

文章编号: 1000-6893(2006)01-0055-07

用于确定性计算仿真的响应面法及其 试验设计研究

郭勤涛, 张令弥, 费庆国

(南京航空航天大学 振动工程研究所, 江苏 南京 210016)

Response Surface Method and Its Experimental Design for Deterministic Computer Simulation

GUO Qir tao, ZHANG Ling-mi, FEI Qing-guo

(Institute of Vibration Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

摘 要: 确定性计算仿真在科学研究和工程技术中的应用非常广泛。为精确有效地计算系统多个响应特征对不同自变量的响应, 基于试验设计的响应面法就是一个行之有效的办法。该方法能够求解较大规模的优化设计、结构可靠性分析、模型修正和模型确认等问题, 并可以全面掌握系统响应特征的变化。本文围绕如何获得高阶高精度的响应面问题进行了研究, 把几种现代试验设计方法做了改进和发展, 成功应用于确定性计算仿真, 使用多个典型算例与全因子试验设计进行了比较, 得到了满意的结果, 算例的设计变量达 16 个, 响应面模型的阶次达 15 阶。

关键词: 确定性计算仿真; 响应面法; 试验设计; D 最优设计; 中心点复合设计

中图分类号: O212.6; O224 文献标识码: A

Abstract: Deterministic computer simulation is widely used in science and technology. In order to illustrate the relationship between parameters and response features, Design of Experiment (DOE) based Response Surface (RS) method can be employed. This method can deal with large scale models used in design optimization, model updating and model validation. In this article, some modern DOE are introduced and developed to construct high order RS models. The proposed method is verified by studying several typical nonlinear test problems and FEA examples. The number of factors can be more than 16, and the order of the RS model can be more than 15.

Key words: deterministic computer simulation; response surface; design of experiment; D-optimal design; central composite design

随着计算机技术的不断发展, 确定性计算仿真(如有限元计算仿真、空气动力学计算仿真等)在科学研究和工程技术中的应用更加广泛。特别是在航空航天领域, 有限元仿真已成为设计计算的主要工具。在许多情况下, 如对飞机总体结构进行优化设计, 整个优化迭代过程的计算工作量非常可观, 有时甚至无法完成; 又如, 在可靠性分析以及结构动力学新的研究热点有限元模型确认领域, 因为设计参数(如载荷与几何尺寸)是正态分布量, 要计算响应特征(如应力)的分布, 直接计算需要成百上千次的有限元分析, 这显然是不现实的。对于上述工程领域, 研究人员把基于试验设计(Design of Experiment)的响应面法(Response Surface Method)作为重要工具, 以解决设计变量

过多和计算耗费太大的问题^[1]。

响应面法是用多元多项式或非多项式模型(如人工神经网络), 来描述系统自变量和响应特征的复杂关系, 从而替代有限元仿真和其它复杂模型进行更有效设计或计算的一种方法^[2]。响应面法很早就应用于非确定性的实验分析。作者认为该方法更适合于确定性计算仿真研究。与一般的实验测试不同, 由于确定性计算仿真不含随机误差或其随机误差可以人工控制, 它的响应面可以具有较高的阶次和较高的精度。一般的试验设计方法需要改进和发展才能应用于确定性计算仿真。本文围绕如何获得高阶高精度的响应面问题进行了研究, 把几种现代试验设计方法做了改进和发展, 成功应用于确定性计算仿真, 并与全因子试验进行了比较, 得到了满意的结果。

本文的第 1 部分研究了基于试验设计的响应

收稿日期: 2004-10-09; 修订日期: 2005-04-05

基金项目: 教育部博士点科学基金(20010287012)资助项目

面法及其精度检验标准;第2部分研究了用于确定性计算仿真的几种现代试验设计的特点以及如何进行试验设计;第3部分在算例分析的基础上对几种现代试验设计做了比较;最后给出了几点结论。

1 基于试验设计的响应面法及其适合性检验标准

1.1 基于试验设计的响应面法

基于试验设计的响应面法就是根据研究对象的特点,在试验设计的基础上,用多项式回归(或人工神经网络训练)得到系统自变量和响应特征的复杂关系。多项式可以选取幂多项式、傅立叶级数、正弦、余弦多项式、指数多项式或其它类型的多项式。其中,自变量的变化范围称为设计空间(design space),而目标变量如应力、加速度、固有频率等称为响应特征(response feature)。基于试验设计的响应面法,国内外有许多作者进行了研究,并已开始逐步得到应用^[1,3]。但多数研究和应用,都只是建立了阶次较低的响应面,而且其试验设计方法也局限于正交设计、较低阶的中心点复合设计等方法,因此响应面的精度有待提高。若想进行高精度响应面建模,需要提高阶次,并选取有效的试验设计方法。其次,用于确定性计算仿真的响应面法试验设计与一般在实验测试中的应用也有差别。

