

文章编号:1000-6893(2006)02-0253-05

## 含涂层空心球复合泡沫塑料的黏弹性热应力分析

卢子兴, 张 慧

(北京航空航天大学 固体力学研究所, 北京 100083)

Thermal Stress Analysis for Visco-elastic Behavior of Syntactic Foams with Coating Micro-spheres

LU Zi-xing, ZHANG Hui

(Institute of Solid Mechanics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

**摘 要:** 针对含涂层空心微球的复合泡沫塑料,利用三参数标准线性固体模型和黏-弹性对应原理得到了材料由于温度改变而产生的残余热应力,研究了涂层厚度、体分比和时间等因素对残余热应力的影响。结果表明:随着时间的增加,由温度改变而引起的材料内部的残余热应力将逐渐减小,且涂层厚度和涂层空心微球体分比的减小会使残余热应力增加。此外,沿半径方向热应力在微球内逐渐增加,在涂层和基体中则逐渐减小,在涂层与空心微球的交界处达到最大值。

**关键词:** 复合泡沫塑料; 残余热应力; 黏弹性; 热膨胀系数; 涂层

**中图分类号:** V255+.2; V215.4

**文献标识码:** A

**Abstract:** Based on the three parameters standard linear solid model and the correspondence principle, the residual thermal stress of the syntactic plastic foams with coating micro-sphere caused by the change of temperature are determined. The effects of coating thickness, volume fraction of coating micro-sphere and time *etc.* on the residual thermal stress of material are investigated at the same time. The results show that the residual thermal stress in the material induced by the change of temperature decreases gradually with the increase of time, and the decrease of coating thickness as well as the volume fraction of coating micro-sphere can make the residual thermal stress increase. Furthermore, the thermal stress in the micro-sphere increases gradually along the direction of the radial increase, but in the coating and matrix it decreases gradually. At the interface of coating and micro-sphere, the thermal stress gets the maximum.

**Key words:** syntactic foam; residual thermal stress; visco-elastic behavior; thermal expansion coefficient; coating

空心微球填充聚合物复合材料(也称复合泡沫塑料)是新型结构材料,这类材料在航空、航天等领域有着广泛的应用前景<sup>[1,2]</sup>。近年来,为了改进填充微球与基体间的结合性质,复合材料的增强相通常采用涂层技术来提高界面的质量,从而改善复合材料的整体力学性能。但是,空心微球填充复合材料在成型过程中,由于各组分的膨胀系数不同,所以当固化温度降至室温时,或者在使用过程中发生温度变化时,不可避免地在其内部产生残余的热应力。Walpole<sup>[3]</sup>较早提出了一种计算具有非常薄涂层粒子复合材料应力场的方法,其中假设无限大基体中含有无涂层粒子的应力为已知,在引进涂层后应力保持不变。Mikata 和 Taya<sup>[4]</sup>取消了薄涂层的限制,使用 Boussinesq-Sadowsky 应力函数来描述无限大基体中含

有椭圆形夹杂的残余应力场,且椭圆是由两个共焦点的回转椭圆组成的。然而,他们的解中含有大量的联立代数方程,需数值求解。而 Hatta 和 Taya<sup>[5]</sup>利用修正的 Walpole 方法和 Mori-Tanaka 的平均应力概念<sup>[6]</sup>,给出了一种计算含有限浓度涂层短纤维复合材料残余应力场的方法。Pan 等<sup>[7]</sup>则用球形粒子代替椭圆形粒子,把问题简化为经典的嵌套问题,给出了含有球形涂层粒子复合材料残余应力场的解。此外,有限元法的使用也使该领域的研究有了新进展<sup>[8-10]</sup>。当复合材料的基体为树脂或泡沫塑料时,复合材料基体在高温下具有明显的时间相关性,从而基体的黏弹性效应将会使材料因温度改变而产生的残余应力不再是一个常数,而随时间变化,最后趋于某一个稳定值。显然,前人建立在理想弹性体基础上的计算只能近似地给出材料温度改变后残余应力的初始分布而不能描述其最终的稳定状态。本文基于这种考虑,针对含涂层空心微球的聚合物基复合材料(复合泡沫塑料),利用三参数标准线性固

