 + \frac{\left(\tau^{\mathrm{T}}\bigtriangledown\phi\right)^2}{\tau^{\mathrm{T}}\tau} \le 0.$$

这表明 $N(w)$　ϕ 的一个下降方向. 容易验证当 $N(w) = 0$ 时, 最优性条件 (20) 成立.

定理 3　设辅助问题 $(A(w))$ 在上一次 (记为 m 次) 的值为 w^m, 则下一次迭代 (记为 $m+1$ 次) 的值 w^{m+1} 可用下式计算,

$$w^{m+1} = w^m - \alpha N_i(w^m),$$

其中, α 为步　参数.

证明　设第 m 次迭代辅助问题 $(A(w))$ 的解为 $u(w^m)$, 构造以下的约束优化问题:

$$(EOP) \qquad\qquad J_c$$

$$. \ . \ J_i(u) \le J_i(u) + \beta N_i(w^m)$$

其中, β　一个固定的常数, 它的作用　使约束集合非空. 上述约束优化问题可以通过

λ 为 乘子. 原问题 $\min_u T(u,\lambda)$ 的对偶问题为:

$$D(\lambda)=\min_u T(u,\lambda).$$

根据原始–对偶原理, 问题 (EOP) 的解与

$$\max_\lambda \min_u T(u,\lambda)=\max_\lambda D(\lambda)$$

等价. 对偶问题最优解的搜索有很多方法, 本文采用简单的梯度法就能 得 $D(\lambda)$ 的最大值, 即

$$\lambda^{m+1}=\lambda^m+\alpha_1\frac{\partial D(\lambda^m)}{\partial\lambda} \tag{24}$$

其中 α_1 为步 参数. 注意到 $\frac{\partial D(\lambda)}{\partial\lambda}=-\alpha_1 N_i(w^m)$ 代入式 (24), 则

$$\lambda^{m+1}=\lambda^m-\alpha N_i(w^m)$$

其中 $\alpha=\alpha_1\beta$ 为步 参数.

由于 $D(\lambda)$ 在最大值处, $\frac{\partial D(\lambda)}{\partial\lambda}=0$, 而 $\frac{\partial D(\lambda)}{\partial\lambda}=-\alpha_1 N_i(w)$, 因此, $N_i(w)=0$. 另 , 这里的 λ 与辅助问题 $(A(w))$ 中的 w 的作用完全相同, 这样 $m+1$ 次的 w 可以用 $m+1$ 次的 λ 值来代替. 因此, 对于下一次 w 的校正有如下等式:

$$w^{m+1}=w^m-\alpha N_i(w^m) \tag{25}$$

其中, α 为步 参数.

5 仿真分析

综上所述, 解决控制与学习间的权衡问题可以用如下算法来实施.

权衡控制算法:

0 给定允许误差 ϵ 和参数 w 的值, 置迭代次数 $m=0$;

1 用 滤波 得 k 时刻的状态估计 $x(k|k)$ 和估计方差阵 $P(k|k)$;

2 用公式 (19) 计算辅助问题 $(A(w^m))$ 的最优控制;

3 用公式 (23) 计算 $N_i(w^m)$;

4 判断 $\|N_i(w^m)\|\le\epsilon$ 否成立. 如果成立, 结束, 辅助问题 $(A(w^m))$ 的解 $u^*(k)$ 就 k 时刻施加于系统的最优权衡控制;

5 如果不成立, 用公式 (25) 校正参数 w, 返回 1.

将 $u^*(k)$ 用于控制系统, 会得到新的信息, 即得到系统的输出. 用该信息通过 滤波可以 得下一时刻系统的状态估计和估计方差, 重新用上述算法就可以得到 $k+1$ 时刻的控制输入.

下面我们给出一个具有 知参数, 但 参数 常数的最小方差控制的例子, 通过对上述算法进行仿真, 以说明控制器的控制与学习特点.