作者在前人研究的基础上,进行了高阶次响应面建模的尝试,实例5最高为15阶幂多项式,同时研究了何种试验设计方法对高阶次响应面建模最为有效,为获得高精度的响应面模型提供了有效方法,有助于进一步推动响应面法的广泛应用。

基于试验设计响应面法的主要步骤如下:①确定研究问题的合理设计空间(各自变参数的变化范围);②选取几个重要参数,进行单因素多水平计算,并做回归分析,确定响应面的最高阶次和计算点数;③构造多项式函数,本文以幂多项式为主;④使用合理的试验设计(DOE)方法,进行试验设计;⑤根据设计计划,通过仿真计算,得到各设计点的响应特征;⑥最小二乘法回归拟合多项式的系数,并做模型的适合性检验;⑦不满足精度要求,增加响应面阶次和设计点数返回④循环计算,若满足要求,输出响应面模型,结束。

1.2 响应面模型的适合性检验

响应面模型的适合性检验标准很多,如残差的正态分布图检验,残差的均值是否近于零。这

两种方法虽然直观,但对于多个响应面模型和较复杂模型则不适合。 R^2 检验^[2]和相对均方根误差检验^[4]则更有效。其定义如下:

相对均方根误差(Root Mean Squared Error)

$$RMSE = \frac{1}{N_{grid}y} \sqrt{\sum_{j=1}^{N_{grid}} (y - y_{reg})^2} \quad (1)$$

R^2 判定系数

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{j=1}^{N_{grid}} (y_{reg}(j) - y(j))^2}{\sum_{j=1}^{N_{grid}} (y(j) - \bar{y})^2} \quad (2)$$

y 和 y_{reg} 分别是设计空间上各点的真值和响应面的值; \bar{y} 是设计空间上各点真值的均值; N_{grid} 是设计空间上检验点的数量。RMSE(相对均方根误差)的大小代表了响应面的精度,可根据实际情况确定。 R^2 判定系数代表了响应面与真值之间的差异程度,在0~1之间取值,值为1时,表示二者完全一致。

依据上述2种检验标准,在原试验设计点的间隔中,增加数个新点作为检验点,或选用少水平正交表设计点作为检验点(因为正交表设计点与本文讨论的几种DoE的设计点很少重复),分别计算其真值和响应面的值。然后检验新增检验点的RMSE和 R^2 。最后,若需要提高精度,可以把检验点和原试验设计点合并,再次拟合得到比检验精度更高的响应面模型。

2 用于响应面法的几种试验设计方法

如何用最少的计算点(即实验样本点),获得理想的响应面模型,试验设计至关重要。在诸多文献中,中心点复合设计(Central Composite Design)是广为应用的方法之一,其次还有Box-Behnken Design(BBD),它的设计点分布与中心点复合设计相近,只是不含顶点。上述2种方法由于因素的水平数较少只能用于一阶、二阶或三阶模型,有很大局限性。为应用于更高阶的响应面模型,作者根据试验设计的旋转设计原理^[5],把上述两种方法进行了改进,成功用于高阶模型。D-最优设计是试验设计中一个很有价值的方法,作者也把该方法成功应用于响应面的试验设计,取得了高精度的响应面模型。均匀设计和多水平正交设计也可以用于响应面设计,本文在算例分析中也使用了该2种试验设计。其它常用的试验设计方法还有很多,如拉丁方设计、单纯型设计、区

组化正交设计等, 这些方法在响应面法设计中都有一定的应用, 参阅文献[2, 5]。下面对中心点复合设计、BBD 和 D-最优设计进行研究, 同时也简要介绍均匀设计和多水平正交设计。

2.1 全因子试验设计

根据各自变量(因素)不同变化水平, 可以设计全因子试验(Full factorial design)。该方法简单, 精度高, 且各因素正交, 但计算量大。如 3 因素 5 水平时, 计算点数为 125。因此, 只适合于因素很少的情况。这里使用该试验设计作为精度最高的标准用于比较其它方法的精度。

