

文章编号: 1000-6893(2005)01-0098-05

小波域的自适应波束形成算法

张小飞, 徐大专

(南京航空航天大学 电子工程系, 江苏 南京 210016)

Wavelet Domain Adaptive Beamforming Algorithm

ZHANG Xiao-fei, XU Da-zhuan

(Electronic Engineering Department, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

摘要: 在分析传统自适应波束形成的基础上,首次提出了一种小波域的自适应波束形成算法。与通常的自适应波束形成算法相比,该算法利用小波变换对小波空间进行了分解,信号经小波变换自相关性会下降,收敛速度提高,同时在此分解过程中,根据信号与白噪声在不同尺度上的小波变换模极大值表现完全不同的特性进行信号的消噪。理论分析和仿真结果表明了该算法收敛速度较快,且计算量增加较少,易于实时实现,而且具有较好性能。同时仿真实验表明该算法收敛速度与小波基和尺度的选择有关,尺度越大收敛速度越快;对于同一小波基系列,小波基的正则性越好收敛速度越快。

关键词: 自适应波束形成; 小波变换; 多分辨率分析; 阵列信号处理

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A

Abstract: Wavelet transform is employed to adaptive beamforming for the first time and wavelet domain adaptive beamforming algorithm is presented in this paper. The received signal of array antennas is analyzed, and the analysis shows that the received signal has multi-resolution characteristics. So the wavelet can be used to array signal processing. This novel adaptive beamforming algorithm uses wavelet transform as the preprocessing, and the wavelet transformed signal uses LMS algorithm to implement adaptive beamforming in wavelet domain. This algorithm makes use of wavelet transform to divide the wavelet space, which shows that wavelet transform has the better decorrelation ability and leads to better convergence. White noise can be wiped off under wavelet transform according to different characteristics of signal and white noise under the wavelet transform. Theoretical analysis and simulation results demonstrate that this algorithm converges faster than the conventional adaptive beamforming algorithm, and it has the better performance and smaller calculation. Simulation results also reveal that the algorithm convergence performance relates to wavelet base and scale, and show that the algorithm convergence gets better with scale increasing, and that for the same series of wavelet base the algorithm convergence gets better with wavelet base regularity increasing. Finally the algorithm is no more complex and can be implemented easily, so it can be used widely.

Key words: adaptive beamforming; wavelet transform; multi-resolution analysis; array signal processing

自适应波束形成技术广泛应用于航空、航天、雷达和通信系统中。自适应波束形成通过调节各阵元的加权幅度和加权相位,来改变阵列的方向图,使阵列天线的主瓣对准期望用户;同时阵列天线的零点和副瓣对准其他用户,从而提高接收信噪比,以满足某一准则下的最佳接收^[1-7]。最小均方(LMS)自适应波束形成算法是一种较简单、实用的自适应波束形成算法。LMS的优点是结构简单,算法复杂度低,易于实现,稳定性高;缺点主要是收敛速度较慢,因而其应用也受到一定的限制。分析表明,影响LMS自适应波束形成器收敛速度的主要因素是输入信号的最大、最小特

征值之比,该值越小收敛就越快^[8,9]。为了提高收敛速度,人们把频域滤波的方法加以推广得到变换域的自适应滤波方法,并在自适应波束形成等领域得到了应用。小波理论的出现为变换域的自适应滤波方法又增加了一种新的方法^[10],小波的优点主要表现在它良好的时频特性上^[11],为了提高其收敛速度,可以对信号做变换,然后在变换域中进行波束形成。使用小波变换优点是信号经小波变换后自相关性下降,且近似呈特殊的带状分布^[12],因此可以提高收敛速度。同时接收到的信号难免受到高斯白噪声的污染,在时域上难以去除白噪声,而通过变换域可有效地去除。分析表明,利用小波变换能很好去除白噪声^[13]。文献[14]中认为阵列间距的改变使得接收信号分辨率发生变化,而实际中阵列间距往往是不变的。文

中对阵列天线接收到的信号进行分析和研究,并指出在固定的阵列间距的情况下不同波达方向(DOA)对应于不同空域分辨率,从 DOA 的角度说明了阵列接收到的信号具有多分辨率特性,这是使用小波理论的依据。为此,文中提出了小波域的自适应波束形成算法。

