

## 基于 CVaR 准则的 Newsboy 型商品最优广告费用与订货策略

李绩才<sup>1,2</sup>, 周永务<sup>1</sup>, 钟远光<sup>1</sup>

(1. 华南理工大学 工商管理 学院, 广州 510641; 2. 浙江师范大学 行知学院, 金华 321004)

**摘要** 研究了风险厌恶型零售商在面对随机市场需求与广告投入相关时的最优广告投入与订货策略。通过乘法需求形式将广告投入对需求的影响引入 Newsboy 问题中, 并以 CVaR 作为风险量准则, 建立了风险厌恶型零售商广告投入与订货量联合决策的随机模型; 揭示了风险厌恶程度、需求不确定性以及商品本身特性对零售商最优广告投入和订货量的影响; 最后通过应用实例对理论结果进行了验证分析。研究结果为零售商制定广告投入策略和相应的订货策略提供了参考。

**关键词** Newsboy 模型; CVaR; 广告费用; 订货策略

## Optimal advertisement cost and order policy for Newsboy-type-merchandise under the CVaR criterion

LI Jinchai<sup>1,2</sup>, HOU Yongwu<sup>1</sup>, HONG Yuanfang<sup>1</sup>

(1. School of Business Administration, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China;  
2. Xingzhi College, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

**Abstract** The standard Newsboy problem is based upon risk neutrality with an objective of maximizing expected profit or minimizing expected cost. In this paper, we consider the optimal advertisement cost and order policy under the conditional value-at-risk (CVaR) criterion in a Newsboy model, in which the retailer is risk averse and faces a random demand depending on advertising expenditure. We analyse the effect of risk aversion, the uncertainty in demand, and the merchandise nature on the optimal advertisement investment cost and order quantity decision. And then we illustrate our findings by some numerical examples. These results will be helpful for retailers to make advertisement investment policy, and order policy feasibly and scientifically.

型 品供应 协调问题. 鉴于在实际的 品销售过程中, 广告宣传是 售 刺激需求的常用手段之一, 周永务和杨 [8] 首先将广告投 对需求的影响引 N 问题, 广告投 策 与订货策 合 定的随机模型. K,  $\lambda$ , 和 R [9] 从广告投 对随机需求的均值和方差不同假 模型, 并分别从 期望 最大化和 实现既定 标 的概率 最大化 种不同的 标展开分 . 最近, W<sub>1</sub> 和 [10-11] 考 广告投 和价格 种因素对市场需求的影响, 在 产模 和允许期 二次订购的 形下, 产、订购、广告投 及定价 合 定的 N 型 品供应 协调模型.

而, 述的研究大多假 供应 参与 者为风险中性者, 决策 标是 得期望 最大化或期望成本 最小化, 这与现实 况往往并不相符. 因此 带有不同决策 标和效用 数的 N 模型是 一个重要的拓展方向. 在现实中, 供应 中的决策者不仅关注他所 获得的期望 是否最大化, 而 还希望在获 的时候风险较小. 这就 及到决策者的风险厌恶问题. 文献 [12-15] 分别从 达到 一 水的概 、效用 数、均值方差及 变形形 等角度拓展 风险厌恶的 N 型 售 的决策行为, 他 发现: 风险厌恶 售 的最优订购数 要小于风险中性的订购数 , 而 会随着风险厌恶程度的增加而降低. 最近 逐渐有学者将在经济与金 工程中广泛 用的风险度 工具 CV<sub>1</sub>R (条 风险值) 引 到 N 模型中. C 等 [16] 首先研究 有 货惩罚时 CV<sub>1</sub>R 风险度 准则下 N 型 售 的最优订购 , 许 辉 等 [17] 则进一步研究 存在 货惩罚时 CV<sub>1</sub>R 风险度 准则下的最佳订购策 . C 等 [18] 用 CV<sub>1</sub>R 风险度 准则, 研究 风险厌恶的 N 型 售 的定价和库存 合 决策问题. 他 的研究表 : 对价格需求关系的不同假 可 会导致最优销售价格的不同性质.

本文通过假定 品的期望需求是广告投 的增加凹 数, 将广告投 引进 N 问题中, 采用 CV<sub>1</sub>R 作为风险度 准则, 讨论 风险厌恶型 售 的最优广告投 与订货策 , 并通过应用实 进行分 .

## 2.2 风险度量准则

本文选择条件风险值  $CV_R$  作为风险度量准则.  $CV_R$  是近年来在经济与金融工程中经常采用的风险度量,它是基于风险值  $V_R$  发展起来的.

$V_R$  考的是决策者获得一定的置信水平. 具体来说,对一置信水平  $\alpha \in (0, 1)$ , 有  $V_R(\cdot) = \{x | P\{X(\cdot) \leq x\} \geq \alpha\}$ . 以  $V_R$  为风险度量准则的决策者以求最大化  $V_R(\cdot)$ , 但它有一个非常严重的缺陷是不便于计算, 而  $CV_R$  能够较好地解决这一问题.