2.2 中心点复合设计

中心点复合设计^[2]用于响应面设计, 可以回归拟合一阶、二阶模型或更高阶模型。它一般是由 2^k 析因设计(规范为通常的 ± 1 记号, k 为因素数)添加 $2k$ 个坐标轴点 $(\pm\alpha, 0, \dots, 0), (0, \pm\alpha, 0, \dots, 0), \dots, (0, \dots, 0, \pm\alpha)$ 和 n_c 个中心点 $(0, 0, \dots, 0)$ 所组成。 α 是可调整的参数, 恰当地选择 α 可以使中心复合设计具有可旋转性或正交性, 或是正交旋转的等各种优良性。 α 的设计条件是信息矩阵不退化。确定性计算仿真试验设计的中心点取一个。要获得较高阶次(如 5 阶、7 阶)的响应面模型, 需要再添加 $2k$ 个坐标轴点 $(\pm\alpha, 0, \dots, 0), (0, \pm\alpha, 0, \dots, 0), \dots, (0, \dots, 0, \pm\alpha)$, α 的设计条件与 α 相同。其中的特征点包括 3 种点, 即: 全因子试验点、坐标轴点和中心点。实施中将各因素都正规化, 使调整后的变量在 $[-1, 1]$ 之间。

2.3 D-最优设计

D-最优设计的定义如下。研究的回归模型为 $y_\alpha = \beta_1 f_1(x_\alpha) + \beta_2 f_2(x_\alpha) + \dots + \beta_m f_m(x_\alpha) + \varepsilon_\alpha$ $\alpha = 1, \dots, N$ (3) 最小二乘法获得参数 $\beta^T = (\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_m)$ 的最小二乘估计 $b^T = (b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m)$ 。 (b_1, b_2, \dots, b_m) 的密集椭球体定义为与 (b_1, b_2, \dots, b_m) 具有相同平均值和相关矩的 m 维均匀分布所围成的区域。密集椭球体体积是 (b_1, b_2, \dots, b_m) 分散与集中程度的数量指标。使得密集椭球体体积最小(即是 (b_1, b_2, \dots, b_m) 最为集中)的试验计划称为 D-最优设计^[5]。D-最优设计等价于其信息矩阵 A 的行列式最大; 对于连续计划, 也是 G-最优设计, 即回归点的最大方差最小。

构造 D-最优设计的数值方法: 在给定因素空间上, 对已知函数 $f(x)$, 迭代程序如下:

- (1) 给出初始计划 ε_0 (可由随机法生成);
- (2) 计算初始计划 ε_0 的信息矩阵 $A(\varepsilon_0)$ 及其逆矩阵 $A^{-1}(\varepsilon_0)$;
- (3) 在因素空间上, 找出回归方差 $d(x, \varepsilon_0)$ 最大的点 x_0 ; 并计算出最大值 d ;
- (4) 给出精度 Δ 若 $\delta = d - m < \Delta$ 就停止迭代, ε_0 即为近似的 D-最优设计, 否则计算 $\alpha: \alpha_0 = \frac{\delta}{m(d-1)}$; 把一点计划 $\varepsilon(x_0)$ 和初始计划线性组合, 得新计划

$$\varepsilon_1 = (1 - \alpha_0)\varepsilon_0 + \alpha_0\varepsilon(x_0);$$

- (5) 重复(2)~(4)各步骤得到 ε , 使得满足 $\delta = d - m < \Delta$ 为止, ε 即为所得 D-最优设计计划。

作者在 MATLAB6.5 toolbox 基础上, 根据上述方法编制了 D-最优设计程序, 成功用于高阶次响应面设计。

2.4 BBD 设计

和 CCD 相近, Box-Behnken designs(BBD)也是具有旋转性的响应面设计方法之一。它的设计点除中心点以外, 其他设计点到中心点的距离均相同。但 BBD 对设计空间的顶点预测不准。由于 BBD 设计之只有 3 个水平, 若想获得高次的 RS, 则需要根据旋转性的、正交性再添加数点, 本文据此添加了设计空间内距离中心点 0.707 倍的一个 BBD, 实例应用效果很好。BBD 不适合大规模模型回归。如 10 参数时, 设计点为 $2 \times 161 = 322$, 设计点较多。

