

文章编号: 1000-6893(2006)02-0280-05

管道轴向流固耦合振动的行波方法研究

任建亭, 林磊, 姜节胜

(西北工业大学 振动工程研究所, 陕西 西安 710072)

Fluid-structure Interaction Analysis of Pipe Axial Vibration by the Traveling Wave Method

REN Jian-ting, LIN Lei, JIANG Jie-sheng

(Institute of Vibration Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

摘要: 基于梁模型, 考虑泊松耦合与连接件耦合的影响, 研究了输流管道轴向振动的波传播方程及节点散射模型, 在此基础上提出了行波法分析管道流固耦合振动。以轴向位移为基本变量, 推导了输流管道轴向振动的波导方程; 通过节点散射模型, 组集了管道流固耦合的动力学模型, 在此基础上, 研究了管道在几种不同边界条件约束下, 泊松耦合、连接耦合对管道振动的影响。文中算例表明行波法具有建模简单且数值精度高的特点, 可以应用到复杂管道的建模与控制中。

关键词: 管道; 轴向振动; 流固耦合; 行波法

中图分类号: O353.4 **文献标识码:** A

Abstract: The axial vibration of liquid-filled pipe is analyzed on the base of beam model considering Poisson coupling and junction coupling. Wave propagation equation and nodal scattering model of the fluid-structure interaction(FSI) system are formulated. Based on the scattering model, a new approach of the traveling wave method is presented to study the coupling vibration of pipes. The wave-guide equation of the liquid-filled pipe is deduced by adopting the axial displacement as basic variable. The dynamic model of the FSI system is assembled according to the nodal scattering equation. Based on the above works, the effects of Poisson coupling and junction coupling are investigated accounting for several different boundary conditions. Numeric simulation indicates that the traveling wave method is very convenient to model structures and it gives high numerical precision. So this method can be applied to complicate pipe modeling and controlling.

Key words: fluid-structure interaction; axial vibration; traveling wave method

载流管道广泛应用于航空航天发动机、石油输送等装置中用来传递质量流或能量流, 与此同时管系中存在液体的压力波脉动和管壁结构振动, 振动波、液体压力波相互耦合, 造成振动噪声环境污染, 严重时导致管系或机器损坏。为了提高设计阶段对管道振动预测的精度, 保证管路系统的运行可靠性, 必须建立合理的管道流固耦合动力学模型, 并采用具有较高精度的计算方法来预测管道系统的动特性。在对管道流固耦合进行研究时, 大多研究者采用特征线^[1]、有限元^[2]等方法, 但对于同一模型, 这些方法由于存在插值问题, 因此带来较大的数值误差, 严重影响到预测的精度。近年来应用较多的传递矩阵法^[3~6], 对具有链式结构的管道系统较为方便, 但要应用到复杂形状的管系, 则有一定困难。行波法^[7]则通过求解模型的微分方程, 得到所采用模型的解析解, 再根据振动波的传播和反射规律, 建立系统的动

力学模型, 得出管道流固耦合系统振动的精确解。故行波法思路清晰, 建模简单, 对具有阀门、弯头等连接件的复杂管道结构也可以方便地加以处理。

本文用行波法对一单跨直管道的流固耦合振动进行研究, 结论表明行波法可以有效地对管道流固耦合问题进行动力学分析, 是一种简便易行又具有较高精度的数值方法。

1 直管波导方程推导

假设液体中无空泡, 忽略液固摩擦与液体内部摩擦。图 1 为充液直管单元受力图。在低频时充液直管单元的轴向振动的运动微分方程如下

$$\left. \begin{aligned} F_z - A_p E \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{r A_p}{e} P &= 0 \\ \frac{\partial F_z}{\partial z} - A_p \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial t} - 2 K^* \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} + K^* \frac{\partial V}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial z} + \rho_f \frac{\partial V}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