收稿日期:2004-11-04; 修订日期:2005-01-31

基金项目:NSAF 联合基金(10276004)、国家自然科学基金(10072007)和国防重点实验室基金(51460020103hk01)资助项目

体模型和黏-弹性对应原理得到了材料由于温度改变而产生的残余热应力,研究了涂层厚度、体分比和时间等因素对残余热应力的影响。

1 理论推导

首先,对含无涂层空心微球的树脂基复合材料进行分析。利用复合材料自洽模型<sup>[11]</sup>,假设无涂层空心微球镶嵌在无限大基体内,如图1所示,其中:m和p分别代表基体和空心玻璃球材料相,a,b分别表示空心玻璃球的内、外半径,r为任意的半径,l<sub>1</sub>为基体与空心玻璃球间的界面。由于基体和空心微球的热膨胀系数互不相同,则复合材料在成型过程或使用过程中出现升温或降温情况时,会在复合材料内部产生热应力。这里假设在材料的温升(温降)过程中不考虑热-弹性耦合效应,只考虑由热膨胀引起的弹性变形。设t=t<sub>1</sub>时刻温升(温降)过程结束,而后保持温度不变。

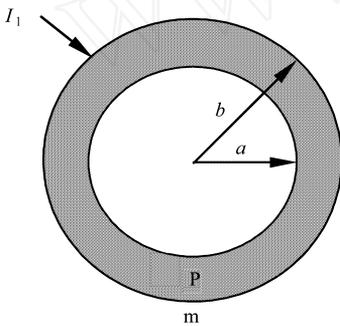


图1 无涂层空心球复合材料的自洽模型

Fig. 1 The self-consistent model of composite with hollow micro-sphere

在恒温过程中,考虑材料的黏弹性变形。因此,在复合材料各个组分相接触的界面处,由热膨胀导致的失配量不变,此时,引进一个新的时间 t = t - t<sub>1</sub>,对于 t > 0,可以写出

$$\begin{cases} = 0 & | b(p - m) T | = 0 \\ > 0 & | b(p - m) T | = \text{const} \end{cases} \quad (1)$$

其中:b(p - m) T表示在l<sub>1</sub>界面的热膨胀失配量<sup>[7]</sup>;为热膨胀系数,下标p表示粒子(空心微球),下标m表示基体;T为温度改变量,设为常数。这样,在复合材料界面保持连续且不脱黏的情况下,将在l<sub>1</sub>面内产生均匀的残余热应力σ(t),这里将σ改用t表示。由于残余热应力引起的l<sub>1</sub>面的变形与热膨胀的失配量相等<sup>[7]</sup>,所以由式(1)有

$$| b(p - m) T | t = | \sigma_p | + | \sigma_m | \quad (2)$$

其中:σ<sub>p</sub>为残余热应力σ(t)作用下空心微球在l<sub>1</sub>

面产生的变形;σ<sub>m</sub>则为基体在l<sub>1</sub>面产生的变形;(t)为单位阶跃函数。对于受均匀内压和外压的球壳,其位移和沿半径方向的应力分布可以分别表示为<sup>[12]</sup>

$$u_r = \frac{(r_o^3 \sigma_o - r_i^3 \sigma_i) r}{3 K (r_o^3 - r_i^3)} + \frac{r_o^3 r_i^3 (\sigma_o - \sigma_i)}{4 G (r_o^3 - r_i^3) r^2} \quad (3)$$

$$= \frac{\sigma_i r_i^3 (r^3 - r_o^3)}{r^3 (r_i^3 - r_o^3)} + \frac{\sigma_o r_o^3 (r_i^3 - r^3)}{r^3 (r_i^3 - r_o^3)} \quad (4)$$

