

文章编号: 1000-6893(1999)06-0527-06

跨音速操纵面嗡鸣 Hopf 分叉分析及结构参数 对嗡鸣特性影响的研究

刘千刚¹, 代捷², 白俊强¹

(1. 西北工业大学 飞机工程系, 陕西 西安 710072)

(2. 北京航空航天大学 飞机设计所, 北京 100083)

HOPF-BIFURCATION ANALYSIS OF TRANSONIC CONTROL SURFACE BUZZ AND INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF STRUCTURAL PARAMETERS ON BUZZ CHARACTERISTICS

LIU Qian-gang¹, DAI Jie², BAI Jun-qiang¹

(1. Department of Aircraft Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(2. Institute of Flight Vehicle Design, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

摘要: 采用 Hopf 分叉分析方法, 对跨音速操纵面嗡鸣问题进行了研究。用二维守恒型非定常 Navier-Stokes 方程计算了舵面振动时的非定常气动力, 计算了出现 Hopf 分叉的 Ma 数, 研究了一些参数对嗡鸣的影响。将 Hopf 分叉的计算结果与嗡鸣的时间历程计算做了对比, 两者相当吻合, 与飞行试验结果相比, 也比较接近。

关键词: Hopf 分叉; 操纵面嗡鸣; 非定常纳维-斯托克斯方程

中图分类号: V215.3 **文献标识码:** A

Abstract: Hopf-bifurcation analysis is employed to investigate the problems of the control surface buzz. The unsteady aerodynamic loads acting on the control surface are calculated by the two dimensional Navier-Stokes equations. The critical Mach number of the control surface buzz is calculated and the influence of the structural parameters on the buzz characteristics is also investigated. The results of the Hopf-bifurcation analysis are consistent with the results of the time integration calculations, and the calculated results both are in good agreement with the flight test data.

Key words: Hopf-bifurcation; control surface buzz; unsteady Navier-Stokes equations

近代高速飞机在跨音速飞行时, 位于翼面后部的操纵面(如副翼、方向舵等)有时会发生一种持续的“自激振动”, 在气动弹性力学中称之为操纵面嗡鸣。强烈的嗡鸣, 可导致结构的破坏, 对飞行安全造成一定的影响。

虽然在工程上对操纵面嗡鸣问题已有一些措施能加以排除, 但对嗡鸣产生的机理, 以及如何预测和防止嗡鸣仍有不少问题值得进一步研究。80 年代初, Steger 和 Bailey^[1] 首先采用数值计算方法, 通过求解薄层 Navier-Stokes 方程和舵面振动方程, 研究了副翼嗡鸣问题。90 年代以来, 国外对跨音速操纵面嗡鸣问题继续在开展研究, 并做了不少的实验研究工作。早期的及近来的风洞试验均表明: 当舵面发生嗡鸣时, 舵面上的激波随舵面振动而前后移动, 但两者存在一定的相位差, 参

考文献[2, 3]认为这是产生嗡鸣的一个重要原因。

在国内最早将 CFD 方法应用于操纵面嗡鸣问题研究的工作见参考文献[4]。本文在参考文献[4, 5]的基础上, 给出了一种操纵面嗡鸣的 Hopf 分叉分析方法, 它可以较迅速地确定出现嗡鸣的临界点, 并可清楚地显示出各种有关参数对嗡鸣的影响。

