

文章编号: 1000-6893(2005)05-0581-06

Turbo 码 Log-MAP 译码算法简化实现的研究

楼喜中, 毛志刚

(哈尔滨工业大学 电子科学与技术系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

Study on the Simplification of Log-MAP Algorithm for Turbo Decoding

LOU Xi-zhong, MAO Zhi-gang

(Department of Electronics Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

摘要: Log-MAP 算法实现 Turbo 译码时, 要用查表等方法进行修正项的近似计算。用误差传播理论推导出 Log-MAP 算法大规模集成电路实现时状态度量和对数似然值等的精度要求, 明确了量化方案, 并由此得出计算修正项所需要的精度由信道接收值量化精度决定。理论上解释了信道接收值量化间隔为 0.25 时, 8 级查表就可以满足译码精度要求; 也解释了高信噪比条件下, 由于量化误差的传播, 修正项可以忽略不计, 此时 Max-Log-MAP 算法与 Log-MAP 算法一样, 也是最优译码算法。根据推导出的对修正项精度的要求, 结合修正项函数值分布特点, 提出用 6 级非均匀查表计算修正项的方法。该方法能达到 16 级查表精度, 在实现上比 8 级均匀查表简单。计算机仿真证明了上述结论。

关键词: Turbo 码; Log-MAP 算法; 查表法; 误差传播

中图分类号: TN911.22 **文献标识码:** A

Abstract: When turbo decoder is implemented by Log-MAP algorithm, it is necessary to calculate the correction term by look-up table (or other ways). The required precision of the state metrics, log-likelihood ratio, etc., are calculated and a quantization scheme is presented. The required precision of the correction term is determined by the quantile interval of channel value for the quantizing error propagation. The quantizing error propagation shows the reason why the excellent results could be obtained with 8 stored values in the table when the quantile interval of channel value is 0.25. Also it shows that the Max-Log-MAP algorithm just like Log-MAP algorithm is optimal one because of the ignorable correction term for the quantizing error propagation under high signal noise ratio. Then a non-uniform look-up table with 6 stored values is developed to calculate the correction term. It reaches the precision of the look-up table with 16 stored values, which is more accurate than 8 stored values table. At the same time it is easier to be implemented than the 8 stored values table. The simulation verifies these conclusions.

Key words: Turbo decoding; Log-MAP algorithm; look-up table; error propagation

Turbo 码^[1]由 C Berrou 等在 1993 年提出, 它巧妙的实现了随机编码思想, 并采用软输出迭代译码来逼近最大似然译码。当用大小为 65535 的随机交织器, 18 次迭代, 码率为 1/2, 在加性高斯白噪声(AWGN)信道上, 误比特率(BER)为 10^{-5} 时, 所需要的信噪比(E_b/N_0)仅为 0.7 dB, 达到了近 Shannon 限的性能(1/2 码率的 Shannon 限是 0 dB)。与美国空间数据系统顾问委员会的“行星标准”(采用 GF(256)上的 RS(255, 223)码和(2, 1, 7)卷积码的级联)相比, 相同误码率条件下所需要的 E_b/N_0 约为 2.5 dB。编码增益有了很大提高, 这对发射功率受限的深空通信(其信道模型为 AWGN)意义非常重大。由于接近 Shannon 限的优异性能,

Turbo 码成为信息与编码理论界的研究热点。目前, 随着对通信质量的要求越来越高, Turbo 码开始走上应用舞台。它已成为深空通信的标准, 也是第 3 代移动通信 3GPP 标准^[2]的信道编码方案。对 AWGN 和 Rayleigh 衰落信道下的 Turbo 性能, 文献^[3]进行了探讨。

随着 Turbo 码译码算法问题的逐步解决, 将会应用于越来越多的场合。Turbo 码提出时, 使用的是 MAP 算法^[4], 但 MAP 算法有大量的乘法等高阶运算, 很难用大规模集成电路实现。对数域 Max-Log-MAP 算法^[5]的提出大大简化了译码算法, 使得用大规模集成电路实现 Turbo 码成为可能。但 Max-Log-MAP 算法在计算中存在近似, 造成了一定的译码性能下降。后来 Robertson 等人提出了 Log-MAP 算法^[6], 该算法通过查

收稿日期: 2004-07-28; 修订日期: 2005-01-15

表计算修正项解决了 Max-Log-MAP 算法中的近似问题,其性能与 MAP 算法相同,而在复杂度上与 Max-Log-MAP 算法相比仅有很小的增加。用大规模集成电路实现译码算法时,为了避免浮点运算和简化计算,要对各值进行量化,量化精度用量化间隔来表示。文献[6]在信道接收值的量化间隔为 0.25 时,用仿真方式确定了近似计算修正项时,查表所需要级数为 8 级。