其中:r<sub>i</sub>, r<sub>o</sub>为球壳的内外半径;σ<sub>i</sub>, σ<sub>o</sub>为球壳的内外压力。对于空心微球,内表面可以自由膨胀,故没有残余热应力,因此有σ<sub>i</sub> = 0, σ<sub>o</sub> = σ(t), r<sub>i</sub> = a, r<sub>o</sub> = b,对基体有:σ<sub>i</sub> = σ(t), σ<sub>o</sub> = 0, r<sub>i</sub> = b, r<sub>o</sub> = ∞,代入式(3),可以得到

$$\sigma_p = \frac{b^4 \sigma(t)}{3 K_p (b^3 - a^3)} + \frac{a^3 b \sigma(t)}{4 G_p (b^3 - a^3)} \quad (5)$$

$$\sigma_m = \frac{1}{4 G_m} b \sigma(t) \quad (6)$$

不妨以降温过程为例:将式(5)和式(6)代入式(2),并利用对应原理对其求解。由于只考虑基体的黏弹性,所以只有热应力、基体的剪切模量和体积模量是时间的函数,对式(2)进行拉普拉斯变换<sup>[13]</sup>可以得到

$$\bar{\sigma}(s) = \frac{12 (b^3 - a^3) K_p G_m \bar{\sigma}_m}{s b [4 b^3 G_p \bar{G}_m + 3 a^3 K_p \bar{G}_m + 3 K_p G_p (b^3 - a^3)]} \quad (7)$$

其中:s为进行拉普拉斯变换后的变量;σ<sub>m</sub>和G<sub>m</sub>进行拉普拉斯变换后依赖于变量s的相应量;σ<sub>p</sub> = b(p - m) T。假设基体的体积变形部分满足弹性条件,畸变变形部分满足三参数标准线性固体模型,因此有<sup>[13]</sup>

$$\bar{G}_m = \frac{\varphi + q_1 s}{2(1 + p_1 s)}, \bar{K}_m = K \quad (8)$$

其中:p<sub>1</sub> = E<sub>1</sub> / (E<sub>1</sub> + E<sub>2</sub>); q<sub>0</sub> = E<sub>1</sub> E<sub>2</sub> / (E<sub>1</sub> + E<sub>2</sub>); q<sub>1</sub> = E<sub>1</sub> F<sub>1</sub> / (E<sub>1</sub> + E<sub>2</sub>);而E<sub>1</sub>, E<sub>2</sub>和F<sub>1</sub>可视为材料常数。将式(8)代入式(7),并进行拉普拉斯反变换,可以得到热应力随时间的变化,即

$$= B \left[ \frac{\varphi}{\varphi + 2A} (1 - e^{-t'}) + \frac{q_1}{2A p_1 + q_1} e^{-t'} \right] \quad (9)$$

$$\text{其中: } B = \frac{(b^3 - a^3) K_p G_p}{b(4b^3 G_p + 3a^3 K_p)}, A = 3Bb',$$

$$= \frac{\varphi + 2A}{2A p_1 + q_1} \sigma$$

下面对含有涂层空心微球的复合材料进行分析。为更接近真实情况,对含涂层空心微球的复合材料采用广义自洽模型。在选取基本单元体

时,假设单元体内各组分材料的体分比与复合材料中各相的体分比相同,则单元体模型如图 2 所示。其中空心微球外表面有一层均匀涂层,涂层

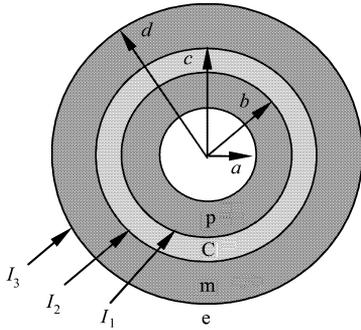


图 2 含有涂层空心球的广义自洽模型

Fig. 2 The generalized self-consistent model of composite with coating hollow micro-sphere