例 1 考虑随机系统,

$$y(k+1)=b_0u(k)+a_0y(k-1)+a_1y(k)+e(k),\quad k=0,1,\cdots,N-1.$$

其中, 对系统的控制时间 $N=50$, $e(k)\sim N(0,1)$. 令参数向量 $x(k)=[b_0,a_0,a_1]^\top$, 其真值为 $[1.2,2,1]^\top$, 数据向量 $\Phi(k)=[u(k),y(k-1),y(k)]^\top$. 为了明确的从理论上分析本文给出的权衡控制有良好的学习性质, 特别假定 知的参数向量 x 在 个控制过程中 知, 但 常数. 这表明在控制过程中后一时刻的参数和前一时刻参数完全相等. 这一假定可用如下 型来刻画,

$$x(k+1)=x(k).$$

本文仿真中初始参数的估计值取为 $x(0)=[0.7,1,0.5]^\top$, 初始估计误差矩阵取为 $P(0)=5I_3$, 这里 I_3

首先, 根据最优控制求出系统参数完全已知时的最优控制和性能　, 然后, 假定参数完全　知, 用本文给出的算法, 设计出能够兼顾控制与学习的权衡控制器. 通过与最优控制的比较, 揭示本文给出的算法的控制与学习特点. 值得　出的　, 参数已知情况下的最优控制, 它的性能　　权衡控制对应的性能　　值的下界, 这个下界永远不能达到.

在以上条件下, 对例子中的随机系统, 用权衡控制和最优控制进行 1000 次　　仿真, 结果见表 1.

表 1　未知参数是常数情况下两种控制结果比较

Control policy	Trade-o control	Optimal control
Minimum cost	0.6971	0.6699

结果表明权衡控制与最优控制在统计意义下, 就本文仿真的例子来看, 两者的性能　差距不大, 说明权衡控制具有最优性.

图 1, 2, 3 为参数学习曲线, 在大约 40 个单位时间内估计值已接近真值, 这说明权衡控制消除了系统中可减少的不确定性. 图 4 为最优控制和权衡控制, 可以看出在最初阶段, 由于控制器要分配一部分能量用于学习, 这段时间内权衡控制比最优控制大得多. 随着时间推移, 当控制器学习出参数真值后, 权衡控制与最优控制基本重合. 参数估计的精度越高, 两个控制律越接近. 就具有　知参数的随机系统而言, 如果控制能量越大, 对系统激励出的信息越丰富, 辨识就越快; 但过大的扰动系统, 必然产生较差的控制性能. 因此两者之间应该需要权衡, 权衡用本文提出的效用函数来实现.

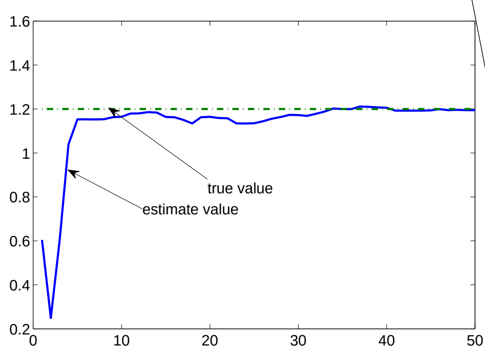


图 1 参数 b_0 的学习过程

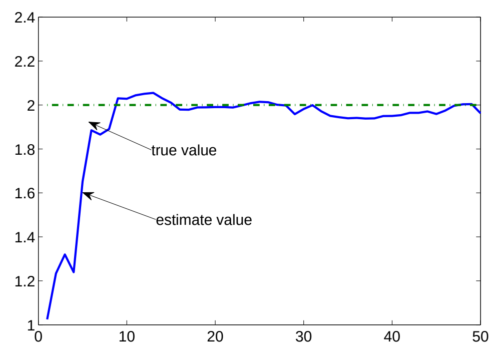
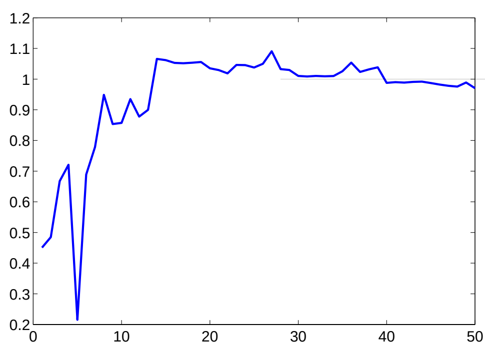


图 2 参数 a_0 的学习过程



从表 2 可以看出, 权衡控制的性能 在统计意义下与最优控制的性能 比较接近. 这表明权衡控制具有最优性. 参数学习情况如图 5.

6 结论

本文研究双重不确定性下系统跟踪与辨识问题, 对于给定的效用函数设计出了兼顾学习与控制作用的权衡控制器, 仿真结果也表明了控制器的学习与控制特点. 用本文的方法设计出的控制器容易实现, 能够消除或减少系统的不确定性, 为认识鲁棒控制的保守性提供了新的方法.