

波 动 的 存

周 欣^{1,2}, 霍佳震²

(1. 上海海 学院海 理系, 上海 201204; 2. 同 济 学 经 济 与 理 学 院, 上 海 200092)

针 循 环 取 货 过 中 提 前 期 较 及 其 企 业 直 接 影 响, 将 总 提 前 期 加 为 决 量, 念 引 入 随 机 提 前 期 () 压 缩 析, 立 了 循 环 取 货 下 基 于 随 机 提 前 期 压 缩 且 含 载 量 约 束 应 商 品 库 模 型, 讨 论 如 合 理 压 缩 生 运 输 过 中 提 前 期 乘 降 总 . 结 果 明 企 业 可 以 在 提 前 期 压 缩 与 提 前 期 过 所 乘 库 有 缺 货 之 间 进 行 权 衡, 通 过 合 理 压 缩 总 提 前 期 , 有 效 降 系 统 总 , 尤 其 在 载 量 小、集 货 物 资 价 且 需 求 量 情 况 下 降 为 显 著.

关 词 循 环 取 货¹ 随 机 提 前 期¹ 压 缩¹ 库¹ 总

提前期.在循 取 程中,由下游制造企业的生产 零售商的采 得出的 需求往往是确定的,但总提前期却存在 大波动,因此属于以上第三种情况.

在第二种情况下(随 需求确定提前期),提前期的长度增 直 影响到企业的总成本增 ,为此 [3] 首先提出 提前期 分为多 独立操作的时段, 提前期增 为 策变量,提出了 以 短提前期长度.此 许多学者 多 度对此问题 行拓展, 森 短提前期的长度,不断 行 于 变提前期压 ()的研 (参 文献 4).而在第三种情况下(随 提前期 确定的需求),提 前期的长度 影响着再订 点大小,对总成本没有 响,但提前期波动(方差)的增 则 直 导致总成本上升[8].虽然 外学者 早 展了对随 提前期的研 , 立了 于随 提前期的 存模型(参 文献 12),但上述模型 设随 提前期方差为确定常量,而未能 虑随 提前期方差作为变量 行提前期方 差压 的问题.

循 取 模式下的企业运作实 , 虑到由生产 运输 程不确定性所产生的提前期波动(方差) 增 对企业成本的 响,本文 循 取 程中提前期波动 大而需求确定的特点, 成本 念引入 随 提前期方差压 分析,把 应商的生产提前期 运输提前期作为多 独立压 的时段, 总提前期 方差增 为 策变量,同时 虑车载量约束, 立了循 取 下 于随 提前期波动压 的多 应商多产品 存模型,讨论如 理压 生产 运输 程中的总提前期方差 实现总成本的下 .

2 符号定 和 关

本文研 由多 应商、单 装配型制造商组成的多产品 应链,采用循 取 方式 行 ,以下游 制造商成本最小 为目标 立模型,主要定义如下

- 1) 有 应商,每 应商向制造商 应一种零部 ,每 应商 应的零部 品种不相同,单位时 零部 的需求 $D_i(i=1, 2, \dots, n)$ 是确定的.采用 (Q, r) 存 制策略,当采 的零部 i 存水平 低到 r_i (再订 点)时 行订 ,订 批量为 Q_i ,在提前期内的缺 全部 补 $(Q_i - r_i)$.
- 2) 每次循 取 途 每 应商,车辆的实 行驶路线如图 1 所示(A B). 本文 虑到存在 应商园区的情况, 设行驶路程包括去程 (-), 应商区域巡 (), 程 (-)三部分,去程与 程是一致的, 等于制造商到最 的 应商的 离,如图 2 所示(去程为 A B, 应商区域巡 为 B - B, 程为 B A).

分都 行方差压 时的总提前期方差为

$$V_k = \sum_{j=1}^k j + \sum_{j=k+1}^{N+1} j = \sum_{j=k}^{N+1} j - \sum_{j=1}^k (j - j) = V_0 - \sum_{j=1}^k (j - j).$$

其它 定义如下

A_i 零部 i 的每次订 成本

i 零部 i 的单位 存成本

i 零部 i 的单位缺 成本

W 车装载量 (按重量)

i 零部 i 的单位重量

i 应商 i 至制造商的 离

z 每车次单位 离运输成本

k 运输中每次停留成本

X 应商分布区域的面

订 周期

订 时 , 订 到 存为零的时 [12].