收稿日期: 2004-11-18; 修订日期: 2005-03-18
基金项目: 国家自然科学基金(102020, 50475147)资助项目

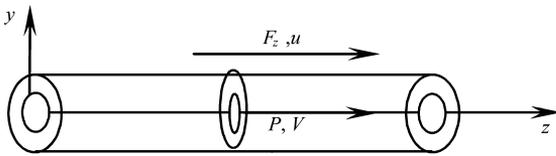


图 1 直管单元

Fig. 1 A single straight pipe element conveying fluid

式中: u_z, V, P, F_z 分别为管道轴向位移、液体流速、液体压力和管道轴力; ρ, E 分别为管道质量密度、材料的泊松比和杨氏模量; D, r, δ 分别为管道外径、内径与壁厚; K 为液体体积模量, $K^* = K/[1 + 2rK(1 - \nu^2)/E]$; 下标 p, f 分别表示管道与液体。

采用消元方法, 消去变量 V 和 F_z , 由式(1)可得流体压力及管道振动的波动方程分别为

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \frac{K^*}{\rho} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - 2K^* \frac{\partial^3 u_z}{\partial t^2 \partial z} = 0 \quad (2a)$$

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} - \frac{r}{\rho e} \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (2b)$$

假定液体流速、流体压力具有小幅值的波动, 即它们平均幅值(\bar{V}, \bar{P})一定, 式(2)的解可分为两部分: 由流体的稳态压力 \bar{P} 引起的管道静态位移; 以及脉动压力引起的管道动态位移。由式(2b), 应用常微分求解理论可容易求解管道的静态位移。因此, 下面着重讨论管道动态位移求解。

考虑自由振动问题。

定义 $\{u_z, P\}^T = \{U_z(z), P(z)\}^T e^{j\omega t}$, 并代入式(2), 整理可得

$$P^{(1)} = -\frac{E}{r} \left(U_z^{(2)} + \frac{2}{a_f^2} U_z \right) \quad (3a)$$

$$P = \frac{a_f^2}{2} (2 - \frac{2}{a_f^2} U^{(1)} - P^{(2)}) \quad (3b)$$

式中: a_f, a_p 分别为流体和管道波速, 其表达式为: $a_f = \sqrt{K^*/\rho}$ 和 $a_p = \sqrt{E/\rho}$; $j = \sqrt{-1}$ 。上标(·)表示对变量 z 微分。

利用微分关系, 消去式(3b)中的流体压力 $P^{(2)}$ 项, 得到以管道轴向位移幅值 U_z 为基本变量的常微分方程

$$U_z^{(4)} + \alpha_0 U_z^{(2)} + \alpha_1 U_z = 0 \quad (4a)$$

$$\alpha_0 = \frac{2}{a_f^2} (1/a_f^2 + 1/a_p^2 + 2r^2 \rho / (a_f^2 \rho_p)) \quad (4b)$$

$$\alpha_1 = \frac{4}{a_f^2 a_p^2} \quad (4c)$$

根据常系数齐次线性微分方程解的特征, 可以求解式(4a)得到管道轴向振动位移幅值

$$U_z(z, t) = \sum_{i=1}^4 A_i e^{k_i z} \quad (5a)$$

式中: $A_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 为波幅系数; $k_i (i = 1, 2, 3,$

4) 为管道轴向振动波数; $k_{1,2}$ 对应于左行波, $k_{3,4}$ 对应于右行波。

将上式代入(3a, 3b), 整理可得流体压力波、液体流速和管道轴力分别为

$$P(z, t) = \sum_{i=1}^4 p_i A_i e^{k_i z} \quad (5b)$$

$$V(z, t) = \sum_{i=1}^4 v_i A_i e^{k_i z} \quad (5c)$$

$$F_z(z, t) = \sum_{i=1}^4 f_i A_i e^{k_i z} \quad (5d)$$

$$p_i = \frac{E A_f k_i}{r} \left(\frac{a_f^2}{2} k_i^2 + \frac{a_f^2}{a_p^2} + \frac{2r^2 K^*}{E} \right) \quad (6a)$$

$$v_i = (p_i k_i) / (j \omega A_f) \quad (6b)$$

$$f_i = E A_p k_i p_i + v_i r A_p / \delta \quad (6c)$$

式中: $p_i, v_i, f_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 分别为管道压力、液体流速和管道轴力与管道轴向位移幅值的比值。

