第 20 卷 第 1 期　　　　航 空 学 报　　　　Vol. 20 No. 1
1999 年　 1 月　　ACTA AERONAUTICA ET ASTRONAUTICA SINICA　　Jan.　1999

一类非线性系统的 D 型在线学习控制

严星刚　林　辉　戴冠中
(西北工业大学自动控制系, 西安, 710072)

D-TYPE ON-LINE LEARNING CONTROL FOR A CLASS OF NONLINEAR SYSTEMS

Yan Xinggang, Lin Hui, Dai Guanzhong
(Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University, Xi′an, 710072)

摘　要　结合对初始状态的学习, 给出了一类输出方程不含控制变量的时变非线性系统的 D 型在线学习控制算法及其收敛条件。其特点是将学习误差在线反馈, 且迭代初始状态只需通过理想信号及系统的部分信息即可确定。最后, 将所得结论应用于机器人系统, 表明本文方法是有效的。

关键词　非线性系统　学习控制　理想信号
中图分类号　TP13, TP242, V249

Abstract　A D-type iterative learning control for a class of time-varying nonlinear system is studied. Then, a practical learning algorithm is given, and a sufficient condition is presented to guarantee the system output converges precisely to the desired output. It should be noted that the control variables do not appear in the output equation, and no precise model of the dynamical system is required. Unlike the existing results, not only the input but also the iterative initial state are learned in this iterative algorithm, and the output error in each iteration is used to design the iterative law on-line. Therefore, the iterative initial state may be obtained only by the desired output and partial information of the system. This algorithm is easy to implement in practical engineering, and thus the shortcomings of the existing results are avoided. Finally, the result is used to a robot system, and experiment shows that the convergence speed of this algorithm is increased compared with off-line algorithms, and the conclusion is very effective in pratical systems.

Key words　nonlinear systems, learning control, desired signal

近年来, 迭代学习控制受到了普遍关注, 各种学习律相继被提出[1,2], 但现有结论大都采用离线学习法。最近, 文献[3, 4]提出了前馈控制学习法, 但文献[3]讨论的是机器人系统, 文献[4]的方法需要增大系统维数, 且迭代初始状态依赖于理想初始状态, 由于理想初始状态的不可知性使得相应结论难于应用。文献[5]考虑了输出方程含控制变量系统的P 型在线学习控制。尽管利用文献[1] 的方法可将输出方程不含控制变量的系统转化为输出方程含控制变量的系统, 但需借助微分器来实现, 这显然在实际中是不理想的。文献[6] 给出了一种D 型学习算法, 能避免上述缺陷, 但由于使用了微分几何方法, 对系统要求非常苛刻。受文献[7] 启发, 本文直接讨论一类输出方程不含控制变量的非线性系统, 提出了一种带有初始状态学习的在线学习算法, 这种算法与理想初始状态无关, 也不需增加微分器来改变系统, 具有重要的实用价值。

1　系统描述

考虑时变非线性系统

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C(T)x(t) \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

其中: $x \in R^n$, $u, y \in R^m$ 分别是系统的状态, 输入和输出; $f(x(t), t)$ 是非线性不确定项。假设研究问题区间为 $[0, T]$, 集合 $E = \{x(t) | t \in [0, T]\}$ 是凸集, U 是由所有连续或分断连续函数组成的容许控制集。

设系统式(1)跟踪的理想输出信号为 $y_d(t)$ $(t \in [0, T])$。考虑如下的 D 型在线学习控制律及初始状态迭代律

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + L(t)\dot{e}_{k+1}(t), \quad k = 1, 2, 3, \cdots \qquad (2)$$

$$x_{k+1}(0) = (I + B(0)L(0)C(0))^{-1}(x_k(0) + B(0)L(0)y_d(0)), \quad k = 1, 2, 3, \cdots \qquad (3)$$

1998-04-30 收到, 1998-07-28 收到修改稿
中国博士后科学基金资助课题

其中: $L(t)$ 是 $m\times m$ 阶可调学习增益阵; $e_{k+1}(t) = y_d(t) - y_{k+1}(t)$ 是第 $k+1$ 次迭代的输出误差; $y_{k+1}(t)$ 是由 $u_{k+1}(t)$ 产生的系统输出, 即第 $k+1$ 次迭代的系统输出; $x_{k+1}(t)$ 是 $u_{k+1}(t)$ 驱动的系统状态, 即第 $k+1$ 次迭代状态, 式(2)是迭代学习控制律, 式(3)是初始状态迭代律。