本文将从理论上说明 Log-MAP 译码算法用超大规模集成电路实现时所需要的量化精度问题。首先介绍了在 AWGN 信道下, Turbo 码的 Log-MAP 译码算法^[7]。然后以 Log-MAP 算法为例,对误差传播^[8]情况进行详细分析,确定了近似计算时各个变量所需要的量化精度。并提出了一种 6 级非均匀查表方法。接着对上述分析进行仿真。最后给出了结论。

1 Turbo 译码算法介绍

最初提出的 Turbo 码使用两个相同的递归系统卷积码作为分量码,并行级联而成。分量码之间用随机交织器减小相邻比特之间的相关性。在译码过程中,使用两个与分量编码器相对应的译码单元,译码单元采用软输出迭代译码算法。其中的一个译码单元译码得到的似然信息作为另外一个译码单元的先验信息进行反馈迭代译码。得到最后的对数似然值,然后根据对数似然值进行硬判决,输出译码序列。

译码的时候,对于接收序列 y , 计算每一发送比特 u_k 的对数似然比 $L(u_k | y)$, 对数似然比可以写为

$$L(u_k | y) = \ln \frac{p(u_k = 1 | y_1^N)}{p(u_k = 0 | y_1^N)} \quad (1)$$

利用 BCJR 算法^[4], 可以得到:

$$L(u_k | y) = \ln \frac{\sum_{s^+} \alpha_{k-1}(s') \gamma_k(s', s) \beta_k(s)}{\sum_{s^-} \alpha_{k-1}(s') \gamma_k(s', s) \beta_k(s)} \quad (2)$$

式中: s^+ (s^-) 表示当输入为 +1 (-1) 时, 由前一时间刻编码器状态 s' 转移到当前时刻编码器状态 s 的事件; $\gamma_k(s', s)$ 表示 k 时刻 s' 和 s 之间的分支转移度量; $\alpha_k(s)$ 表示 k 时刻 s 状态的前向递推度量; $\beta_k(s)$ 表示 k 时刻 s 状态的后向递推度量。由于直接计算转移度量、状态度量和对数似然值时有大量的乘法、除法等高阶运算, 提出了对数域的简化算法—Log-MAP 算法^[6]。利用 Log-MAP 算法, 在 AWGN 信道下的分支转移度量可表示为

$$\Gamma_k(s', s) = \frac{1}{2} u_k (L_{e,21}(u_k) + L_c y_{S,k}) + \frac{1}{2} L_c x_{P,k} y_{P,k} \quad (3)$$

式中: $L_{e,21}(u_k)$ 表示从第 2 个分量译码器得到的第 k 比特先验信息; L_c 是与信噪比有关的系数; $y_{S,k}$ 是系统比特的信道接收值; $x_{P,k}$ 是发送的校验比特; $y_{P,k}$ 是校验比特的信道接收值。前、后向递推状态度量可表示为

$$A_k(s) \cong \ln(\alpha_k(s)) = \ln \left[\sum_{s'} \alpha_{k-1}(s') \gamma_{k-1}(s', s) = \ln \left\{ \sum_{s'} \exp[A_{k-1}(s') + \Gamma_{k-1}(s', s)] \right\} \quad (4)$$

$$B_k(s) \cong \ln(\beta_k(s)) = \ln \left[\sum_{s'} \beta_{k+1}(s') \cdot \gamma_k(s, s') \right] = \ln \left\{ \sum_{s'} \exp[B_{k+1}(s') + \Gamma_k(s, s')] \right\} \quad (5)$$

这样由公式, 得到

$$L(u_k | y) = \ln \left\{ \sum_{s^+} \exp[A_{k+1}(s') + \Gamma_k(s', s) + B_k(s)] \right\} - \ln \left\{ \sum_{s^-} \exp[A_{k-1}(s') + \Gamma_k(s', s) + B_k(s)] \right\} \quad (6)$$

当编码器进行归零时的初始递推条件为

$$A_0(0) = 0, A_0(s \neq 0) = -\infty$$

$$B_N(0) = 0, B_N(s \neq 0) = -\infty$$

上述过程即完成了第一个分量译码器的译码工作。

再由对数似然值, 利用公式

$$L(u_k | y) = L_c y_{S,k} + L_{e,21}(u_k) + L_{e,12}(u_k)$$

求得第 2 个分量译码器的先验信息 $L_{e,12}(u_k)$, 以进行下一个分量译码器的迭代译码。在适当次数的反馈迭代后, 根据最后对数似然值的符号硬判决输出比特序列, 完成译码。