由式(5a ~ 5d) 得到管道轴向振动波导方程

$$\begin{Bmatrix} V \\ U_z \\ F_f \\ F_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ p_1 & p_2 & p_3 & p_4 \\ f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 e^{k_1 z} \\ A_2 e^{k_2 z} \\ A_3 e^{k_3 z} \\ A_4 e^{k_4 z} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

定义位移状态向量 u 和力状态向量 f 为

$$u = [V \ U_z]^T, \quad f = [F_f \ F_z]^T \quad (8)$$

将式(7)按先左行波后右行波的方式进行重组, 得到系统轴向振动波导方程

$$\begin{Bmatrix} u \\ f \end{Bmatrix} = Y \begin{Bmatrix} w_L \\ w_R \end{Bmatrix} \quad (9)$$

$$w_L = [A_1 e^{k_1 z} \ A_2 e^{k_2 z}]^T \quad (10a)$$

$$w_R = [A_3 e^{k_3 z} \ A_4 e^{k_4 z}]^T \quad (10b)$$

式中: Y 为联系状态向量与波模式幅值的矩阵; w_L, w_R 分别为左、右波模式幅值向量。

如图 2 所示, 任一单元 m 上相对节点都有一组入射波 w_i 和 w_o 一组出射波。为了便于处理节点处的位移连续与力平衡条件, 将状态变量投影到整体坐标系下, 得到整体坐标系下节点处的状态向量与节点入射波和出射波模式的转换关系为

$$\begin{Bmatrix} U \\ F \end{Bmatrix} = R \begin{Bmatrix} w_i \\ w_o \end{Bmatrix} \quad (11)$$

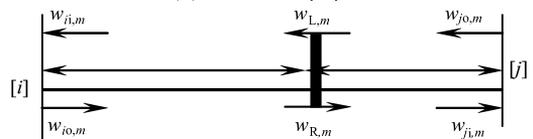


图 2 单元波模式传递关系

Fig. 2 Waves in a single element

R 为整体坐标系下的状态转换矩阵。由图 2 知单元波模式与入射波、反射波的关系在单元左右节点是不同的。

对于单元的左结点,有: $R = \text{diag}(I \quad -I) Y$

对于单元的右结点,有: $R = \text{anddiag}(I \quad -I) Y$

式中: I 为二维单位矩阵; anddiag 表示反对角阵。

结构物理参数或受力情况发生突变处作为节点,根据节点处的边界条件,建立系统节点散射模型

$$W_o = SW_i + GN \quad (12)$$

式中: S 和 G 分别为系统反射系数矩阵和影响系数矩阵; N 为所有外力构成的向量。

另外,在单元 m 中截面 $z = l_1$ 处左右波模式与单元端点处的入射波、出射波模式具有下面的传递关系

$$w = {}_{o,m}W_o \text{ 及 } w_i = {}_{i,m}W \quad (13)$$

式中: ${}_{o,m} = \text{anddiag}({}_1(l_2) \quad {}_2(l_1))$, ${}_{i,m} = \text{diag}({}_1(-l_1) \quad {}_2(l_2))$, ${}_1(z) = \text{diag}(e^{-k_1 z} \quad e^{-k_2 z})$, ${}_2(z) = \text{diag}(e^{k_3 z} \quad e^{k_4 z})$ 。

把上式按单元进行组装,得到系统波模式传递关系:

$$W = {}_oW_o \text{ 以及 } W_i = {}_iW \quad (14)$$

将式(14)代入式(12),得到系统截面波模式

$$W = (I - {}_oS_i)^{-1} {}_oGN \quad (15)$$

由式(15)即得各单元截面波模式向量。由式(7)可知,单元 m 中的波幅系数为

$$\{A_1 \quad A_2 \quad A_3 \quad A_4\}^T = \text{diag}^{-1}(e^{k_1 z} \quad e^{k_2 z} \quad e^{k_3 z} \quad e^{k_4 z}) W_m \quad (16)$$

将式(16)代入式(9)可求得任意截面处管道位移和力的幅值。

令 $H = (I - {}_oS_i)^{-1} {}_o$, 满足 $\det(H) = 0$ 的值为系统的共振频率,在该频率下振动波为驻波,矩阵 H 的特征向量为结构复模态。表征管道轴向位移、液体流速的幅值。