1 接收信号多分辨率特性

在阵列处理中应用小波理论,其关键是如何理解阵列信号的多尺度特性,即信号具有多分辨率特性。

天线阵列接收到的信号

$$X = AS \tag{1}$$

其中: A 为方向矩阵; S 为信源。

从式(1)可知,两个相邻阵元接收到的信号不同之处在于相位差 $kdsin\theta$,这决定了空域信号的“频率”。此问题可以通过空间采样准则来加深理解。为了避免相位模糊,相邻阵元的接收信号应满足:

$$|kdsin\theta| = \left| 2 - dsin\theta \right| \tag{2}$$

其中: λ 为波长,那么空域采样信号满足

$$d \leq \frac{\lambda}{2 | \sin \theta |} \tag{3}$$

从式(3)可以看出空域采样间隔与波达方向有关。

在固定的阵列间距情况下,假设信号的 DOA 从 0 到 $\pi/2$ 发射到阵列中。当 DOA 从 0 到 $\pi/2$ 变化时,空域采样间隔 $kdsin\theta$ 也发生了变化,见图 1 所示,当 DOA 较小时,空域采样间隔较小,空域采样率较高,空域分辨率较高,见图 1(a)。而 DOA 较大时候,可以认为空域采样间隔较大,空间采样率较低,空域分辨率较低,见图 1(b)。所以在固定的阵列间距的情况下不同 DOA 对应于不同空域分辨率。

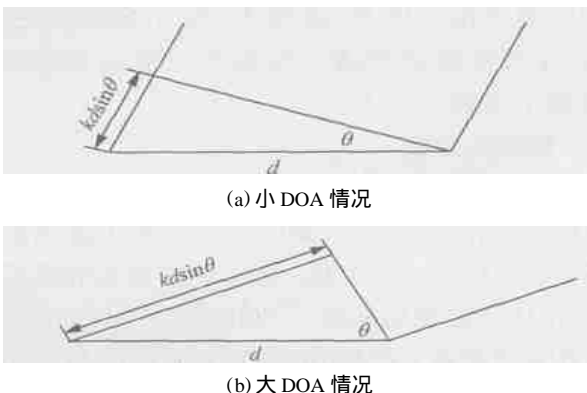


图 1 不同 DOA 情况空域分辨率

Fig. 1 Spatial multi-resolution for different DOAs

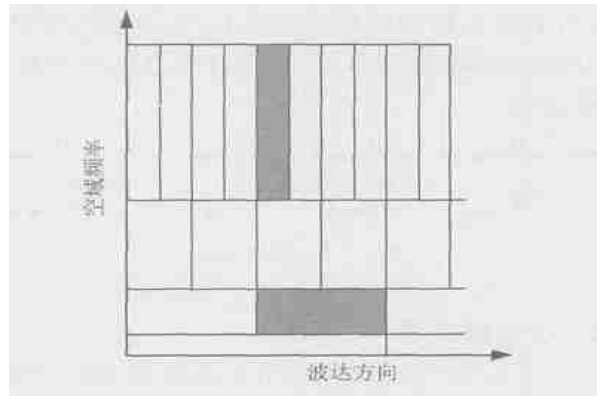


图 2 接收到信号多分辨率分析

Fig. 2 Space-spatial frequency resolution rectangle

假设接收到信号的 DOA 不同,其分辨率也不同,DOA 从 0 到 $\pi/2$ 增加,其分辨率下降,见图 2 所示。所以,认为阵列接收到的信号是多分辨率的叠加,如果对接收到的信号进行小波变换,可通过多分辨率分解,将不同分辨率信号检测出来,实现不同 DOA 信号的检测。

2 小波域的自适应波束形成算法

小波域的波束形成算法结构见图 3 所示,首先进行多分辨率分解和去噪,再进行 LMS 算法。根据前面的分析可知:不同的 DOA 对应于不同的空间分辨率,通过对阵列天线接收到的信号 $x(n)$ 进行多分辨率分解,经过小波变换后的 $r(n)$ 是稀疏矩阵,所以 LMS 算法收敛速度就很快。在实际采集到的信号含有白噪声,在多分辨率分解中,由于信号与白噪声在不同尺度上的小波变换模极大值表现完全不同,可以进行信号消噪。