3 符成本分

下游制造商总成本由以下 方面组成, 存成
本、缺 成本、订 成本、运输相 成本, 以 提前
期方差压 成本.

1) 存持有成本 缺 成本. 由 设条 知,
每次取 途 每 应商, 零部 的订 周期
订 时 是一致的. 在 $(Q$

由 设条 知循 取 总行驶 离 M 等于 应商区域巡 离 上两倍的制造商到最 的 应商的 离, 定 应商区域 算出对应 M 的值, 由此 得 $M = \phi\sqrt{X} + 2 \min(i)(i = 1, 2, \dots,)$. 每车次 单位 离运输成本为 z , 每 循 取 程的运输成本为 $z M$. 除运输成本外, 每 循 程途中 停 应商的成本为 k , 单位时 内运输相 总成本为 $\frac{z d_M + N k}{T}$.

4) 提前期方差压 成本. 设每 循 取 周期方差压 成本为 (V) , 则单位时 内方差压 成本为 $\frac{R(V)}{T}$. 设对第 1 到第 k 提前期操作时段 行方差压 , 总提前期方差 (V) 展 示为:

$$V_k = \sum_{j=1}^k j + \sum_{j=k+1}^{N+1} j = \sum_{j=1}^{N+1} j - \sum_{j=1}^k (j - j) = V_0 - \sum_{j=1}^k (j - j),$$

$$(V) = \epsilon_k(V_{k-1} - V) + \sum_{j=1}^{k-1} \epsilon_j(j - j), \quad V \in [V_k, V_{k-1}] \quad (2)$$

5) 总成本. 总成本为 存持有成本、缺 成本、运输成本、订 成本以 提前期方差压 成本之 , 单 位时 的总成本为:

$$(\ , , V) = \frac{\sum_{i=1}^N A_i + z M + k}{2} + \frac{\sum_{i=1}^N D_i(i + i)}{2} \left[V + \left(- \sum_{i=1}^N \mu_{pi} - M \right)^2 \right]$$

$$+ \frac{\sum_{i=1}^N D_i i}{2} + \sum_{i=1}^N D_i i \left(- \sum_{i=1}^N \mu_{pi} - M \right) + \frac{(V)}{2},$$

$$V \in [V_k, V_{k-1}], \quad M = \phi\sqrt{X} + 2 \min(i), \quad i = 1, 2, \dots, .$$

4

于上述成本分析且 虑到车载量约束条 , 下游采 商成本最小时其目标 数为:

$$\min (\ , , V) = \frac{\sum_{i=1}^N A_i + z M + k}{2} + \frac{\sum_{i=1}^N D_i(i + i)}{2} \left[V + \left(- \sum_{i=1}^N \mu_{pi} - M \right)^2 \right]$$

$$+ \frac{\sum_{i=1}^N D_i i}{2} + \sum_{i=1}^N D_i i \left(- \sum_{i=1}^N \mu_{pi} - M \right) + \frac{(V)}{2}, \quad V \in [V_k, V_{k-1}] \quad (3)$$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^N D_i i \leq W$$

对 $V \in [V_k, V_{k-1}]$, 分别对 $(\ , , V)$ 求 V 的一 二 偏导数, 代入式 (2) 分别 得

$$\frac{(\ , , V)}{V} = \frac{\sum_{i=1}^N D_i(i + i) - 2\epsilon_i}{2}, \quad \frac{^2(\ , , V)}{V^2} = 0 \quad (4)$$

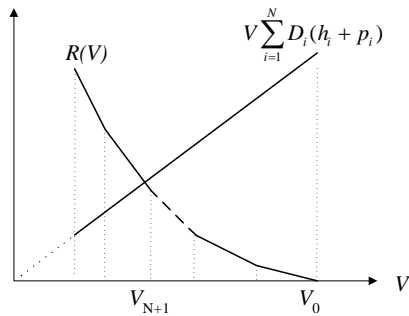
由上式 知, 对任意 定的订 周期 订 时 , $(\ , , V)$ 在 $V \in [V_k, V_{k-1}]$ 为 于 V 的线性 数.