外是基体,基体外是将整个材料均匀化后的等效复合体。按照上面相同的方法可以对该模型进行计算,只需要假设  $I_1$  和  $I_2$  面上分别有热应力  $\sigma_1(t)$  和  $\sigma_2(t)$  作用,而在  $I_3$  表面上没有热应力<sup>[7]</sup>, 所以有

$$\frac{1}{b} \frac{d(\sigma_p - \sigma_c)}{T} \frac{d\sigma_1(t)}{dt} = \frac{1}{\rho_p} \frac{d\sigma_p}{dt} + \frac{1}{\rho_c} \frac{d\sigma_c}{dt} \quad (10)$$

$$\frac{1}{c} \frac{d(\sigma_c - \sigma_m)}{T} \frac{d\sigma_2(t)}{dt} = \frac{1}{\rho_c} \frac{d\sigma_c}{dt} + \frac{1}{\rho_m} \frac{d\sigma_m}{dt} \quad (11)$$

$$\frac{1}{d} \frac{d(\sigma_m - \sigma_e)}{T} \frac{d\sigma_3(t)}{dt} = \frac{1}{\rho_m} \frac{d\sigma_m}{dt} + \frac{1}{\rho_e} \frac{d\sigma_e}{dt} \quad (12)$$

其中:  $\rho_p, \rho_c, \rho_m, \rho_e$  分别为由热应力引起的在  $I_1, I_2$  和  $I_3$  界面上粒子(下标 p)、涂层(下标 C)、基体(下标 m)和复合材料(下标 e)的变形,  $\alpha_p, \alpha_c, \alpha_m$  和  $\alpha_e$  分别为空心微球、涂层、基体和复合材料的热膨胀系数。由于复合材料的热膨胀系数由各组分相的模量和体分比决定<sup>[14]</sup>, 因此,对于基体具有黏弹性的复合材料,  $\alpha_e$  也应是时间的函数。由式(3)可以得到

$$\rho_p \sigma_1 = \frac{b^4 \sigma_1(t)}{3 K_p (b^3 - a^3)} + \frac{a^3 b \sigma_1(t)}{4 G_p (b^3 - a^3)}$$

$$\rho_e \sigma_3 = 0$$

$$\rho_c \sigma_2 = \frac{1}{3 K_c} \left\{ \frac{c^3 \sigma_2(t) - b^3 \sigma_1(t)}{c^3 - b^3} \right\} b +$$

$$\frac{1}{4 G_c} \left\{ \frac{c^3 b \sigma_2(t) - b^3 \sigma_1(t)}{c^3 - b^3} \right\}$$

$$\rho_c \sigma_2 = \frac{1}{3 K_c} \left\{ \frac{c^3 \sigma_2(t) - b^3 \sigma_1(t)}{c^3 - b^3} \right\} c +$$

$$\frac{1}{4 G_c} \left\{ \frac{b^3 c \sigma_2(t) - b^3 \sigma_1(t)}{c^3 - b^3} \right\}$$

$$\rho_m \sigma_2 = - \frac{c^4 \sigma_2(t)}{3 K_m (d^3 - c^3)} - \frac{d^3 c \sigma_2(t)}{4 G_m (d^3 - c^3)}$$

$$\rho_m \sigma_3 = - \frac{dc^3 \sigma_2(t)}{3 K_m (d^3 - c^3)} - \frac{dc^3 \sigma_2(t)}{4 G_m (d^3 - c^3)} \quad (21)$$

在下面的求解中令  $V_{ba} = b^3 - a^3, V_{cb} = c^3 - b^3, V_{dc} = d^3 - c^3, \rho_1 = b^3 (\rho_p - \rho_c) |T|, \rho_2 = c^3 (\rho_c - \rho_m) |T|, \rho_3 = |\rho_m - \rho_e|$ 。在方程(10)~(12)中,  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$  面上的热应力  $\sigma_1, \sigma_2$  和复合材料的热膨胀系数  $\alpha_e$  是未知量,为时间的函数。由于  $\alpha_e$  可以通过  $\sigma_3$  来表述,因此为方便起见,这里用  $\sigma_1, \sigma_2$  和  $\sigma_3$  作为未知量求解。方程的求解过程与不含涂层的求解过程相似,解得