图 3 小波域的波束形成算法的结构

Fig. 3 Wavelet transform-based beamforming algorithm

2.1 多分辨率分解

对接收到的信号 $x(n)$ 进行多分辨率分解结构见图 4 所示。多分辨率分解后

$$r = [R_1 \quad R_2 \quad \dots \quad R_j \quad S_j]^T \tag{4}$$

定义

$$W = [G_0 \quad G_1 \quad H_0 \quad G_2 \quad H_1 \quad H_0 \quad \dots]$$

$$G_{j-1} \quad H_{j-2} \quad \dots \quad H_1 \quad H_0 \quad H_{j-1} \quad H_{j-2} \quad \dots \quad H_1 \quad H_0]^T \tag{5}$$

其中: H_j 和 G_j 分别是由尺度滤波器 $\{ h_k \}$ 和小波滤波器 $\{ g_k \}$ 构成的矩阵。则

$$r = Wx(n) \quad (6)$$

在实际处理中,阵列天线接收到的是复数信号,而小波分析和处理为实数信号,将接收到的信号分解成实部和虚部,分别进行多分辨率分解,然后再合并。

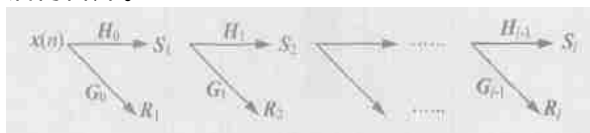


图4 多分辨率分解

Fig. 4 Multi-resolution decomposition

2.2 小波域去噪

在实际信号处理过程中采集到的信号包含大量白噪声。在时域上难以去除白噪声,而通过小波变换可有效地去除。高斯白噪声的平均稠密度是反比于 2^J (J 为尺度),即尺度越大,其平均稠密度越稀疏。另外,白噪声是一个几乎处处奇异的随机分布,它具有负的 Lipschitz 指数。由于信号与噪声的奇异性有着明显的差异,使它们在不同尺度上的小波变换模极大值表现完全不同,信号的模极大值随尺度的增大而增加,具有正的 Lipschitz 指数。白噪声的模极大值随尺度的增大而减少,它们的模极大值在小波变换下具有不同的变化趋势,从而可设计出一种算法,从所有小波变换模极大值中选择信号的模极大值而去除白噪声的小波变换模极大值,这样可在小波域进行信号消噪。在小波去噪过程中,从最大尺度出发到最小尺度,信号的模极大值随尺度的减少而减少,而白噪声的模极大值随尺度的减少而增大。因此,如果某个信号的小波变换局部模极大值的幅度及稠密度随尺度的减小而增大,表明该处的奇异性主要由噪声控制,在消噪时应予去除。

小波域去噪算法具体为:先从尺度最大的一级开始,找到在这一尺度上属于信号的小波变换模极大值点,然后逐步减少 J 值,每次以高一级已找到的极值点位置为先验知识,寻找其在本级的对应极值点,并将其余各点去除。这样逐级搜索直到尺度 $J=1$ 为止。这样就把白噪声的极值点去除了,即在小波域上去除白噪声。

小波域去噪算法在作者以前的论文中详述^[13],此算法也同样适用于本文。

2.3 小波域的自适应波束形成算法

小波域的自适应波束形成算法(WD-ABF)如下

$$r(n) = Wx(n) \quad (7)$$

在此中进行小波域去噪处理

$$y(n) = V^T(n) r(n) \quad (8)$$

其中: V 为LMS算法中权向量。

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (9)$$

$$V(n+1) = V(n) + 2ae(n)r^*(n) \quad (10)$$

其中: a 为学习步长, $[\]^*$ 为共轭转量。

3 算法性能分析

3.1 收敛速度

在波束形成中引入小波变换的主要目的是提高收敛速度和去噪。该算法的收敛速度取决于 $r(n)$ 的自相关阵的最大最小特征值之比 $\frac{\max}{\min}$,该值越小收敛就越快。设输入信号为实信号 $x(n)$,其输入自相关阵为 R_{xx} , $r(n)$ 的自相关阵设为 R_{rr} ,则 R_{xx} 和 R_{rr} 均为实对称阵,即存在正交阵 Q_x 和 Q_r ,使得