2.5 正交设计和均匀设计

正交设计(OA, Orthogonal Array)是试验设计最常用的方法之一, 正交设计点具有“均衡分散性”和“整齐可比性”两个特点。用于响应面建模时需使用较多水平的正交设计。均匀设计(UN, Uniform Design)是只考虑试验点在试验范围内均匀散布的一种试验设计方法^[6]。它由中国学者方开泰教授和数学家王元在 1978 年共同提出, 是数论方法中的“伪蒙特卡罗方法”的一个应用。均匀设计和正交设计相似, 也是通过一套精心设计的表来进行试验设计的。本文在算例分析中直接使用均匀设计表进行实验设计。

3 算例分析

在上述讨论的基础上, 作者首先通过 4 个非线性优化的例子, 对小规模模型(参数个数 3)在响应面试验设计的基础上进行回归拟合, 对响应

面的 D-最优设计方法、中心点复合设计、BBD 设计、多水平正交设计和均匀设计(各种试验设计的样本点数相近)的有效性和精度进行检验,并与全因子试验设计做了比较。

对于较大规模模型(参数个数 10),在响应面试验设计的基础上进行回归拟合,对响应面的 D-最优设计方法、中心点复合设计的有效性和精度进行检验和比较。证明了二方法用于响应面回归高精度模型的可行性。为合理选取试验设计方法和构造高精度的 RS 模型奠定了基础。

由于实际结构设计中设计变量可能很多,为此,针对大规模模型(参数个数 16),使用 D-最优设计方法进行回归拟合,对基于试验设计的响应面法能否进行参数个数很多的响应面回归做了尝试和精度检验。

使用的 4 个显示函数算例来自于文献[7](见附录 A),其中小规模算例取 $(i, j \leq 3)$,较大规模算例取 $(i, j = 10)$,大规模算例取 $(i, j = 16)$,算例性质差别很大,算例 1 和 3 具有很强的非线性,因此具有一定的代表性。使用的另外 2 个算例是实际有限元算例(见附录 B),该二算例已分别用于基于响应面法的有限元模型修正^[8,9],取得了很好的结果。

回归模型的适合性检验:小规模模型通过计算设计空间均匀分布的 $10 \times 10 \times 10$ 方格点响应面的值和真值的误差来检验模型。较大和大规模模型则以正交表设计点为检验点。用 1.2 节中的检验标准,对模型进行了检验。

3.1 显式函数算例结果分析

对于小规模模型(图 1),其中 D-opt、CCD、BBD、OA、UN 分别表示 D-最优设计方法、中心点复合设计、BBD 设计、正交设计和均匀设计, P1、P2、P3、P4 分别代表相应的算例。由图可知,6 种方法在算例 2、4 都获得了较高的精度,判定系数 R^2 大于 0.99,相对均方根误差 RMSE 小于 0.02,其中 D-最优设计的精度接近全因子试验设计的精度。BBD、OA 和 UN 在算例 3 的计算中是失败的, RMSE 分别超过了 0.1, 0.06 和 0.08,可见由于这 3 种方法设计点的规则性,使得其不能适合一些特殊的模型。

对于 10 个参数的较大规模模型,使用 D-最优设计方法和中心点复合设计对 4 个算例进行了响应面回归建模。从图 2 可以看出,2 种方法在算例 1、2、4 都获得了较高的精度,判定系数 R^2 大

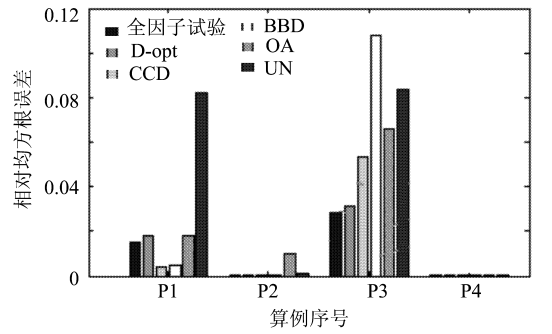
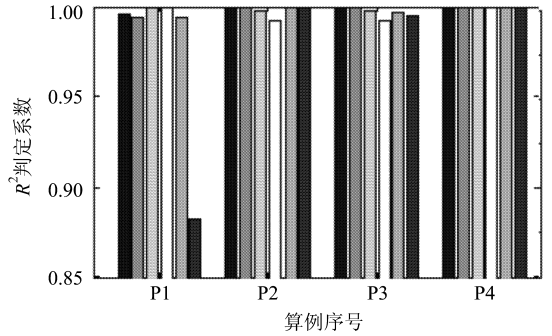