$$\sigma_1(t) = \frac{\sigma_1}{b} \frac{1}{\rho_1} \left[ \frac{\sigma_1 + 2B_1}{\sigma_1 + 2A_1} (1 - e^{-t}) + \frac{\sigma_1 + 2B_1 \rho_1}{2A_1 \rho_1 + q_1} e^{-t} \right] \quad (14)$$

$$\sigma_2(t) = \frac{\sigma_2}{c} \frac{1}{\rho_2} \left[ \frac{\sigma_2}{\sigma_2 + 2A_2} (1 - e^{-t}) + \frac{\sigma_2}{2A_2 \rho_2 + q_2} e^{-t} \right] \quad (15)$$

$$\sigma_3(t) = \frac{\sigma_3}{d} \frac{1}{\rho_3} \left[ \frac{\sigma_3 + 2B_3}{\sigma_3 + 2A_3} (1 - e^{-t}) + \frac{\sigma_3 + 2B_3 \rho_3}{2A_3 \rho_3 + q_3} e^{-t} \right] / T \quad (16)$$

式中:  $\sigma_1 = - \frac{\sigma_1 + 2A_1}{2A_1 \rho_1 + q_1}; A_1 = \rho_2 / \rho_1; B_1 = \sigma_2 / \sigma_1;$

$$B_2 = 3 K_m / 4$$

$$\sigma_1 = 12 V_{ba} K_p G_p \{ [3(bc^2 + b^3) K_c + 4(c^3 + bc^2) G_c] V_{dc} + 4c^3 K_c G_c \rho_1 V_{cb} \}$$

$$\sigma_2 = 36 V_{ba} V_{cb} d^3 \rho_1 K_p G_p K_m K_c G_c = 12 K_m V_{dc} [3(c^3 + b^2 c) K_c + 4(b^3 + cb^2) G_c] V_{ba} K_p G_p + (3a^3 K_p + 4b^3 G_p) K_c G_c \rho_2 V_{cb}$$

$$\sigma_3 = 4c^2 d \rho_1 K_c G_c \rho_2 V_{cb} (3a^3 K_p + 4b^3 G_p) + K_p G_p V_{ba} [ \rho_1 b^2 (4G_c + 3K_c) + \rho_2 (3c^3 K_c + 4b^3 G_c) ]$$

$$\rho_1 = \{ [ (3a^3 K_p + 4b^3 G_p) (3b^3 K_c + 4c^3 G_c) + 12 V_{ba} V_{cb} ] K_m V_{dc} + 4c^3 [ (3a^3 K_p + 4b^3 G_p) K_c G_c V_{cb} + (3c^3 K_c + 4b^3 G_c) K_p G_p V_{ba} ] \} G_m$$

$$\rho_2 = 3d^3 [ (3a^3 K_p + 4b^3 G_p) K_m K_c G_c V_{cb} + (3c^3 K_c + 4b^3 G_c) K_m K_p G_p V_{ba} ]$$

当  $I_1$  和  $I_2$  界面的热应力确定以后,可以得到沿半径方向的热应力分布,由式(4)可以得到

$$\sigma(r) = \frac{\sigma_1(t) b^3 (r^3 - a^3)}{r^3 (b^3 - a^3)} \quad \text{当 } a < r < b \text{ 时} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \sigma_1(t) = & \frac{2(t)c^3(r^3 - b^3)}{r^3(c^3 - b^3)} + \\ & \frac{1(t)b^3(c^3 - r^3)}{r^3(c^3 - b^3)} \quad \text{当 } b < r < c \text{ 时} \quad (18) \end{aligned}$$

$$\sigma_2(t) = \frac{2(t)c^3(d^3 - r^3)}{r^3(d^3 - c^3)} \quad \text{当 } c < r < d \text{ 时} \quad (19)$$