本文将给出系统式(1)按照迭代律式(2)和式(3)进行逐次迭代后, 系统输出严格跟踪理想信号 $y_d(t)$ 的有关结论。

2 D 型在线学习控制的收敛性

记 $\|f\| = \max\limits_{1\le i\le n}\{|f_i|\}$ 为 n 维向量 $f=(f_1, f_2, \cdots, f_n)^T$ 的范数; $\|f\|_K = \sup\limits_{0\le t\le T}\{e^{-Kt}\|f\|\}$ $(K>0)$ 为向量 f 的 K 范数; $\|A\| = \max\limits_{1\le i\le n}\{\sum_{j=1}^{m}|a_{ij}|\}$ 为矩阵 $A=(a_{ij})_{m\times n}$ 的范数。

定理1 考虑系统式(1): $y_d(t)$ 是给定的在区间 $[0, T]$ 上可微的理想信号; $B(t)$, $C(t)$ 在 $[0, T]$ 连续; $f(x, t)$ 在 E 上对 x 关于 t 一致满足 Lipschitz 条件, 即存在常数 A 使得对所有的 $(x_1, t), (x_2, t)\in E\times[0, T]$

$$\|f(x_1, t) - f(x_2, t)\| \le A\|x_1 - x_2\| \quad (4)$$

如果式(3)中的学习增益阵 $L(t)$ 满足: ① 矩阵 $I+B(0)L(0)C(0)$ 可逆, $B(t)L(t)$ 在 $[0, T]$ 上可微; ② $I+C(t)B(t)L(t)$ 在 $[0, T]$ 上可逆, 且 $\|(I+C(t)B(t)L(t))^{-1}\|<1$, 则任取迭代初始状态 $x_1(0)\in E$ 及 $u_1(t)\in U$, 当系统式(1)按照式(2)和式(3)学习时, 输出 $y_k(t)$ 在 $[0, T]$ 严格跟踪理想信号 $y_d(t)$, 即 $\lim\limits_{k\to\infty} y_k(t) = y_d(t)$ $(t\in[0, T])$。

证 明 将迭代学习律式(2)应用于式(1)得

$$x_{k+1}(t) = x_{k+1}(0) + \int_0^t [f(x_{k+1}(s), s) + B(s)(u_k(s) + L(s)\dot{e}_{k+1}(s))]ds \quad (5)$$

由迭代律式(3)得 $(I+B(0)L(0)C(0))x_{k+1}(0) = x_k(0) + B(0)L(0)y_d(0)$, 进一步有

$$x_{k+1}(0) = x_k(0) + B(0)L(0)(y_d(0) - y_{k+1}(0)) = x_k(0) + B(0)L(0)e_{k+1}(0) \quad (6)$$

结合式(5), 式(6)得

$$\begin{aligned} x_{k+1}(t) =\ & x_k(0) + B(0)L(0)e_{k+1}(0) + \int_0^t f(x_{k+1}(s), s)ds + \int_0^t B(s)u_k(s)ds + \int_0^t B(s)L(s)de_{k+1}(s) = \\ & x_k(0) + \int_0^t [f(x_k(s), s) + B(s)u_k(s)]ds + B(0)L(0)e_{k+1}(0) + \int_0^t [f(x_{k+1}(s), s) - f(x_k(s), s)]ds + B(s)L(s)e_{k+1}(s)\Big|_0^t - \\ & \int_0^t \frac{d(B(s)L(s))}{ds}e_{k+1}(s)ds = \\ & x_k(t) + \int_0^t [f(x_{k+1}(s), s) - f(x_k(s), s)]ds + B(t)L(t)e_{k+1}(t) - \int_0^t \frac{d(B(s)L(s))}{ds}e_{k+1}(s)ds \end{aligned}$$

所以

$$x_{k+1}(t) - x_k(t) = \int_0^t [f(x_{k+1}(s), s) - f(x_k(s), s)]ds + B(t)L(t)e_{k+1}(t) - \int_0^t \frac{d(B(s)L(s))}{ds}e_{k+1}(s)ds \quad (7)$$

由式(7)及式(4)得

$$\|x_{k+1}(t) - x_k(t)\|_K \le C\|e_{k+1}(t)\|_K + A\int_0^t e^{-K(t-s)}\|x_{k+1}(t) - x_k(t)\|_K ds, \quad (8)$$

其中 $C = a + \frac{1}{K}b$, $a = \max\limits_{t\in[0, T]}\{\|B(t)L(t)\|\}$, $b = (1-e^{-KT})\sup\limits_{t\in[0, T]}\left\{\left\|\frac{d(B(t)L(t))}{dt}\right\|\right\}$。由 $B(t)L(t)$ 在 $[0, T]$ 上的可微性知, C 是一常数。对式(8)应用 Bellman-Gronwall 引理即得

$$\|x_{k+1}(t) - x_k(t)\|_K \le C\exp\left\{\frac{A}{K}(1-e^{-Kt})\right\}\|e_{k+1}(t)\|_K \quad (9)$$