2 Log-MAP 算法量化分析

由公式(4)、式(5)和式(6)可以看到, Log-MAP 算法在实现时需要计算形如

$$\ln[\exp(x_1) + \exp(x_2) + \exp(x_3) + \dots] \quad (7)$$

的值, 而

$$\ln[\exp(x_1) + \exp(x_2) + \exp(x_3) + \dots] = \ln \{ \exp[\ln(\exp(x_1) + \exp(x_2))] + \exp(x_3) + \dots \} \quad (8)$$

故只需先计算 $\ln[\exp(x_1) + \exp(x_2)]$, 然后迭代计算式的值。由 Jacobian 公式可以得到

$$\ln[\exp(x_1) + \exp(x_2)] = \max(x_1, x_2) + \ln [1 + \exp(-|x_1 - x_2|)] \quad (9)$$

式中修正项 $\ln[1 + \exp(-|x_1 - x_2|)]$ 由 x_1, x_2 差的绝对值决定, 用大规模集成电路直接实现该修正项的计算很困难, 可以利用查表等方法实现。

对于查表方式,显然查表级数越多,所得到的结果也就越精确,但同时速度越慢,译码延迟也越大,硬件也越复杂。由于修正项的值随着 x_1, x_2 差的绝对值增加而迅速变小,当其绝对值大于 4 时,修正项的值小于 0.02,可以忽略不计。Robertson 等在文献[6]中通过蒙特卡罗仿真说明了当信道接收值量化间隔为 0.25 时,用 8 级查表就能满足性能需求。但在目前的实际系统中,信道接收值量化间隔一般为 0.125,通过仿真发现,在低信噪比和译码迭代次数较少的条件下,用 8 级查表计算修正项会带来一定的性能损失。产生性能损失的原因在于中间结果精度的损失,那么到底需要多少级查表精度。一种方法是用蒙特卡罗仿真来确定。另一种用下面介绍的误差传播分析法来确定。由于用大规模集成电路实现译码时,考虑到复杂性等因素,不可能用浮点运算来完成译码,因此信道接收到的值(系统比特、校验比特)均要量化。而量化必然产生一定的误差,该误差经中间变量传播到最终结果。因此中间变量也无需浮点数参与运算,只需满足一定的精度要求,就不会影响最终的结果。下面的分析将说明中间结果及修正项的精度要求是如何受信道接收值量化精度的影响。

根据公式(4)、式(5)和式(6)知道,在计算状态度量和对数似然值时要计算修正项的值。修正项大小及精度与状态度量 and 转移度量有关。故首先要确定转移度量、状态度量、对数似然值量化精度和信道接收值量化精度之间的关系。

根据公式(3),其中 $L_c = 4rE_b/N_o, E_b/N_o = 10^{dB/10}, u_k = \pm 1, x_{p,k} = \pm 1$, 设 $L_c(u_k)$ 的量化方差为 $\sigma_L^2, y_{s,k}$ 的量化方差为 $\sigma_{y_s}^2, y_{p,k}$ 的量化方差为 $\sigma_{y_p}^2, \Gamma_k(s', s)$ 的量化方差为 σ_r^2 。由于 $y_{s,k}$ 和 $y_{p,k}$ 均为接收比特,因此量化的级数和误差相同,故 $\sigma_{y_s}^2 = \sigma_{y_p}^2$; 而 σ_L^2 是从前一个译码器得到的先验信息,其误差比较大一些,量化间隔一般是信道值的 2 倍或 4 倍,即 $\sigma_L = 2\sigma_{y_s}$ 或 $4\sigma_{y_s}$,但在第 1 次迭代过程中,先验信息均为零,此时量化方差也为零。量化方差和量化间隔的关系为

$$\sigma_q^2 = \int_{-q/2}^{q/2} e^2 p(e) de = \int_{-q/2}^{q/2} e^2 \frac{1}{q} de = \frac{q^2}{12} \quad (10)$$

式中: $p(e) = 1/q$ 是量化间隔为 q 时量化误差 e 的概率密度函数。由此可以看出量化方差与量化间隔的平方成正比。因此在后面的讨论中,当某个中间变量的量化方差大于源变量的 4 倍时,则认为该中间变量的量化间隔是源变量的 2 倍,即