定义管道振动能量水平为

$$P_{\text{power}} = \frac{1}{2} \int_0^L U_z^2 dz \quad (17)$$

U_z 为管道的轴向位移幅值。 P_{power} 可以反映出管道的振动程度。

2 数值算例

为了验证所用方法的有效性,选择文献[4]所用的单跨管道模型,如图 3 所示。管道总长 20 m,左端连接蓄水池,右端连接关闭的阀门。管道的弹性模量为 210 GPa,泊松比 为 0.3,密度为

7 900 kg/m³,内半径 398.5 mm,壁厚 8 mm;液体的体积模量为 2.1 GPa,密度 1000 kg/m³。

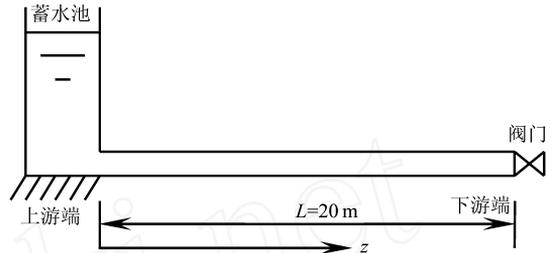


图 3 单跨 RPV (Reservoir-pipe-valve) 系统

Fig. 3 A single span RPV system

分别计算了右端阀门刚性约束和自由两种情况下,泊松比为 0.3,0.2,0.1,0 时的固有频率,如表 1、表 2 所示。

表 1 右端阀门固支条件下不同泊松比时结构的固有频率

Table 1 Natural frequencies of the system with different Poisson ratios when the valve is constrained

方法	行波法(WM)				传递矩阵法(TMM)			
	0.3	0.2	0.1	0	0.3	0.2	0.1	0
1	13.06	12.93	12.85	12.82	13.1	12.9	12.8	12.8
2	38.49	38.47	38.47	38.46	38.5	38.5	38.5	38.5
3	64.05	64.08	64.10	64.10	64.0	64.1	64.1	64.1
4	89.61	89.68	89.73	89.75	89.6	89.7	89.7	89.7
5	115.09	115.25	115.35	115.39	115.1	115.2	115.3	115.4
6	131.81	130.21	129.23	128.9	131.8	130.3	129.3	128.9
7	141.26	141.1	141.04	141.03	141.3	141.1	141.0	141.0
8	166.59	166.63	166.66	166.67	166.6	166.6	166.7	166.7
9	192.14	192.23	192.29	192.31	192.1	192.2	192.3	192.3

表 2 右端阀门自由条件下不同泊松比时结构的固有频率

Table 2 Natural frequencies of the structure with different Poisson ratios when the valve is free

方法	行波法(WM)				传递矩阵法(TMM)			
	0.3	0.2	0.1	0	0.3	0.2	0.1	0
1	12.40	12.04	11.70	11.39	12.4	12.0	11.7	11.4
2	31.82	32.41	33.03	33.67	31.8	32.4	33.0	33.6
3	55.69	55.21	54.78	54.41	55.7	55.2	54.8	54.4
4	73.17	73.38	73.64	73.96	73.2	73.4	73.6	73.9
5	96.92	96.09	95.34	94.65	96.9	96.1	95.3	94.7
6	116.19	116.38	116.62	116.9	116.2	116.4	116.6	116.9
7	140.99	140.45	140.02	139.68	141.0	140.5	140.0	139.7
8	160.53	160.9	161.38	161.98	160.5	160.9	161.4	161.9
9	184.52	183.79	183.2	182.77	184.5	183.8	183.2	182.8