借助式(7)可得

$$\begin{aligned} e_{k+1}(t) =\ & e_k(t) - C(t)B(t)L(t)e_{k+1}(t) - C(t)\int_0^t [f(x_{k+1}(s), s) - f(x_k(s), s)]ds + \\ & C(t)\int_0^t \frac{d(B(s)L(s))}{ds}e_{k+1}(s)ds \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} (I + C(t)B(t)L(t))e_{k+1}(t) =\ & e_k(t) - C(t)\int_0^t (f(x_{k+1}(s), s) - f(x_k(s), s))ds + \\ & C(t)\int_0^t \frac{d(B(s)L(s))}{ds}e_{k+1}(s)ds \end{aligned} \quad (10)$$

由式(9), 式(10)及 $I+C(t)B(t)L(t)$ 在 $[0, T]$ 上的可逆性得

$$\|e_{k+1}(t)\|_K \le Q\|e_k(t)\|_K \quad (11)$$

其中: $Q = g/h$

$g = \max\limits_{t\in[0, T]}\{\|(I + C(t)B(t)L(t))^{-1}\|\}$

$h = 1 - \frac{1}{K}\max\limits_{t\in[0, T]}\{\|(I + C(t)B(t)L(t))^{-1}\|\}\times$

$\left(db+AC\exp\left\{\frac{A}{K}(1-e^{-KT})\right\}\right)$；$d=\max_{t\in[0,T]}\{\|C(t)\|\}$。由题设条件及 $I+C(t)B(t)L(t)$ 的连续性即得 $\max_{t\in[0,T]}\{\|(I+C(t)B(t)L(t))^{-1}\|\}<1$。从而，可选取充分大的 K 使得 $Q<1$。由式(11)有 $\lim_{k\to\infty}\|e_k(t)\|_K=0$，$(t\in[0,T])$。结合 K 范数的定义即知，当 $k\to\infty$ 时，$y_k(t)$ 在 $[0,T]$ 上收敛于 $y_d(t)$。

注　上述结论稍加修正，即可推广到输出方程是完全非线性的情形。

3　应用实例

考虑单关节机器人系统，其动态系统模型为[2]

$$J_m\ddot{q}(t)+Sg\sin(q(t))=f(t) \tag{12}$$

其中: $f(t)$ 是作用于节点的力矩; g 是重力加速度; $q(t)$ 是力臂旋转角度(弧度)。

令 $q=x_1$，$\dot{q}=x_2$，$u(t)=f(t)$，则系统式(12)可描述为

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_2\\ -J_m^{-1}Sg\sin x_1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ J_m^{-1}\end{bmatrix}u \tag{13}$$

假设 $y=(2+\sin t)x_2/5$ 为系统输出。按文献[2]选取参数 $J_m=14\ \mathrm{kgm}^2$，$S=6\ \mathrm{kgm}$，$g=9.8\ \mathrm{m/s}^2$，$T=2$，取增益 $L=14$。易验证定理 1 条件满足。仿真实验结果表明本文的方法是非常有效的。

参　考　文　献

1 Bien Z, et al. High-order iterative learning control algorithm. IEE Proc-D, 1989, 136(3): 105～112

2 Lucibello P. Repositioning control of robotic arms by learning. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(8): 1690～1694

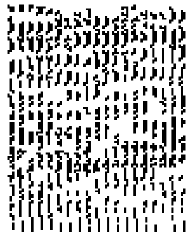
3 Kuc T Y, Lee J S, Nam K hee. An iterative learning control theory for a class of nonlinear dynamical systems. Automatica. 1992, 28(6): 1215～1221

4 Jang T J, et al. Iterative learning control in feedback systems. Automatica, 1995, 31(2): 243～248

5 曾南, 行应仁. 非线性系统迭代学习算法. 自动化学报, 1992, 18(2): 168～176

6 严星刚, 林辉, 戴冠中. 基于闭环回路的非线性系统迭代学习控制. 电机与控制学报, 1997, 1(4): 241～244

7 Portor B, Mohamed S S. Iterative learning control of partially irregular multivariable plants with initial state shifting. Int J Syst Sci, 1991, 22(2): 229～235



严星刚, 1964 年生, 博士后。1994 年 9 月考入东北大学自动控制系攻读博士学位, 1997 年元月进入西北工业大学航空、宇航与控制博士后流动站, 现在香港大学作访问学者。在"IEEE Tran. on Automatic Control"、"Automatica"、"自动化学报"等国内外重要刊物发表论文近 30 篇。主要研究方向有: 非线性系统及其组合大系统的鲁棒控制, 观测器设计及迭代学习控制理论及应用。

林　辉, 1957 年生, 博士, 副教授。1989～1990 年在德国 Braunschwerg 工业大学作访问学者, 研究方向为迭代学习控制理论及应用。Tel: (029) 8493078. Email: lhqr@nwpu.edu.cn

戴冠中, 1937 年生, 教授, 博士生导师。西北工业大学校长。主要研究方向有: 大系统估计与控制理论, 智能控制, 控制系统的并行处理理论及应用等。