1 基本方程及数值解法

在一般曲线坐标系下, 二维守恒型 Navier-Stokes 方程的无量纲形式如下

$$\frac{\hat{S}Q}{\hat{S}S} + \frac{\hat{S}E}{\hat{S}N} + \frac{\hat{S}F}{\hat{S}G} = \text{Re}^{-1} \left[\frac{\hat{S}E_v}{\hat{S}N} + \frac{\hat{S}F_v}{\hat{S}G} \right] \quad (1)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned}
 N &= N(x, y, t); \\
 G &= G(x, y, t); \quad t = S; \\
 \hat{Q} &= J^{-1} \begin{bmatrix} Q \\ Q_u \\ Q_v \\ \alpha \end{bmatrix}; \\
 \hat{E} &= J^{-1} \begin{bmatrix} QU \\ QU + NP \\ QU + NP \\ (\alpha + P)U - NP \end{bmatrix}; \\
 \hat{F} &= J^{-1} \begin{bmatrix} QV \\ Q_uV + GP \\ Q_uV + GP \\ (\alpha + P)V - GP \end{bmatrix}; \\
 \hat{E}_v &= J^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ NS_{xx} + NS_{yy} \\ NS_{xy} + NS_{yx} \\ Nf + Ng \end{bmatrix}; \\
 \hat{F}_v &= J^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ GS_{xx} + GS_{yy} \\ GS_{xy} + GS_{yx} \\ Gf + Gg \end{bmatrix}; \\
 J^{-1} &= x_M y_G - x_G y_M; \\
 f &= uS_{xx} + vS_{yy} + \\
 &\quad \frac{L}{Pr(C-1)Ma_\infty^2} \left(N \frac{\partial T}{\partial N} + G \frac{\partial T}{\partial G} \right); \\
 g &= uS_{xy} + vS_{yx} + \\
 &\quad \frac{L}{Pr(C-1)Ma_\infty^2} \left(N \frac{\partial T}{\partial N} + G \frac{\partial T}{\partial G} \right)
 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: Q 为密度; P 为压强; u, v 为笛卡儿坐标系中的速度分量; S 为时间; T 为温度; α 为总内能, 以上均已无量纲化, Pr 为普朗特数; L 为粘性系数等。

在式(2)中: 对层流流动 $L = L_l, L/Pr = L_l/Pr_l$; 对湍流流动 $L = L_t + L_l, L/Pr = L_t/Pr_t + L_l/Pr_l$; 式中: L_l 为分子粘性系数; Pr_l 为分子 Prandtl 数; L_t 为湍流粘性系数; Pr_t 为湍流 Prandtl 数。本文用 Satherland 公式计算 L_l , 用 Baldwin-Lomax 双层代数湍流模型计算 L_t 。

对于给定的边界条件和初始条件, 方程(1)可用有限差分方法进行数值求解, 在本文中, 在时间离散方面, 采用隐式方法, 并采用 Yoon 及 Jameson 提出的 LU 分解进行求解; 在空间离散方面, 对方程的无粘通量采用 Harten 和 Yee 的二阶 TVD 格式; 对粘性项, 采用二阶中心差分格式进

行计算。在本计算中, 假设边界层全部为湍流, 湍流模型采用 Baldwin-Lomax 代数模型, 计算中采用“C”型网格, 垂直物面方向取 41 个网格点, 周向取 153 个网格点。

舵面振动方程可写为

$$\ddot{D} + 2FX_n \dot{D} + X_n^2 D = H(t)/I \quad (3)$$

式中: X_n 为系统的固有频率; F 为相对阻尼; I 为舵面的转动惯量; D 为舵偏角; $H(t)$ 为作用在舵面上的气动力对铰链轴的力矩。在用 Navier-Stokes 方程求得舵面上的压力分布后, 可用数值积分方法计算对铰链轴的力矩 H 及其系数 C_h 。

对方程(3)进行时间离散, 得以下差分方程

$$\frac{D^{n+1} - 2D^n + D^{n-1}}{\Delta t^2} + 2FX_n \frac{D^{n+1} - D^{n-1}}{2\Delta t} + X_n^2 D^n = H^n(t)/I \quad (4)$$

舵面受扰后的时间历程, 可根据给定的初始条件及边界条件将舵面振动方程与 Navier-Stokes 方程耦合进行求解以求得。本文在计算中所采用的初始条件是在 $S=0$ 时, 给舵面偏离平衡状态一个小的初始偏角 ΔD , 计算非定常气动力计算时所采用的舵面边界条件是