与文献[4]中用传递矩阵法(TMM)计算的结果进行对比,发现两种方法所得到的耦合系统的振动固有频率相吻合,这说明本文所建立的行波模型是正确的。

图 4、图 5 分别为右端阀门在不同约束条件下, $z = 11/12L$ 处液体压力与管道轴向力的频响曲线。

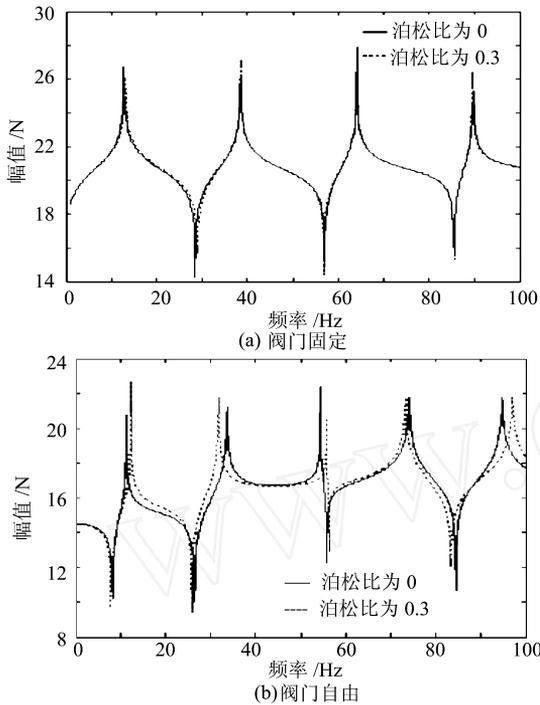


图 4 液体压力频响曲线

Fig. 4 Frequency responses of the fluid pressure

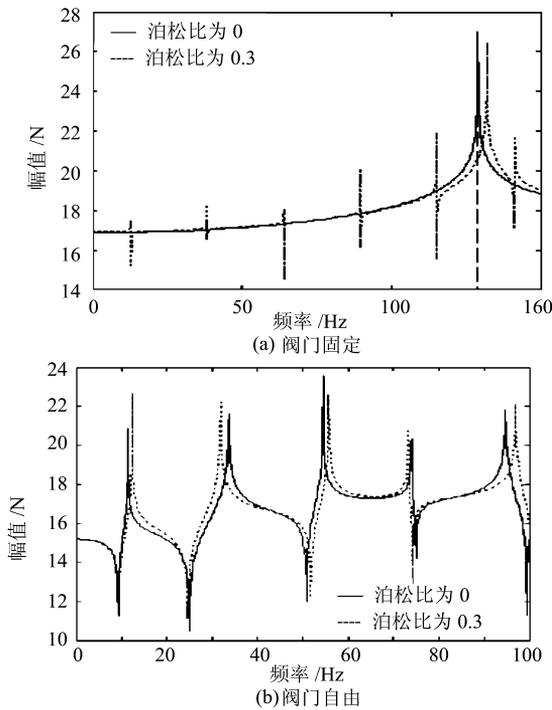


图 5 管道轴向力频响曲线

Fig. 5 Frequency responses of the pipe axial force

由图 4(a)和图 5(a)可以看出,当右端阀门刚性约束时,泊松耦合对管内流体振动的影响不大;而对管道的轴向振动影响明显;不考虑泊松耦合时,管道振动能量主要集中在管道固有频率 128.9 Hz 处,随着泊松比的增大,管道振动幅值在一些低频(流体共振频率)处明显增大,其原因

为在流体共振时,液体振动的能量不断传递给管道,激发了管道的振动。因此,泊松耦合导致管道在低频时即发生共振现象,对结构动特性影响显著。

由图 4(b)、图 5(b)可知,右端阀门自由时,泊松耦合对管内流体、管道的轴向振动影响是显然的。流体和管道的固有频率均发生改变,且共振幅值增大。其原因为接头连接耦合、以及波松耦合的共同作用,加剧管道和流体的耦合振动。因此,在实际工程中,泊松耦合对复杂管系的振动影响不容忽视。

图 6 为右端阀门自由,支撑刚度一定($k = 5 \times 10^7 \text{ N/m}$)时,支撑位置对管道振动幅值的影响;图 7 为支撑位置一定时,支撑刚度对管道振动幅值的影响。由图 6、图 7 可以看出,支撑的刚度和位置变化对管道系统的振动特性有很大的影响,合理地布置支撑并选用适当的支撑参数可以大幅度降低管道的振动水平,提高其抗振性能。