对该中间变量的精度要求比源变量低。

另外一个影响量化误差传递的因素是公式中各个变量的相关性。这里假设 $y_{s,k}, y_{p,k}, L_c(u_k)$ 互不相关。事实上,在第 1 次迭代过程中,由于这 3 个变量来源独立,可以认为不相关。但在以后迭代过程中, $L_c(u_k)$ 与另外两个变量随着迭代次数的增加相关性增大。但由于 $L_c(u_k)$ 是由一系列的 $y_{s,k}, y_{p,k}$ 得到,因此其相关性比较弱,可以认为它们互不相关,以简化计算。则由变量互不相关的误差传播公式得到转移度量的量化方差为

$$\begin{aligned} \sigma_r^2 &= \sigma_L^2 \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial L} \right)^2 + \sigma_{y_s}^2 \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial y_s} \right)^2 + \sigma_{y_p}^2 \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial y_p} \right)^2 = \\ &\sigma_L^2 \left(\frac{1}{2} u_k \right)^2 + \sigma_{y_s}^2 \left(\frac{1}{2} u_k L_c \right)^2 + \sigma_{y_p}^2 \left(\frac{1}{2} x_{p,k} L_c \right)^2 = \\ &\frac{1}{4} \sigma_L^2 + \frac{L_c^2}{4} \sigma_{y_s}^2 + \frac{L_c^2}{4} \sigma_{y_p}^2 = \frac{1}{4} \sigma_L^2 + \frac{L_c^2}{2} \sigma_{y_s}^2 \quad (11) \end{aligned}$$

对 1/2 码率的 Turbo 码,信噪比 E_b/N_o 和 $L_c^2/2$ 的数值关系如表 1 所示。显然,由于误差传播,信道接收值的量化误差传播到转移度量时变大了,即运算时要求的转移度量量化间隔比信道接收值的大。在信噪比较小的情况下,误差放大还不太明显,此时所取的转移度量量化间隔应与信道接收值相同;当信噪比较大时,转移度量的量化间隔可以是信道接收值的 2 倍或 4 倍。

表 1 信噪比 E_b/N_o 和 $L_c^2/2$ 的数值关系

Table 1 The relationship between signal noise ratio E_b/N_o and $L_c^2/2$

$E_b/N_o/(dB)$	0	0.5	1	1.5	2	2.5
$L_c^2/2$	2.0	2.5	3.2	4.0	5.0	6.3
$E_b/N_o/(dB)$	3	3.5	4	4.5	5	
$L_c^2/2$	8.0	10.0	12.5	16.0	20.0	

$A_k(s), B_k(s)$ 分别是前向递推状态度量和后向递推状态度量。由式(4),对于生成多项式为(13,15)的 Turbo 码, $A_k(s)$ 的计算公式可化为

$$A_k(s) = \ln\{\exp[A_{k-1}(s'_1) + \Gamma_{k-1}(s'_1, s)] + \exp[A_{k-1}(s'_2) + \Gamma_{k-1}(s'_2, s)]\} \quad (12)$$

其中: s'_1 和 s'_2 为前一时刻两个不同的状态; s 为当前时刻的状态。令 $A_k(s)$ 的量化方差为 $\sigma_{A_k}^2, A_{k-1}(s'_1)$ 的量化方差为 $\sigma_{a_1}^2 (A_{k-1}(s'_1)$ 记为 $a_1), A_{k-1}(s'_2)$ 的量化方差为 $\sigma_{a_2}^2 (A_{k-1}(s'_2)$ 记为 $a_2), \Gamma_{k-1}(s'_1, s)$ 的量化方差为 $\sigma_{r_1}^2 (\Gamma_{k-1}(s'_1, s)$ 记为 $r_1), \Gamma_{k-1}(s'_2, s)$ 的量化方差为 $\sigma_{r_2}^2 (\Gamma_{k-1}(s'_2, s)$ 记为 $r_2)$ 。可以知道 $\sigma_{a_1}^2 = \sigma_{a_2}^2 = \sigma_{A_k}^2 = \sigma_A^2, \sigma_{r_1}^2 = \sigma_{r_2}^2 = \sigma_r^2$ 。同样假设变量间互不相关,则由误差传播公式可以得到

$$\sigma_{A_k}^2 = \sigma_{a_1}^2 \left(\frac{\partial A_k}{\partial a_1} \right)^2 + \sigma_{a_2}^2 \left(\frac{\partial A_k}{\partial a_2} \right)^2 + \sigma_{r_1}^2 \left(\frac{\partial A_k}{\partial r_1} \right)^2 + \sigma_{r_2}^2 \left(\frac{\partial A_k}{\partial r_2} \right)^2 =$$

$$\sigma_{a_1}^2 \left(\frac{e^{a_1+r_1}}{e^{a_1+r_1} + e^{a_2+r_2}} \right) + \sigma_{r_1}^2 \left(\frac{e^{a_1+r_1}}{e^{a_1+r_1} + e^{a_2+r_2}} \right)^2 + \sigma_{a_2}^2 \left(\frac{e^{a_2+r_2}}{e^{a_1+r_1} + e^{a_2+r_2}} \right)^2 + \sigma_{r_2}^2 \left(\frac{e^{a_2+r_2}}{e^{a_1+r_1} + e^{a_2+r_2}} \right)^2$$