2 计算结果与分析比较

参照文献 [8], 取参数为:  $K_m = 3\ 160\ \text{MPa}$ ,  $K_p = 41\ 670\ \text{MPa}$ ,  $G_p = 28\ 690\ \text{MPa}$ ; 并假设:  $|p - c| = 2 \times 10^{-6}$ ,  $|c - m| = 2.083 \times 10^{-6}$ ,  $T = 100$ ,  $\varphi_0 = 250\ \text{MPa}$ ,  $q_1 = 2.1 \times 10^4\ \text{MPa} \cdot \text{s}$ ,  $p_1 = 60\ \text{s}$ ; 然后, 利用上面推导的残余应力公式, 对含涂层空心微球复合材料的残余热应力进行数值计算和分析。因为基体是黏弹性材料, 所以温度改变引起的残余热应力应具有时间效应。这样, 利用式 (14) ~ (16), 取  $t=0$  可以得到复合材料界面热应力和热膨胀系数的初值

$$\left. \begin{aligned} 1 \quad & \frac{\frac{\partial \epsilon_1}{\partial T} (q_1 + 2B_1 p_1)}{b_1 (2A_1 p_1 + q_1)} \\ 2 \quad & \frac{q_1}{c_1 (2A_1 p_1 + q_1)} \\ 3 \quad & \frac{\frac{\partial \epsilon_2}{\partial T} (q_1 + 2B_2 p_1)}{1 (2A_1 p_1 + q_1)} / T \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

在  $t \rightarrow \infty$  时, 可以得到复合材料界面热应力和热膨胀系数的终值为

$$\left. \begin{aligned} 1 \quad & \frac{\frac{\partial \epsilon_1}{\partial T} (\varphi_0 + 2B_1)}{b_1 (\varphi_0 + 2A_1)} \\ 2 \quad & \frac{\varphi_0}{c_1 (\varphi_0 + 2A_1)} \\ 3 \quad & \frac{\frac{\partial \epsilon_2}{\partial T} (\varphi_0 + 2B_2)}{1 (\varphi_0 + 2A_1)} / T \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

图 3 给出了界面残余热应力随时间的变化曲线。图中保持  $K_c = 41.7\ \text{MPa}$ ,  $G_c = 19\ \text{MPa}$ ;  $a = 0.01\ \text{mm}$ ,  $c = 0.048\ \text{mm}$ ,  $d = 0.08\ \text{mm}$  不变, 但改变  $b$  的值, 即在不改变复合材料中涂层空心微球体分比的条件下改变涂层的厚度。因涂层的厚度为  $b$  与  $c$  的差值, 所以, 当  $c$  不变时,  $b$  增加就相当于减小涂层厚度。从图中可以看出, 随着时间的增加,  $I_1$  和  $I_2$  界面上的残余热应力由于基体的松弛效应而逐渐减小; 根据数值比较可知: 当  $b < c$  时,  $\sigma_1 > \sigma_2$ ; 而当  $b = c$  时, 涂层厚度为 0,  $\sigma_1 = \sigma_2$ 。这里利用式 (20) 和式 (21) 计算了不同涂层厚度下界面热应力的初值和终值, 结果在表 1 中给出。从表 1 可以看出其它条件不改变时, 在整个时间范围内, 随涂层厚度的减小,  $I_1$  和  $I_2$  面的热应力

增加, 同时热应力的初值与终值的差值也变大, 说明松弛掉的应力增加了。因此, 采用涂层技术, 改变涂层的厚度, 可以控制残余热应力的大小及其随时间的变化历程。

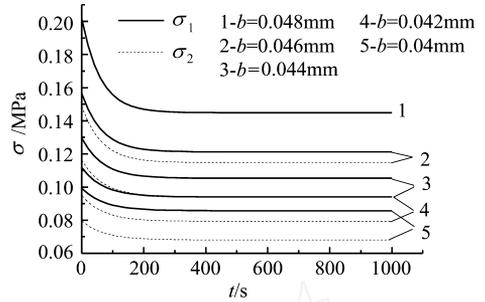


图 3 不同涂层厚度下的热应力 - 时间曲线

Fig. 3 Relation between thermal stress and time for different coating thicknesses

表 1 不同涂层厚度下界面残余热应力的比较

Table 1 Comparison of thermal stress at the interface for different coating thicknesses