$$R_{xx} = Q_x^{-1} R_{xx} Q_x \quad R_{rr} = Q_r^{-1} R_{rr} Q_r \quad (11)$$

其中: λ_x 和 λ_r 分别为 R_{xx} 和 R_{rr} 的特征值对角阵。根据式(7)

$$R_{rr} = Q_r^{-1} R_{rr} Q_r = E[r(n)r^T(n)] = E[Wx(n)x^T(n)W^T] = WR_{xx}W^T \quad (12)$$

根据式(11)

$$R_{rr} = Q_r^{-1} R_{rr} Q_r = WQ_x^{-1} R_{xx} Q_x^{-1} W^T \quad (13)$$

则

$$r = Q_r^T W Q_x^{-1} R_{xx} Q_x^{-1} W^T Q_r = A^{-1} x A^T \quad (14)$$

其中

$$A = Q_r^T W Q_x \quad (15)$$

由式(14)

$$r_{k,i} = \sum_{i=1}^N a_{ki}^2 x_{k,i} \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (16)$$

其中: a_{ki} 为矩阵 A 中第 (k,i) 个元素。而且各个特征值都大于零,所以

$$0 < \lambda_{r,\min} = \lambda_{x,\min} \min_{i=1}^N a_{ki}^2 < \lambda_{r,\max} = \lambda_{x,\max} \max_{i=1}^N a_{ki}^2 \quad (17)$$

则

$$\frac{\lambda_{r,\max}}{\lambda_{r,\min}} = \frac{\lambda_{x,\max}}{\lambda_{x,\min}} \quad (18)$$

由此可见,经小波变换后矩阵 R_{rr} 的最大、最小特征值之比小于 R_{xx} 的最大、最小特征值之比。所以,小波变换的自适应波束形成算法的收敛速度得到了提高。

3.2 复杂性分析

小波域的自适应波束形成算法用小波变换作为预处理,然后通过LMS算法实现小波域的自适应波束形成。与LMS自适应波束形成算法相比,增加小波变换的额外的计算量。小波变换的计算量是与阵元数量 M 成线性的关系,假设小波基为DB2,分解尺度为4,乘法的次数大约为 $32M$ 。LMS每迭代一次的乘法的次数为 $8M+3$,小波变换仅相当于几次LMS的迭代。经小波变换后,信号自相关性下降,之后的LMS算法收敛速度提高。总体而言,小波域的自适应波束形成

算法的计算量比 LMS 自适应波束形成算法的计算量下降了很多。

4 仿真实验和分析

为了验证小波域的自适应波束形成算法的性能,进行了仿真实验和性能对比。仿真中采用 16 天线的均匀线阵,阵列间距为 $\lambda/2$;采用 Daubechies 系列的小波基。为了与其他算法比较性能,采用相同初值和步长。

实验 1 研究小波域的自适应波束形成算法(WD-ABF)和 LMS 自适应波束形成算法(LMS-ABF)性能对比。实验中采用小波基为 DB2,分解尺度为 4,信道为 AWGN,信噪比为 20。图 5 给出了 WD-ABF 和 LMS-ABF 的学习曲线,可以看出,WD-ABF 比 LMS-ABF 收敛速度要快得多,而且 WD-ABF 算法有着良好的去噪性能,LMS-ABF 由于噪声的影响,均方误差很难收敛到满意的值,总在 0.5 左右振荡,这时其算法性能较差;WD-ABF 收敛精度较高,能逼近到零,其算法性能较好。它们的波束形成方向见图 6 所示,60° 为