图 1 小规模模型不同算例各种试验设计的 R^2 和 RMSE
Fig. 1 R^2 and RMSE of different test problems(3 factors) by different DOE s

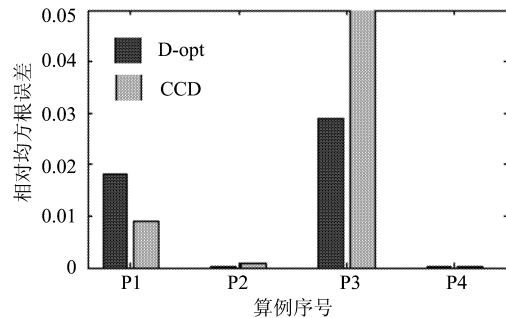
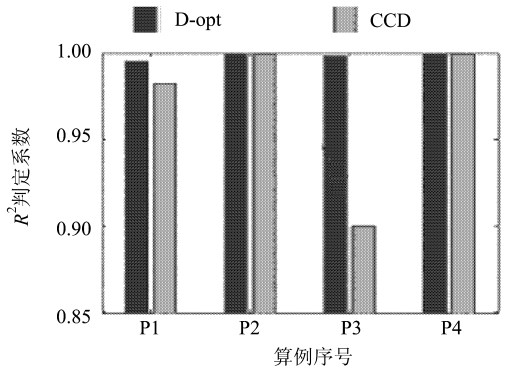


图 2 较大规模模型不同算例两种试验设计的 R^2 和 RMSE
Fig. 2 R^2 and RMSE of different test problems(10 factors) by two different DOE s

于 0.98, 相对均方根误差 RMSE 小于 0.02。CCD 在算例 3 的计算中是失败的, 相对均方根误

差 RMSE 超过了 0.1。D-最优设计的精度以及可靠性都比 CCD 高。

对于 16 个参数的大规模模型, 使用 D-最优设计方法对 4 算例进行了响应面回归建模。从图 3 可以看出, 4 个算例都获得了较高的精度, 判定系数 R^2 大于 0.98, 相对均方根误差 RMSE 小于 0.04。样本点数为 277。可见, 基于 D-最优设计的响应面建模可以进行大规模模型的响应面建模。

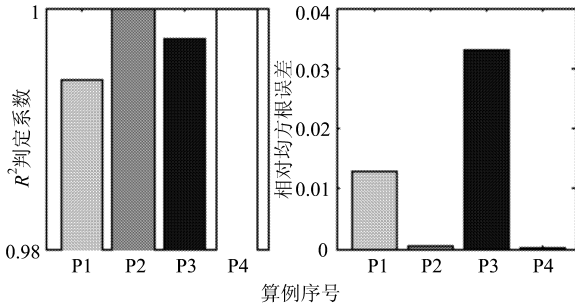


图 3 大规模模型 D-最优设计的 R^2 和 RMSE

Fig. 3 R^2 and RMSE of different test problems(16 factors) by D-optimal design

由于在有些工程应用中, 需要进行高阶次的响应面建模, 本文使用算例 5 进行了 15 阶幂多项式(7 个参数)的响应面回归(图 4 给出了其典型响应面), 其精度为: 判定系数 R^2 为 0.9990, 相对均方根误差 RMSE 为 0.0003, 可见仍然具有较高的精度。

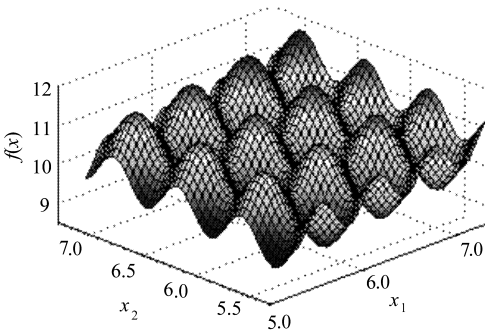


图 4 算例 5(15 阶幂多项式)的典型响应面

Fig. 4 The typical response surface of the No. 5 test problem (the 15 polynomials)

3.2 实际有限元算例结果分析

在 H 型梁有限元算例中, 取 3 个设计参数, 目标变量为前 4 阶计算固有频率, D-opt、BBD 和 CCD 3 种方法的设计点数为 25~27, (全因子试验的计算点数为 125)。响应面模型阶次取 5。拟