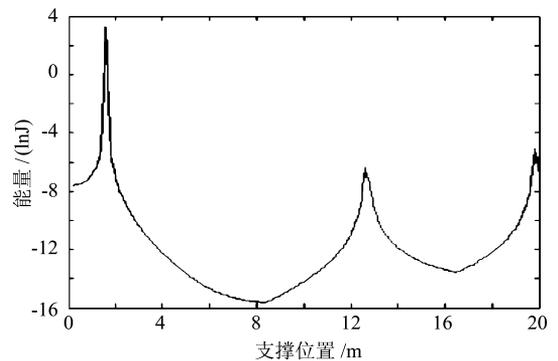


图 6 支撑位置对管道振动能量的影响

Fig. 6 The effect of support location on the vibration power of the pipe

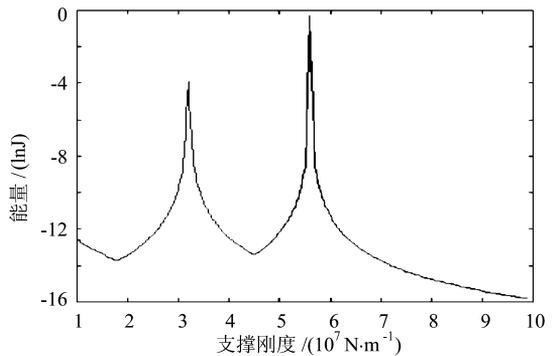


图 7 支撑刚度对管道振动能量的影响

Fig. 7 The effect of support stiffness on the vibration power of the pipe

3 结 论

采用梁模型,考虑泊松耦合和连接件耦合,建

立了直管道的流固耦合模型。为了提高计算精度,采用行波法建立了管道系统的波散射模型。数值结果与已有成果的比较表明所建模型正确,行波方法数值精度较高,是对管道系统进行流固耦合数值预测的有效方法。

参 考 文 献

- [1] Wiggert D C, Hatfield F J, Stuckenbruck S. Analysis of liquid and structural transients in piping by the method of characteristics[J]. Transactions of the ASME Journal of Fluids Engineering, 1987, 109(1-4): 161 - 165.
- [2] Sreejith B, Jayaraj K, Ganesan N, *et al.* Finite element analysis of fluid-structure interaction in pipeline systems[J]. Nuclear Engineering and Design, 2004, 227: 313 - 322.
- [3] Zhang L X, Tijsseling A S, Vardy A E. FSI analysis of liquid-filled pipes[J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 224(1): 69 - 99.
- [4] Yang K, Li Q S, Zhang L X. Longitudinal vibration analysis of multi-span liquid-filled pipelines with rigid constraints [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 273: 125 - 147.
- [5] 焦宗夏,华清,于凯. 传输管道流固耦合振动的模态分析[J]. 航空学报,1999,20(4):316 - 320.
Jiao Z X, Hua Q, Yu K. Frequency Domain Analysis of Vibrations in Liquid-Filled Piping Systems[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1999, 20(4): 316 - 320. (in Chinese)
- [6] 任建亭,姜节胜. 输流管道系统振动研究进展[J]. 力学进展,2003,33(3):313 - 324.

Ren J T, Jiang J S. Advances and trends on vibration of pipes conveying fluid[J]. Advances in Mechanics, 2003, 33(3): 313 - 324. (in Chinese)

- [7] Beale L S, Accorsi M L. Power flow in two-and-three-dimensional frame structures[J]. Journal of Sound and Vibration, 1995, 185(4): 685 - 702.

作者简介:



任建亭(1968 -) 男,山西人,西北工业大学振动工程研究所,副教授,硕士生导师,研究方向为结构动力学与振动控制,目前主要从事热气动弹性及管道振动控制研究。



林 磊(1980 -) 女,河南人,西北工业大学振动工程研究所,硕士生,研究方向为振动、冲击与噪声,主要从事管道流固耦合振动与控制研究。



姜节胜(1937 -) 男,上海人,西北工业大学振动工程研究所,教授,博士生导师。长期从事结构动力学方面的教学与科研工作。目前主要从事结构动力学优化设计、智能材料结构动力学与结构损伤诊断等方面的研究。

(责任编辑:李铁柏)