而

$$\sigma_A^2 = \sigma_A^2 \frac{(e^{a_1+r_1})^2 + (e^{a_2+r_2})^2}{(e^{a_1+r_1} + e^{a_2+r_2})^2} + \sigma_r^2 \frac{(e^{a_1+r_1})^2 + (e^{a_2+r_2})^2}{(e^{a_1+r_1} + e^{a_2+r_2})^2}$$

可以得到

$$\sigma_A^2 = \sigma_r^2 \frac{(e^{a_1+r_1})^2 + (e^{a_2+r_2})^2}{2e^{a_1+r_1}e^{a_2+r_2}} \geq \sigma_r^2 \quad (13)$$

由 Turbo 码的仿真,在小信噪比情况下有

$$a_1 + r_1 \approx a_2 + r_2 \quad (14)$$

即

$$A_{k-1}(s'_1) + \Gamma_{k-1}(s'_1, s) \approx A_{k-1}(s'_2) + \Gamma_{k-1}(s'_2, s) \quad (15)$$

当信噪比较大($E_b/N_0 > 3$)时, $|(a_1+r_1)-(a_2+r_2)|$ 将大于 2, 导致 $\sigma_A^2 > 4\sigma_r^2$, 因此前向状态度量的量化间隔应是转移度量量化间隔的 1 倍或 2 倍。

对于后向状态度量 $B_k(s)$, 由于和 $A_k(s)$ 有相同的计算形式, 故其量化间隔和 $A_k(s)$ 相同, 推导过程略。下面考察对数似然值的量化间隔, 同样可以假设变量互不相关。由式(6)可知, 直接计算其量化方差 σ_i^2 较困难, 可以先计算 $s^+ = A_{k-1}(s') + \Gamma_k(s', s) + B_k(s)$ 的量化方差 σ_s^2 , 容易得到这 3 项和的量化方差为 $\sigma_s^2 = \sigma_A^2 + \sigma_r^2 + \sigma_B^2$ 。这样对于生成多项式为(13, 15)的 Turbo 码, 其对数似然值的量化方差最终可以写成如下形式

$$\sigma_i^2 = \sigma_s^2 \frac{\sum_{i=1}^8 (\exp(s_i^+))^2}{\left(\sum_{i=1}^8 (\exp(s_i^+))\right)^2} + \sigma_s^2 \frac{\sum_{i=1}^8 (\exp(s_i^-))^2}{\left(\sum_{i=1}^8 (\exp(s_i^-))\right)^2}$$

于是由不等式

$$\frac{1}{8} \leq \frac{\sum_{i=1}^8 (\exp(s_i^+))^2}{\left(\sum_{i=1}^8 (\exp(s_i^+))\right)^2} \leq 1 \quad (16)$$

可以得到

$$\frac{1}{8}\sigma_s^2 \leq \frac{1}{8}\sigma_s^2 \leq \sigma_i^2 \leq \sigma_s^2 + \sigma_s^2 \quad (17)$$

即

$$\frac{3}{4}\sigma_A^2 \leq \sigma_i^2 \leq 6\sigma_A^2 \quad (18)$$

故对数似然值的量化间隔应是前向递推状态度量 $A_k(s)$ 的 1 倍或 2 倍。

由以上的分析可以得到如下结论: 转移度量

的量化间隔与信道接收序列相同或是其 2 倍; 状态度量(前向和后向)的量化间隔与转移度量相同或是其 2 倍, 对数似然值的量化间隔与状态度量相同或是其 2 倍; 各个值的量化精度要求随着信噪比的增大而降低, 随着迭代次数的增多而降低。也就是说在首次迭代和低信噪比的情况下, 对量化精度的要求较高。目前一般信道接收序列的量化间隔为 0.125, 再根据以上结论, 考虑到低信噪比的情况, 得到如下的量化方案: 转移度量的量化间隔为 0.125; 状态度量(前向和后向)的量化间隔为 0.25; 对数似然值的量化间隔为 0.25。