值得注意的是, 在 于 变提前期长度 L 压 的研 中, 设再订 点 = 提前期期望需 求量 $\mu_D L +$ 安 全 存 , 安全 存 = $k \times$ 提前期内需 求的标准差 $\sigma\sqrt{L}$, = $\mu_D L + k\sigma_D\sqrt{L}$. 此 立相应的目标 数 , 对目标 数求提前期 L 的一 二 偏导数, 示明一 导数大于零而二 导数小于零, 对任 意 定的订 周期 (订 批量), 在 $L \in [L_k, L_{k-1}]$ 提前期 L 是 于目标 数的凹 数, 此时, 最优提前期 长度值发生在提前期区 的端点上. 最优 的求 程如下, 首先对 端点 L_k 分别代入目标 数, 求 L_k 对应的最优订 周期, 然 提前期区 端点 L_k

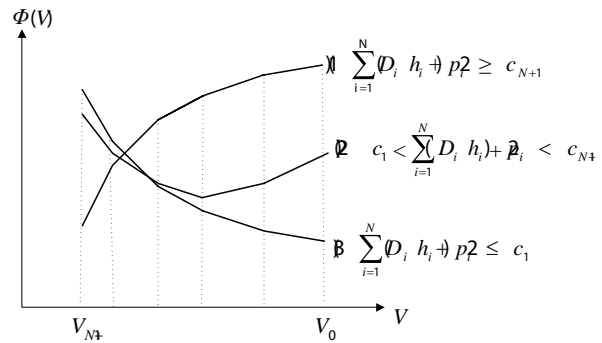
设目标 数式 (3) 中与提前期方差 V 相 的部分成本为 $\Phi(V)$, 则 $\Phi(V)$ 的表达式为

$$\begin{aligned} \Phi(V) &= \frac{V \sum_{i=1}^N D_i (h_i + p_i) + 2 \epsilon_k (V)}{2} \\ &= \frac{1}{2} \left[V \sum_{i=1}^N D_i (h_i + p_i) + 2 \epsilon_k (V_{k-1} - V) + 2 \sum_{j=1}^{k-1} \epsilon_j (V_j - V) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left[\sum_{i=1}^N D_i (h_i + p_i) - 2 \epsilon_k \right] V + 2 \epsilon_k V_{k-1} + 2 \sum_{j=1}^{k-1} \epsilon_j (V_j - V) \right\}. \end{aligned}$$

$\Phi(V)$ 由两部分组成 $\frac{V \sum_{i=1}^N D_i (h_i + p_i)}{2T}$ $\frac{R(V)}{T}$. 提前期方差压 成本 (V) 的表达式 (2) 知, (V) 在 $V \in V_0, V_{N+1}$ 的 数图像为不同斜率的线段组成的曲线, 而 $V \sum_{i=1}^N D_i (h_i + p_i)$ 在 $V \in V_0, V_{N+1}$ 上的 数图像为一条线段, 如图 4 所示. 对任意 定的 (0) , $\Phi(V)$ 的 数图像也为不同斜率的线段组成的曲线, $\sum_{i=1}^N D_i (h_i + p_i)$ 与 ϵ_i 的取值情况有三种 能的图形, 如图 5 所示.



4 $R(V)$ $\sum_{i=1}^N D_i (h_i + p_i)$ 的函 (N 5)



5 $\Phi(V)$ 的函 (N = 5)

由上述分析 知, 对任意 定的订 周期 订 时 , 最优提前期方差 V^* 都 上述条 , 因此 V^* 的取值与 无 , 对 V^* 的求 程分如下三种情况讨论 1)

并求 塞 阵得

$$\left[\frac{2^2(\cdot, \cdot, V)}{2} \right] \left[\frac{2^2(\cdot, \cdot, V)}{2} \right] - \left[\frac{2^2(\cdot, \cdot, V)}{2} \right]^2$$

$$\frac{2 \left\{ \sum_{i=1}^N A_i + z_M + k + (V) + \sum_{i=1}^N D_i(i+i)V + (-\sum_{i=1}^N \mu_{pi} - M)^2 \right\} \sum_{i=1}^N D_i(i+i)}{4}$$

$$- \left[\frac{\sum_{i=1}^N D_i(i+i)}{2} \left(-\sum_{i=1}^N \mu_{pi} - M \right) \right]^2 = 0.$$