	$b/\text{mm}$	0.048	0.046	0.044	0.042	0.04
1/ MPa	初值	0.09932	0.11174	0.12951	0.15651	0.20168
	终值	0.08574	0.09404	0.10533	0.12124	0.14489
2/ MPa	初值	0.07954	0.09484	0.1163	0.14845	0.20168
	终值	0.06812	0.07935	0.09422	0.11476	0.14489

图 4 为不同涂层空心微球体分比的情况下, 界面残余热应力  $\sigma_1, \sigma_2$  随时间的变化规律。此处保持  $K_c = 41.7\ \text{MPa}$ ,  $G_c = 19\ \text{MPa}$ ;  $a = 0.01\ \text{mm}$ ,  $b = 0.04\ \text{mm}$ ,  $c = 0.048\ \text{mm}$  不变, 但改变  $d$  的值。可见, 在保持其他参数不变的条件下, 随着涂层空心微球体分比的减小, 残余热应力将增加。由图 4 的比较还可知, 不论  $d$  取何值, 总有  $\sigma_1 > \sigma_2$ 。表 2 中给出了不同涂层空心微球体分比下界面热应力的初值和终值, 可知, 随着  $d$  的增加, 热应力的初值和终值的差值改变很小, 但是残余热应力松弛的速度却不相同,  $d$  值越大, 热应力松弛的就越快。

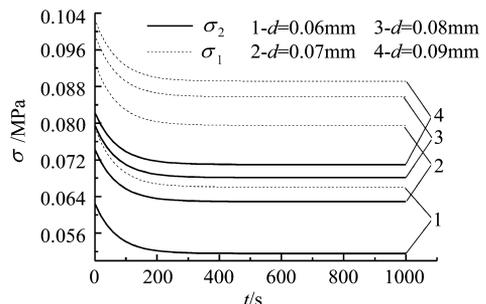


图 4 不同涂层粒子体分比时的热应力 - 时间曲线

Fig. 4 Relation between thermal stress and time for different volume fraction, of coating micro-sphere

表 2 不同涂层空心微球体分比下界面残余热应力的比较  
Table 2 Comparison of thermal stress at the interface for different volume fraction of coating micro-sphere

$d/\text{mm}$		0.06	0.07	0.08	0.09
$\sigma/\text{MPa}$	初值	0.10266	0.09932	0.09308	0.07904
	终值	0.08913	0.08574	0.07953	0.06607
$\sigma/\text{MPa}$	初值	0.08235	0.07954	0.07429	0.06249
	终值	0.07097	0.06812	0.0629	0.05158

图 5 为利用式(17)~(19)画出的残余热应力随时间和半径方向的三维变化图。图中保持  $K_C = 41.7 \text{ MPa}$ ,  $G_C = 19 \text{ MPa}$ ;  $a = 0.01 \text{ mm}$ ,  $b = 0.04 \text{ mm}$ ,  $c = 0.048 \text{ mm}$ ,  $d = 0.08 \text{ mm}$  不变。可以看出,在空心微球(1区)内,热应力从 0 开始随半径单调增加,并成上凸形状,在  $r_1$  界面,也就是涂层与微球的接触面上,热应力达到最大值。在涂层(2区)和基体(3区)内,沿半径方向热应力减小,且涂层厚度较小时,热应力改变也很小。当基体的体积和半径比较大时,热应力减小的趋势比较明显,最终沿半径方向趋近于 0。而在整个半径范围内,热应力都随时间的增加而减小,最终趋于一个常值。

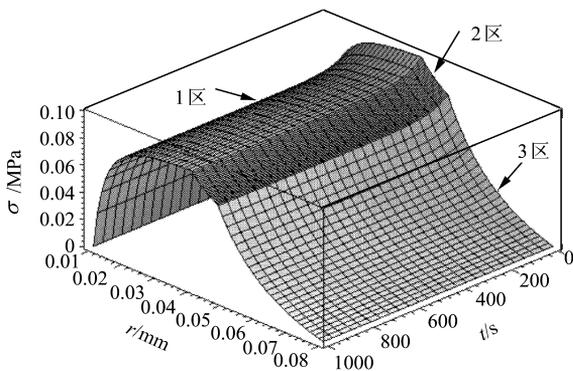


图 5 残余热应力随时间-半径变化图(1区:空心微球;2区:涂层;3区:基体)