得到转移度和状态度量等的精度要求与信道接收值量化间隔的关系后, 再来考虑计算状态度量和对数似然值时修正项的近似问题。由式(12), 利用 Jacobian 公式可以得到

$$A_k(s) = \max[A_{k-1}(s'_1) + \Gamma_{k-1}(s'_1, s), A_{k-1}(s'_2) + \Gamma_{k-1}(s'_2, s)] + \ln\{1 + \exp[-|A_{k-1}(s'_1) + \Gamma_{k-1}(s'_1, s) - A_{k-1}(s'_2) - \Gamma_{k-1}(s'_2, s)|]\} \quad (19)$$

由误差传播公式, 可以得到修正项内变量 $A_{k-1}(s'_1) + \Gamma_{k-1}(s'_1, s) - A_{k-1}(s'_2) - \Gamma_{k-1}(s'_2, s)$ 的误差方差为: $2\sigma_A^2 + 2\sigma_r^2$ 。故当信道接收值与转移度量量化间隔为 0.125, 状态度量量化间隔均为 0.25 时, 修正项内变量差的误差约为 0.3, 为实现, 取 0.25, 则在 $[0, 4]$ 范围内需要 16 级查表。所以, 可以得到这样的结论, 修正项精度要求由信道接收值的量化间隔决定, 当信道接收值量化间隔为 0.125 时, 要求 16 级查表; 信道接收值量化间隔为 0.25 时, 8 级查表就已经足够。再考虑修正项值的精度要求, 由于状态度量的量化间隔为 0.25, 且求最大值 $\max[A_{k-1}(s'_1) + \Gamma_{k-1}(s'_1, s), A_{k-1}(s'_2) + \Gamma_{k-1}(s'_2, s)]$ 的量化间隔也为 0.25, 因此取修正项值的量化间隔为 0.125 就不会影响状态度量的精度要求。对于对数似然值的计算, 可以用相同的方法进行讨论。

3 高信噪比时 Max-Log-MAP 算法性能分析

根据式(11)和表 1, 当信噪比较大时($E_b/N_0 > 2.5$ dB), $L_c(u_k)$ 的量化间隔一般至少为信道接收值量化间隔的 4 倍, 则可以得到转移度量的量化间隔约为信道接收值的 3.2 倍, 即在信道接收值量化间隔为 0.125 时, 转移度量量化间隔取 0.4, 状态度量和对数似然值的量化间隔取 0.8。再根据式(19), 可得到修正项内变量的量化间隔

约为 1.3, 此时修正项的值约为 0.3, 这与状态度量和对数似然值的量化精度(分别为 0.8)相比, 可以忽略修正项。

由 Shannon 信息论可知, 对于 Markov 源输出的估计, 逐符号的最大后验概率(MAP)译码是最优译码。为了使译码后的每比特错误概率最小, 根据最大后验概率(MAP)译码准则, Turbo 译码器的最佳译码策略是, 根据接收序列 y 计算后验概率(APP) $P(u_k) = P(u_k | y_1, y_2)$ 。显然, 这对于稍微长一点的码计算复杂度太高。在 Turbo 码的译码方案中, 巧妙地采用了 1 种迭代方法, 将 y_1 和 y_2 分开考虑, 由 2 个分量码译码器分别计算后验概率, 然后通过 2 个分量译码器之间的多次迭代, 使它们收敛于 MAP 译码的 $P(u_k | y_1, y_2)$, 从而达到近 Shannon 限的性能。因此 Turbo 码的 MAP 算法是 1 种最优算法。

Log-MAP 算法与 MAP 算法相比, 不同在于 Log-MAP 算法是对数域的 MAP 算法, 两者在理论上结果是相同的, 因此都是最优算法。而对于 Max-Log-MAP 算法由于它忽略了计算时的修正项($\ln[1 + \exp(-|x_1 - x_2|)]$), 因此与理论值相比较, 必然有一定的误差。但在实际用 VLSI 实现时, 由于硬件资源的限制, 不可能用很宽的位数来表示变量, 同时解调时模拟量转换为数字量时也存在误差(一般目前比较常用的为 0.125 精度)。如果要求更高精度, 相应的要耗费更多的硬件并导致更大的译码延迟, 而得到的译码增益很小。因此在实际实现时, 输入量存在一定的误差。正如前面分析所示: 在高信噪比条件下, 该误差将放大到足以淹没修正项。此时就可以忽略修正项的影响。因此在高信噪比条件下, Max-Log-MAP 算法可以到达最优的 MAP 算法一样的性能。此时也可以说它是最优算法。