$CV_R$  给出置信水平小于  $V_R$  部分的均值, 即

$$CV_R(\cdot) = \int_{-\infty}^{V_R(\cdot)} f(x) dx / \int_{-\infty}^{V_R(\cdot)} f(x) dx = \frac{1}{V_R(\cdot)} \int_{-\infty}^{V_R(\cdot)} x f(x) dx \quad (6)$$

由于  $CV_R$  便于计算, 具有良好的运算特性, 又被称为风险厌恶因子, 越小表示销售风险厌恶程度越大, 当  $\alpha=1$  时, 销售为风险中性. 关于  $CV_R$  更详细的介绍, 可参考 [19-20].

## 3 最优广告投入与订货策略分析

于是, 在  $-CV_R$  风险度量准则下, 风险厌恶的销售需要在销售期开始时确定广告投入费用和订货的最优值  $q^*$  与  $l^*$ , 得  $CV_R(\cdot)$  最大化. 即

$$q, l \quad CV_R(\cdot) = q, l \quad V_R$$

$$\frac{k(q, u, v^*(u))}{q} = -c - \frac{1}{q} (p - c) F(u).$$

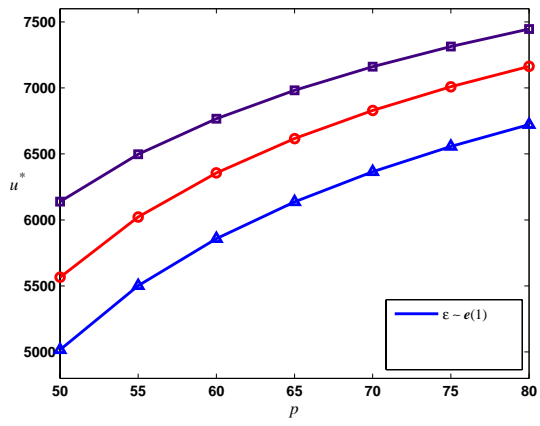
综 分, 最优订货  $q^*(\cdot)$  应 足  $-c - \frac{1}{q} (p - c) F(q^*(\cdot)) = 0$ . 由此,  $q^*(\cdot) = F^{-1}\left(\frac{p - c}{p}\right) = F^{-1}\left(\frac{p - c}{p}\right)$ . 得证.

接下来, 我 考 将广告投 费用也作为决策变 的 况. 从定理 1 的证 可知, 对于给定的广告投 , 在 -CVaR 准则下, 值的最优 值  $q^*(\cdot) = (p - c) F^{-1}\left(\frac{p - c}{p}\right)$ . 将  $q^*(\cdot) = (p - c) F^{-1}\left(\frac{p - c}{p}\right)$ ,  $v^*(\cdot) = -c - \frac{1}{q} (p - c) F(q^*(\cdot))$ , 则可 (10) 转化为



表 1 析结果汇总表

决策	风险中性	风险厌恶
广告费用	小 定性需 的广告费用;	小 定性需 的广告费用;
		小 风险中性 的广告费用;
		对风险越规避, 投 的广告费用越 ;
	随 单位进价 $c$ 严格单调减;	随 单位进价 $c$ 严格单调减;
	随 售价 $p$ 严格单调增;	随 售价 $p$ 严格单调增;
	随 处 残值 $s$ 严格单调增.	随 处 残值 $s$ 严格单调增.
订货	$q^*(u) = D(u)F^{-1}\left(\frac{p-c}{p-s}\right)$	$q^*(u) = D(u)F^{-1}\left(\eta\frac{p-c}{p-s}\right)$
		小 风险中性的订货 ;
		对风险越规避, 订货 越小;
	随 单位进价 $c$ 严格单调减;	随 单位进价 $c$



亦越小; 2) 无论售是风险中性的还是风险厌恶的, 需求的不定性都致他减广告宣传投; 3) 在 CVaR 风险度准则下, 售对最优广告投和最佳订货分别随品售价提高而增加、随品单位进价增加而减、随品处理残值增加而增加. 这些结果将为业的运营部和销售部的经营决策提供一定的参考.

在供应环境中有关风险问题的研究还很不充分, 需要研究的问题还有很多. 如, 存在货惩罚时, 在 CVaR 风险度准则下售的广告投和订货策有何不同? 供应和售都是风险厌恶的况又怎样? 这些问题都需要进一步探讨与研究.

## 参考文献

- [1] Porteus E L. Stochastic Inventory Theory[M]// Heyman D P, Sobel M J. Handbooks in OR and MS, Vol. 2. Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, The Netherlands, 1990: 605-652.
- [2] Khouja M. The single-period (news-vendor) problem: Literature review and suggestions for future research[J]. Omega, 1999, 27(5): 537-553.
- [3] Lau A, Lau H. The newsboy problem with price-dependent demand distribution[J]. IIE Transactions, 1988, 20(2): 168-175.
- [4] Polatolu L. Optimal order quantity and pricing decisions in single-period inventory systems[J]. International Journal of Production Economics, 1991, 23(1/3): 175-185.