由 塞 阵 知, 对任意 定的提前期方差 $V \in V_k, V_{k-1}$, (\cdot, \cdot, V) 为 于 (\cdot, \cdot) 的凸 数, 令 $\frac{TC(T, t, V)}{t} = 0, \frac{TC(T, t, V)}{T} = 0$, 得最优订 时 于订 周期的表达式为

$$*(\cdot) = \sum_{i=1}^N \mu_{pi} + M - \frac{\sum_{i=1}^N D_i i}{\sum_{i=1}^N D_i(i+i)}.$$

不 考虑车载量约束时最优订 周期 于总提前期方差的表示式为

$$(V) = \sqrt{\left\{ 2 \left[\sum_{i=1}^N A_i + z_M + k + (V) \right] + \sum_{i=1}^N D_i(i+i)V \right\} \frac{\sum_{i=1}^N D_i(i+i)}{\sum_{i=1}^N D_i i \sum_{i=1}^N D_i i}} \quad (5)$$

考虑到目标 数中的车载量因素, 并 V^* 代入式 (5), 则最优订 周期 $*$ 最优订 时 $*$ 分别为

$$* = \left[(V^*), \frac{W}{\sum_{i=1}^N D_i i} \right], \quad * = \sum_{i=1}^N \mu_{pi} + M - \frac{* \sum_{i=1}^N D_i i}{\sum_{i=1}^N D_i}$$