4 用非均匀查表计算修正项的值

修正项的计算就是求 $y = \ln[1 + \exp(-x)]$ ($x \geq 0$) 的值。该函数曲线如图 1 所示。根据上述对修正项精度要求的分析, 知道在信道接收值量化间隔为 0.125 时, 修正项需要 16 级查表。查表时修正项内变量的步长应为 0.25, 所得的修正项的值也要量化, 量化间隔为 0.125, 在图 1 上如带星号的线段所示。图中近似曲线仅画出了 $[0, 3]$ 区间内, 13 级查表的近似值。大于 3 后, $y < 0.05$ 可以忽略不计。此外, 图 1 中在 $[1.75, 2]$ 区间段取 0.25 而不是 0.125, 在 $[2.5, 3]$ 区间段取

0.125 而不是 0, 是为了查表计算方便, 这会导致一定的精度损失, 但在后面的仿真中将发现, 该精度损失对性能没有影响。

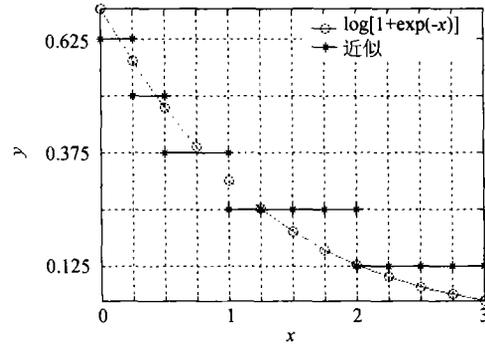


图 1 修正项的计算

Fig. 1 Calculation the correction term

通过观察近似曲线 x, y 值的分布情况发现, 值为 0.625 的有 1 段, 值为 0.5 的有 1 段, 值为 0.375 的有 2 段, 值为 0.25 的有 4 段, 值为 0.125 的有 4 段, 其余均为 0。查表计算修正项的值可以这样进行: 设 y 用 3 位表示 $y_2 y_1 y_0$, 0 表示为 000, 0.125 表示为 001, 其余类推; 同样设 x 用 6 位表示 $x_5 x_4 x_3 x_2 x_1 x_0$, 0 表示为 000000, 0.25 表示为 000001, 其余类推。则当 $\bar{x}_5 \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$ 时 y 为 101, 当 $\bar{x}_5 \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0$ 时 y 为 100, 当 $\bar{x}_5 \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1$ 时 y 为 011, 当 $\bar{x}_5 \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2$ 时 y 为 010, 当 $\bar{x}_5 \bar{x}_4 x_3 \bar{x}_2$ 时 y 为 001, 其余的 y 均为 000。这样用 6 次非均匀查表就可以得到 16 级查表的精度。而且与 8 级均匀查表相比, 该方法由于有效的利用了二进制计算时各位的权值, 查表时可以减少判断次数, 相当于压缩了表格长度, 简化了修正项的计算。

5 仿真结果比较

根据以上分析, 对码率为 1/2, 生成多项式为 (13, 15) 的 Turbo 码, 卷积交织, 译码长度为 1024 比特, 第 1 个编码器归零, 第 2 个编码器不归零, 在 AWGN 信道下传输的译码性能进行了仿真。得到的性能曲线如图 2 所示, 曲线 1 是不进行量化的仿真曲线, 其他曲线的信道接收值量化范围为 $[-4, 4]$; 曲线 2 的信道接收值量化间隔为 0.125, 修正项内变量的量化间隔为 0.25; 曲线 3 分别为 0.25, 0.5。这两条曲线修正项值的量化间隔为 0.125。另外还有两条曲线(信道接收值量化间隔和修正项内变量的量化间隔分别为 0.125, 0.5 和 0.25, 0.25)与曲线 3 基本重合, 在图中没有画出。

这样从图 2 中可以看出, 当信道接收值量化

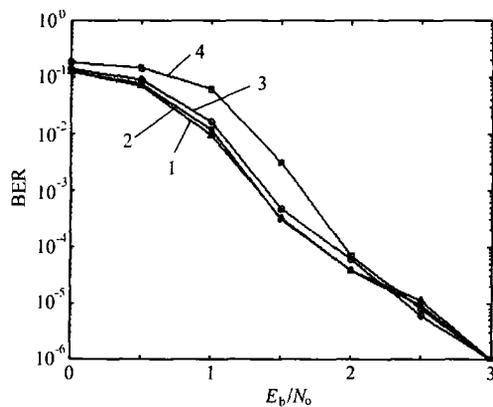


图2 性能仿真曲线

Fig. 2 BER performance vs the E_b/N_0 .