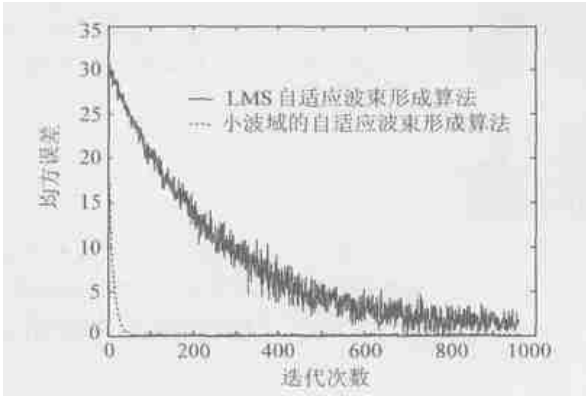


图 5 不同算法收敛性能比较

Fig. 5 Performance comparison of different algorithms

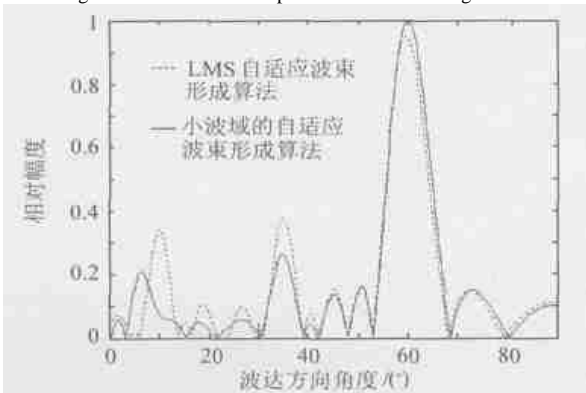


图 6 不同算法波束形成性能比较

Fig. 6 Beamforming comparison of different algorithms

期望方向,干扰方向为 10° 和 35°,可以看出 WD-ABF 有着较低的旁瓣和较好的波束形成性能。

实验 2 研究同一个小波基下的选择不同尺

度时算法的收敛速度。采用小波基为 DB2,结果如图 7 所示,尺度越大收敛速度也越快。这是因为尺度越大,小波变换后信号的相关性进一步下降,收敛性越好。

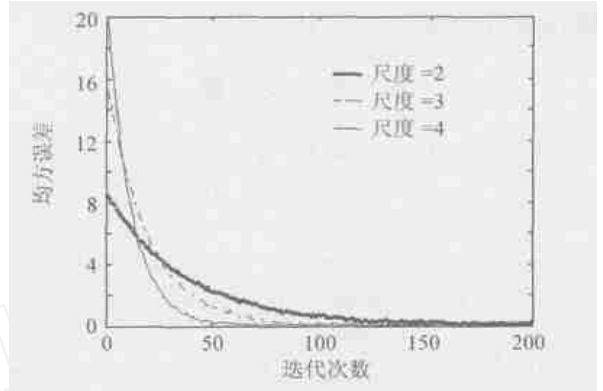


图 7 不同尺度时收敛速度比较

Fig. 7 Convergence comparison at different scales

实验 3 研究在相同的尺度条件下采用不同的小波基对 WD-ABF 算法收敛速度的影响。小波基采用 Daubechies 小波系列(DB1, DB2, DB3),其比较结果如图 8 所示,DB3 收敛速度比 DB2 快,而 DB2 比 DB1 快。这是因为当小波的正则性增加时,收敛速度也会有所提高。DB1 小波正则性差,收敛性要慢一点;DB3 小波正则性最好,所以收敛速度最快。

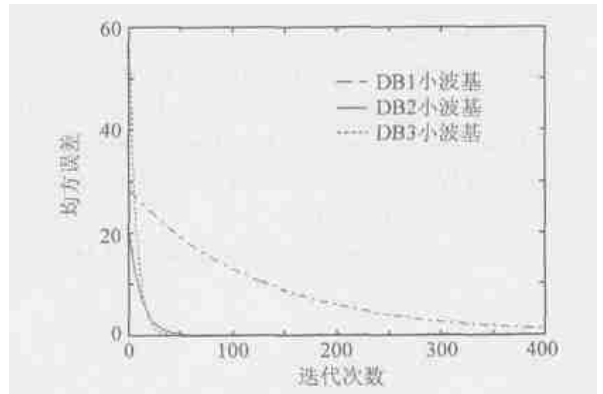


图 8 不同小波基时收敛速度比较

Fig. 8 Different wavelet convergence comparison

5 结 论

(1) 提出了小波域的自适应波束形成算法。该算法用小波变换进行预处理,然后通过 LMS 算法实现小波域的自适应波束形成。该算法利用了小波变换对小波空间进行了分解,信号经小波变换后自相关性会下降,收敛速度提高,同时在此分解过程中,根据信号与白噪声在不同尺度上的小波变换模极大值表现完全不同的特性进行信号