系统

表

列 提前

μ_k

1.6

2.5

2.5

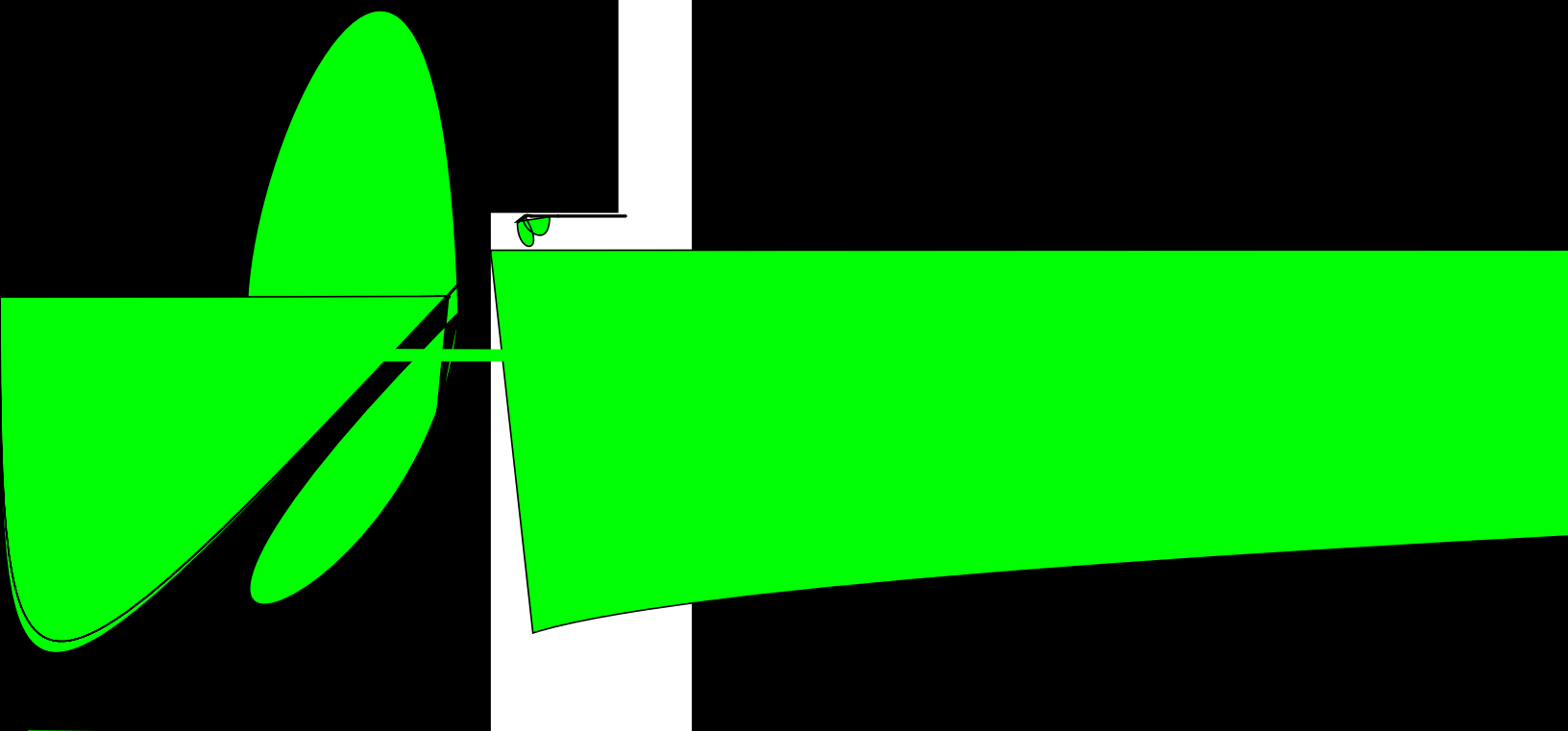
2.5

2

3

3 各

最佳



$\sum_{i=1}^N D_i(\sigma_i + \sigma_i) \leq 2\epsilon_{N+1}$, 始单位压成本最小的段始行方差压。当需求率大于于的 13 % , 段的方差完全压, 满足 $\sum_{i=1}^N D_i(\sigma_i + \sigma_i) \leq 2\epsilon_{N+1}$

此外, 本文提出的提前期方差压 模型不 适用于循 取 模式, 如 略车载量约束, 也适用于所有提前期波动 大且 分 为多 压 时段的一般情况分析. 同时, 本文主要在确定需求的 设前提下讨论了提前期方差压 问题, 而对于需求 提前期 为随 变量下的提前期期望值 方差同时压 问题, 有待进一步深入研 .

参

- [1] Du T, Wang F K, Lu P. A real-time vehicle-dispatching system for consolidating milk runs[J]. *Transportation Research*, 2007, 43(5): 565–577.
- [2] Sindhuchao S, Romeijn H E, Akçali E, et al. An integrated inventory-routing system for multi-item joint replenishment with limited vehicle capacity[J]. *Journal of Global Optimization*, 2005, 32(1): 93–118.
- [3] Liao C J, Shyu C H. An analytical determination of lead time with normal demand[J]. *International Journal of Operations & Production Management*, 1991, 11(9): 72–78.
- [4] Ouyang L Y, Chang H C. Lot size reorder point inventory model with controllable lead time and setup cost[J]. *International Journal of Systems Science*, 2002, 33(8): 635–632.
- [5] Ben Daya A M, Raouf A. Inventory models involving lead time as decision variable[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 1994, 45(5): 579–582.
- [6] 刘蕾, 唐小我. 于缩短 期费用分担的 应商 策略 [J]. *系统 程*, 2005, 23(8): 42–45.
Liu L, Tang X W. A study on vendors's lead time decision model[J]. *Systems Engineering*, 2005, 23(8): 42–45.
- [7] 李怡娜, 叶飞, 徐学 . 控提前期 应链库存优 的费用分担 型 [J]. *系统 程学报*, 2009, 24(1): 9–17.
Li Y N, Ye F, Xu X J. Cost allocation model for optimizing supply chain inventory with controllable lead time[J]. *Journal of Systems Engineering*, 2009, 24(1): 9–17.
- [8] Chopra S, Reinhardt G, Dada M. The e ect of lead time uncertainty on safety stocks[J]. *Decision Sciences*, 2004, 35(1): 1–24.
- [9] Liberatore M J. Planning horizons for a stochastic lead-time inventory model[J]. *Operations Research*, 1977, 26(6): 927–988.
- [10] Liberatore M J. The EOQ model under stochastic lead time[J]. *Operations Research*, 1979, 27(2): 391–396.
- [11] Sphicas G P, Nasri F. An inventory model with finite-range stochastic lead times[J]. *Naval Research Logistics*, 1984, 31(4): 609–616.
- [12] Kim J G, Sun D, He X J, et al. The (s, Q) inventory model with Erlang lead time and deterministic demand[J]. *Naval Research Logistics*, 2004, 51(6): 906–923.
- [13] He X J, Kim J G, Hayya J C. The cost of lead-time variability: The case of the exponential distribution[J]. *International Journal of Production Economics*, 2005, 97(2): 130–142.
- [14] Daganzo C F. The distance traveled to visit N points with a maximum of C stops per vehicle: An analytic model and an application[J]. *Transportation Science*, 1984, 18(4): 331–350.