合结果用正交设计的新点进行检验。由图 5 可见, 该算例的响应面精度很高。4 种方法在 4 阶固有频率的回归中都获得了较高的精度, 判定系数 R^2 大于 0.99, 相对均方根误差 RMSE 小于 0.001。BBD 和 CCD 的精度要低于 D-最优设计和全因子试验; D-最优设计的判定系数 R^2 以及相对均方根误差 RMSE 都接近全因子试验。

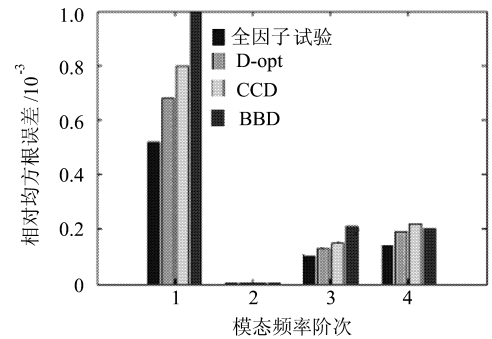
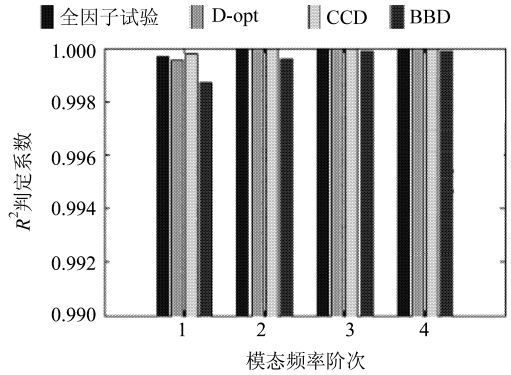
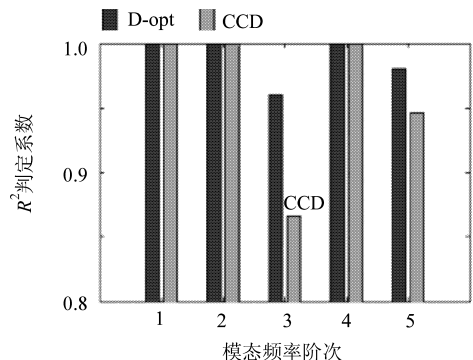


图 5 H 型梁有限元仿真算例的 R^2 和 RMSE

Fig. 5 R^2 and RMSE of different modal frequencies(for the H shape beam structure FEA) by different DOEs

在 GARTEUR 飞机模型^[10]有限元仿真算例中, 取 8 个设计参数, 目标变量为前 5 阶计算固有频率, 2 种方法的设计点数分别为 89 和 145, 响应面模型阶次取 5。拟合结果: D-opt 设计方法的判定系数 R^2 大于 0.95, 相对均方根误差 RMSE 小于 0.01(图 6)。可见, 该算例的响应面精度较高。CCD 方法精度要差一点。



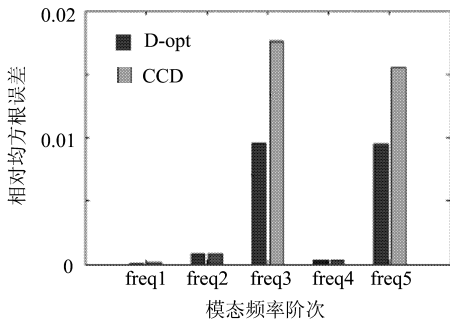


图 6 GARTEUR 飞机模型有限元仿真算例的 R^2 和 RMSE

Fig. 6 R^2 and RMSE of different modal frequencies (for the GARTEUR FEA) by two different DOEs

4 结论

(1) 通过显示函数和实际有限元 2 种算例的研究表明, 基于现代试验设计的响应面法是一个行之有效的快速运行模型建模方法。在结构优化设计、模型修正与确认等需要确定性计算仿真的工程领域有很好的应用价值。

(2) D-最优设计方法、中心点复合设计和 BBD 设计 3 种方法都能够进行较高阶次 ($n \leq 7$) 的响应面回归计算; 正交设计和均匀设计仅仅适合于低阶模型; BBD 设计由于点数太多, 故不宜用于较大规模的模型。D-最优设计方法和中心点复合设计是最为有效的 2 种方法。