Fig. 5 Residual thermal stress variations with time and radial position (Region 1: hollow micro-sphere; Region 2: coating; Region 3: matrix)

### 3 结 论

(1) 在整个时间范围内,随着时间的增加,由温度改变引起的复合材料内部的残余热应力将逐渐减小,且涂层厚度和涂层空心微球体分比的减小会使残余热应力增加;涂层厚度越小,残余热应力的初值与终值的差值越大,说明松弛掉的应力增加了。随着涂层空心微球体分比的减少,热应力的初值和终值的差值改变很小,但热应力松弛得较快。

(2) 在模型内沿半径增加方向,热应力在微球

内逐渐增加,在涂层和基体中逐渐减小,在涂层与空心微球的交界处达到最大值。

### 参 考 文 献

- [1] Lu Z X, Xie R Z, Fu C Y, *et al.* Visco-elastic (plastic) effects and failure behavior of PUR foamed plastics[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 1998, 11(1): 1-7.
- [2] 卢子兴. 聚氨酯泡沫塑料拉伸本构关系及其失效机理的研究[J]. 航空学报, 2002, 23(2): 151-154.  
Lu Z X. Investigation into the tensile constitutive relation and failure mechanism of PUR foamed plastics[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002, 23(2): 151-154. (in Chinese)
- [3] Walpole L J. A coated inclusion in an elastic medium[J]. Math Proc Camb Phil Soc, 1978, 83: 495-504.
- [4] Mikata Y, Taya M. Thermal stress in a coated short fiber composite[J]. J Appl Mech, 1986, 53: 681-689.
- [5] Hatta H, Taya M. Thermal stress in a coated short fiber[J]. J Engng Mater Tech, 1987, 109: 59-63.
- [6] Mori T, Tanaka K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions[J]. Acta Metall, 1973, 21(5): 571-574.
- [7] Pan M J, Green D J, Hellmann J R. Residual stresses in composites with coated particles[J]. J Comp Mat, 1997, 31(10): 1046-1059.
- [8] Tsui C P, Tang C Y, Lee T C. Finite element analysis of polymer composites filled by interphase coated particles[J]. J Mater Proc Tech, 2001, 117: 105-110.
- [9] Lauke B, Schüller T, Beckert W. Calculation of adhesion strength at the interface of a coated particle embedded within matrix under multiaxial load[J]. J Comp Mat Sci, 2000, 18: 362-380.
- [10] Wu Y L, Dong Z F. Three-dimensional finite element analysis of composites with coated spherical inclusions[J]. Mat Sci Eng, 1995, A203(1-2): 314-323.
- [11] 杜善义, 王彪. 复合材料细观力学[M]. 北京: 科学出版社, 1998.  
Du S Y, Wang B. Micromechanics of composites[M]. Beijing: Science Press, 1998. (in Chinese)
- [12] Timoshenko S P, Goodier J N. Theory of elasticity[M]. New York: McGraw-Hill, 1970.
- [13] 周光泉, 刘孝敏. 黏弹性理论[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1996.  
Zhou G Q, Liu X M. Viscoelasticity[M]. Hefei: Press of Chinese Science and Technology University, 1996. (in Chinese)
- [14] 区焕文, 冼定国. 等效介质理论数值法计算复合材料的热膨胀系数[J]. 复合材料学报, 1995, 12(2): 52-58.  
Ou H W, Xian D G. Calculations of expansion coefficient of composite materials by numerical method based on effective medium theory[J]. Acta Mater Comp Sinica, 1995, 12(2): 52-58. (in Chinese)

作者简介:

卢子兴 教授, 博士生导师, 北京航空航天大学固体力学研究所, E-mail: luzixing@263.net

(责任编辑: 李铁柏)