的消噪。

(2) 理论分析和仿真结果表明了该算法收敛速度较快,且计算量增加较少,易于实时实现,且具有较好的性能。仿真结果表明算法收敛速度与小波基和尺度的选择有关。仿真实验表明尺度越大,收敛速度越快;对于同一小波基系列,小波基正则性越好收敛速度越快。

参 考 文 献

- [1] Veen B D, Buckley K M. Beamforming: a versatile approach to spatial filtering[J]. IEEE ASSP Magazine, 1988, 5(4): 4 - 24.
- [2] Gazor S, Affes S, Grenier Y. Robust adaptive beamforming via target tracking[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1996, 44(6): 1589 - 1593.
- [3] Fredrick J D, Yuanxun W, Itoh T. A smart antenna receiver array using a single RF channel and digital beamforming[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2002, 50(12): 3052 - 3058.
- [4] Vorobyov A S, Gershman B, Luo Z Q. Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization: a solution to the signal mismatch problem[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2003, 51(2): 313 - 324.
- [5] Shahbazpanahi S, Gershman A B, Luo Z Q, *et al.* Robust adaptive beamforming for general-rank signal models[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2003, 51(9): 2257 - 2269.
- [6] Bell K L, Ephraim Y, Van Trees H L. A Bayesian approach to robust adaptive beamforming[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2000, 48(2): 386 - 398.
- [7] Tian Z, Bell K L, van Trees H L. Quadratically constrained RLS filtering for adaptive beamforming and DS-CDMA multi-user detection[A]. Adaptive Sensor Array Processing Workshop (ASAP '99)[C]. MIT Lincoln Lab, Lexington, MA, 1999. 51 - 56.
- [8] Lee J C. Performance of transform domain LMS adaptive digital filters[J]. IEEE trans on ASSP, 1986, 34(2): 499 - 510.
- [9] 王军锋,宋国乡.小波变换的自适应均衡算法[J].西安电子科技大学学报,2000,27(1):21 - 24.
Wang J F, Song G X. Wavelet transformed adaptive equalization algorithm[J]. Journal of XianDian university, 2000, 27(1): 21 - 24. (in Chinese)
- [10] Hosour S, Tewfik A H. Wavelet transform domain adaptive filtering[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1997, 45(3): 617 - 630.
- [11] 张小飞,徐大专,齐泽锋.基于小波变换奇异信号检测的研究[J].系统工程与电子技术,2003,25(7):814 - 816.
Zhang X F, Xu D Z, Qi Z F. A study of singular signal detection based on wavelet transform[J]. System Engineering and Electronic, 2003, 25(7): 814 - 816. (in Chinese)
- [12] Tewfik A H, Kim M. Fast positive definite linear system solvers[J]. IEEE on SP, 1994, 42(3): 572 - 585.
- [13] 张小飞,徐大专,齐泽锋.基于模极大值小波域的去噪算法的研究[J].数据采集与处理,2003,18(3):315 - 318.
Zhang X F, Xu D Z, Qi Z F. Algorithm of denoising based on mode max wavelet field[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2003, 18(3): 315 - 318. (in Chinese)
- [14] Wen X, Kenenth W S. Multiresolution-signal direction of arrival estimation: a wavelets approach[J]. IEEE Trans on signal processing letters, 2000, 7(3): 66 - 68.)

作者简介:



张小飞(1977 -) 男,江苏淮安人,南京航空航天大学通信与信息系统专业博士生。研究方向:通信信号处理和数字信号处理。E-mail: fei-zxf@163.com

徐大专(1963 -) 男,江苏盐城人,南京航空航天大学电子工程系教授。研究方向:编码理论、通信信号处理和数字信号处理。

(责任编辑:李泓洁)