(3) D-最优设计的回归精度以及可靠性都比较高, 而且能进行高阶、大规模 (16 个因素以上) 的 RS 模型设计, 并可对交叉项进行自由取舍, 在原有实验点上可以增补实验点, 且实验点数少。D-最优设计的实验计划次数宜取 1.2~1.5 倍的饱和设计次数, 这样既具有较高的精度而实验次数又少。

(4) 虽然本文是针对确定性的计算仿真问题进行的研究, 但是, 由于使用高阶多项式回归方法, 得到的是最小二乘意义下的拟合最优解, 对于计算目标变量出现局部或较小噪声的情况, 该方法具有噪声平滑效果。在 H 型梁有限元算例中, 用 0.1% 的乘性噪声加入目标变量, 得到的响应面误差为 0.03%。噪声平滑效果是多项式回归方法不同于高阶插值方法的优点之一。

(5) 实际工程问题中, 设计空间的大小直接影响到 RS 的精度, 本文两个有限元算例中, 参数变化为 10%~50%。如何更好的确定设计空间和 RS 的阶次以及高阶交叉项问题仍有待进一步的研究。

参考文献

- [1] 黄俊, 武哲, 孙惠中, 等. 飞机总体优化设计的新进展 [J]. 航空学报, 2000, 21(6): 481-487.
Huang J, Wu Z, Sun H Z, et al. Recent developments in conceptual/preliminary design optimization of aircraft [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2000, 21(6): 481-487. (in Chinese)
- [2] Montgomery D C. 试验设计与分析 [M]. 北京: 中国统计出版社, 1998. 563-575.
Montgomery D C. Design and analysis of experiments [M]. Beijing: Chinese Press of Statistics, 1998. 563-575. (in Chinese)
- [3] Redhe M, Forsberg J, Jansson T, et al. Using the response surface methodology and the D-optimality criterion in crashworthiness related problems [J]. Structure Multi-disciplinary Optimization, 2002, 24: 185-194.
- [4] Jones D R. A taxonomy of global optimization methods based on response surfaces [J]. Journal of Global Optimization, 2001, 21: 345-383.
- [5] 茆诗松. 回归分析及试验设计 [M]. 上海: 华东师范大学出版社, 1986.
Mao S S. Regression analysis and experimental designs [M]. Shanghai: Press of the East China Normal University, 1986. (in Chinese)
- [6] 方开泰. 均匀设计与均匀设计表 [M]. 北京: 科学出版社, 1994.
Fang K T. Uniform design and uniform design forms [M]. Beijing: Chinese Science Press, 1994. (in Chinese)
- [7] Jin R C, Chen W, Timothy W S. Comparative studies of meta modeling techniques under multiple modeling criteria [R]. AIAA-2000-4801, 2000.
- [8] Guo Q T, Zhang L M. Finite element model updating based on response surface methodology [A]. Proc of the 22nd IMAC [C], 2004.
- [9] Fei Q G, Zhang L M, Guo Q T. Dynamic finite element model updating based on global information of structures [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering (Accepted)
- [10] Balmes E. GARTEUR group on ground vibration testing. Results from the test of a single structure by 12 laboratories in Europe [A]. Proc of 16th IMAC [C], 1998.

附录 A: 测试显式函数算例模型

$$1. f(x) = \sum_{i=1}^{16} [(\ln(x_i - 2))^2 + (\ln(10 - x_i))^2]$$

$$2. 1 \leq x_i \leq 9.9$$

$$2. f(x) = \sum_{j=1}^{16} x_j (c_j + \ln \frac{x_j}{x_{1+} + \dots + x_{10}})$$

$$c_j = -6.089, -17.164, -34.054, -5.914, -24.721, -14.986, -24.100, -10.708, -26.662, -22.179, -21, -22, -23, -24, -25,$$

- 26; $j = 1, 2, \dots, 16$.

$$3 f(x) = \sum_{j=1}^{16} \exp(x_j)(c_j + x_j - \ln \sum_{j=1}^{16} \exp(x_j)) - 10 \leq x_j \leq 9.9$$

$c_j = -6\ 089, -17\ 164, -34\ 054, -5\ 914, -24\ 721, -14\ 986, -24\ 100, -10\ 708, -26\ 662, -22\ 179, -21, -22, -23, -24, -25, -26; j = 1, 2, \dots, 16$.