间隔为 0.125 时,修正项内变量需要的间隔为 0.25,将修正项内变量间隔加大到 0.5 时,会有一定的精度损失,即曲线 3 性能比曲线 2 有所下降。如果提高修正项内变量精度(比如 0.125),不会提高性能,所得到的曲线与曲线 1 基本重合(图 2 中未画出)。当信道接收值量化间隔为 0.25 时,仿真得到的曲线性能有一定的下降,即曲线 3 与曲线 2 有一定差距。此时修正项内变量所需要的量化间隔为 0.5,把修正项内变量量化间隔提高到 0.25 的曲线与曲线 3 重合(图 2 中未画出),这说明了所需要的修正项精度是由信道接收值量化精度决定的,继续提高修正项内变量精度对译码性能基本没有影响。

从图 2 上可以看到 Max-Log-MAP 算法的曲线(曲线 4),当信噪比大于 2.3 dB 以后,与其他曲线基本重合。说明了在高信噪比条件下,Max-Log-MAP 算法与 Log-MAP 算法性能相同,也是最优译码算法。

图 2 中曲线 2 和曲线 3 的修正项计算均采用上述 6 次非均匀查表计算。当使用更精确的真实值时,所得到的曲线与这两条曲线基本重合。这说明了用上述 6 次非均匀查表计算完全可以满足性能要求,并且实现简单。

6 结论

(1) 通过对误差传播的分析,得出了 Turbo 码 Log-MAP 译码算法中所需要的修正项精度由信道接收值量化精度决定。当信道接收值量化间隔为 0.25 时,修正项的计算需要 8 级查表;当信道接收值量化间隔为 0.125 时,需要 16 级查表。

(2) 由于量化误差传播对中间结果的影响,当信噪比较高时,修正项已经可以忽略不计,这样 Log-MAP 算法就变成了 Max-Log-MAP 算法。

这也就是说,在高信噪比条件下,Max-Log-MAP 算法也是最优译码算法。

(3) 根据对修正项精度分析得到的结论,提出的 6 次非均匀查表可以有效的简化查表计算,并且该查表方法精度满足 16 级查表要求。

计算机仿真结果证明了上述结论的正确性。下一步的工作将根据上述结论用大规模集成电路实现 Turbo 码的 Log-MAP 算法译码。

致谢

感谢肖立伊教授和陈燕敏博士对本文的大力支持。

参考文献

- [1] Berrou C, Glavieux A, Thitimajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding; Turbo-codes [A]. In: Proceedings of International Conference on Communication[C]. NJ, USA; IEEE Piscataway, 1993. 1064-1070.
- [2] 3GPP TS 25.212, 3rd generation partnership project; technical specification group radio access network; Multiplexing and channel coding (FDD) [S].
- [3] Ren J T, Wang M Z, Shao D R. Turbo-TCM performance under AWGN and Rayleigh fading channels[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2003, 16 (2): 86-90.
- [4] Bahl L R, Cocke J, Jelinek F, et al. Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 1974, IT-20: 284-287.
- [5] Erfanian J A, Pasupathy S, Gulak G. Reduced complexity symbol detectors with parallel structures for ISI channels [J]. IEEE Transaction on Communication, 1994, 42: 1661-1671.
- [6] Robertson P, Villebrun E, Hoeher P. A comparison of optimal and sub-optimal MAP decoding algorithms operating in the log domain [A]. In: Proceedings of the International Conference on Communications[C]. NJ, USA; IEEE Piscataway, 1995. 1009-1013.
- [7] Woodard J P, Hanzo L. Comparative study of Turbo decoding Techniques; an overview[J]. Vehicular Technology, IEEE Transactions, 2000, 49 (6): 2208-2233.
- [8] Stoer J, Bulirsch R. Introduction to numerical analysis [M]. 2nd, New York: Springer Verlag, 1993. 9-20.

作者简介:

楼喜中(1976-) 男,浙江义乌人,哈尔滨工业大学电子科学与技术系博士研究生,主要从事无线通信技术的研究和超大规模集成电路设计的研究。联系电话:0451-86413405, E-mail 地址:lou@hit.edu.cn

毛志刚(1962-) 男,黑龙江哈尔滨人,哈尔滨工业大学电子科学与技术系教授、博导,法国雷恩大学博士学位,主要从事超大规模集成电路设计的研究。联系电话:0451-86413405, E-mail 地址:mao@hit.edu.cn