$$4 f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2 - 14x_1 - 16x_2 + (x_3 - 10)^2 + 4(x_4 - 5)^2 + (x_5 - 3)^2 + 2(x_6 - 1)^2 + 5x_7^2 + 7(x_8 - 11)^2 + 2(x_9 - 10)^2 + (x_{10} - 7)^2 + (x_{11} + 1)^2 + 2(x_{12} + 2)^2 + 3(x_{13} + 3)^2 + 4(x_{14} + 4)^2 + 5(x_{15} + 5)^2 + 6(x_{16} + 6)^2 + 45 - 10 \leq x_i \leq 9.9$$

$$5 f(x) = 0.0023 \times (100 + 5x_1 + 10x_2 - 6x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 - \sum_{j=1}^7 ix_j + 200 \sum_{i=1}^7 (-1)^i \sin(as \cdot x_i))$$

$$5.3 \leq x_i \leq 7.3, as = 10.5, i \leq j \leq 7$$

附录 B: 结构有限元仿真算例模型

6 H 型梁算例

H 型梁整体为焊接结构^[8], 有限元模型如图 B1, 共分 17 个三维梁单元, 4 个集中质量单元(4 个端部节点) 以及连接中间横梁和两边纵梁的 2 个 6 自由度弹簧单元(在 Node1 和 Node2 上)。选取 3 个设计变量: 弹簧单元绕 Z 向的弯曲刚度(坐标如图 B1), 两边纵梁的 Z 向的抗弯模量, 中间横梁的抗扭模量; 目标变量取 1, 2, 3, 4 共 4 阶模态频率。

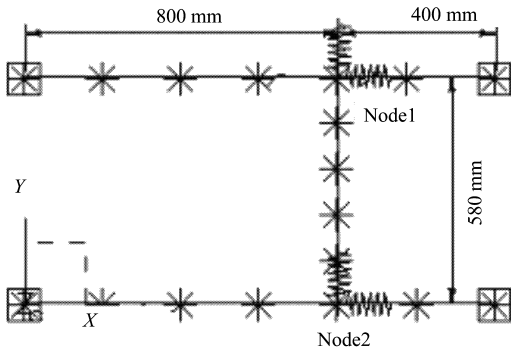


图 B1 H 型梁有限元模型

Fig B1 The FE model of the H shape beam structure

7 GARTEUR 飞机模型有限元仿真算例

GARTEUR 飞机模型^[10] (图 B2) 被欧洲航空科技组织作为评估试验分析技术与模型修正技术的基准模型。模型翼展 2 m, 机身长 1.5 m, 主体结构为铝制, 总重 44 kg。该模型含有真实飞机的主要振动模态特征, 包含若干密集模态。有限元模型含 74 个梁单元, 5 个集中质量单元, 共 420 个自由度。8 个设计参数, 包括刚性单元长度、部件的弯曲与扭转刚度等。目标变量取前 5 阶模态频率。

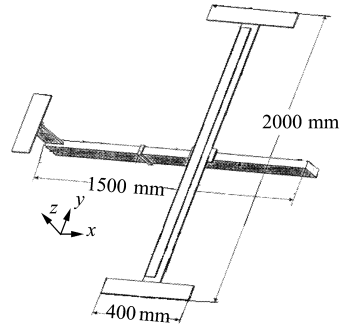


图 B2 GARTEUR 飞机模型

Fig B2 The model of the GARTEUR structure

作者简介:



郭勤涛(1970-) 男, 河南睢县人, 南京航空航天大学机电学院讲师, 工学博士。2005 年毕业于南京航空航天大学机械设计及理论专业, 主要研究方向: 结构动力学建模与模型修正, 有限元模型确认, 连接参数识别, 结构动态优化设计。E-mail: guo_qintao@sohu.com, 联系电话: 025 84892501。



张令弥(1938-) 男, 浙江鄞县人, 南京航空航天大学教授, 博士生导师。主要研究方向: 结构系统识别、计算模型修正、结构动态优化、振动主动控制与智能结构。E-mail: lmz@nuaa.edu.cn, 联系电话: 025 84892126。

费庆国(1977-) 男, 江苏淮阴人, 南京航空航天大学机械设计及理论专业博士研究生。主要研究方向: 结构动力学建模与模型修正。现为东南大学土木工程学院博士后。E-mail: tsingo_fei@263.net

(责任编辑: 李铁柏)