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad u = \dot{x}^a, \quad v = \dot{y}^a, \quad \frac{\partial P}{\partial n} = -Qa \delta n \quad (5)$$

式中: a 及 n 为舵面上点的加速度及外法线方向单位向量; \dot{x}^a, \dot{y}^a 及 a 可根据舵面振动的 \dot{D} 确定。时间推进的具体步骤是: 根据已知 n 时间步的 $H^n(t), D^n$ 及 $n-1$ 时间步的 D^{n-1} 值, 由方程(4)求得 $n+1$ 时间步的 D^{n+1} , 并生成对应 D^{n+1} 的计算网格, 计算每一个网格点上新的矩阵 N, N, N, G, G, G 等, 再根据 D^{n-1}, D^n, D^{n+1} , 采用向后的有限差分, 得出 \dot{D}^{n+1}, \dot{D}^n , 由此即可形成 $n+1$ 时间步的舵面边界条件, 再求解 Navier-Stokes 方程, 得出 $H^{n+1}(t)$, 重复以上步骤, 即可得出舵面振动的时间历程。

2 Hopf 分叉分析方法

先简述含参数的动力系统分叉的一般原理。

考虑下列非线性动力系统:

$$\dot{X} = f(X, L); \quad X \in U \subset \mathbb{R}^n; \quad L \in V \subset \mathbb{R}^m \quad (6)$$

式中: X 为状态变量; L 为参数。

当参数 L 连续地变动通过某一 L^* 时, 如果系统式(6)失去结构稳定性, 即系统的拓扑结构发生突然变化, 则称该系统在 L^* 处出现分叉。分叉问题有多种, 下面只讨论在平衡点附近的分叉问题,

其中主要的一种就是 Hopf 分叉。令方程 (6) 中的 \dot{X} 等于 0 得

$$f(X, L) = 0 \tag{7}$$

满足式(7)的 X 称为系统式(6)的平衡点,它可用下述牛顿迭代公式计算

$$D_x f^k(X, L)(X^{k+1} - X^k) = f^k(X, L) \tag{8}$$

式中: $D_x f(X, L)$ 是在平衡点处的导算子矩阵, 上标 k, k+1 表示第 k 及第 k+1 次迭代值, 重复上述迭代计算, 至误差小于某一给定值时为止。

平衡点处的导算子矩阵 $D_x f(X, L)$ 具有一组特征值 $K_i (1 \leq i \leq N)$ 。若对于所有的 i, K_i 的实部均小于零, 则在此平衡点处, 该动力系统是稳定的。若对于一个或多个 i, K_i 的实部大于零, 则系统在此点不稳定。

若参数 L 等于 L^* 时(对应的平衡点为 X^*), 导算子矩阵 $D_x f(X^*, L^*)$ 有一对纯虚的共轭特征值 $K_{\pm} = \pm iH$ 而其他所有的特征值均具有负的实部, 且该特征值满足所谓横截条件即

$$\frac{d}{dL}(\text{Real}[K_{\pm}(L)])|_{L=L^*} \neq 0 \tag{9}$$

则此平衡点称为 Hopf 分叉点, 通过分叉点, 此动力系统由稳定变为不稳定, 并将出现周期解, 即极限环振荡^[6]。

上述原理可直接用来分析跨音速操纵面嗡鸣。在舵面振动方程(3)中, 令 $x_1 = D, x_2 = \dot{D}$, 得到式(3)的等价方程

$$\ddot{x}_1 = x_2 \tag{10a}$$

$$\ddot{x}_2 = -2FX_n x_2 - X_n^2 x_1 + H(t)/I \tag{10b}$$

在高度一定时, 可将 Ma_{∞} 数作为系统的参数。

为确定系统的平衡点, 可令方程(10)中 $\dot{x}_1 = 0, \dot{x}_2 = 0$ 得

$$x_2 = 0 \tag{11a}$$

$$-2FX_n x_2 - X_n^2 x_1 + H(t)/I = 0 \tag{11b}$$

满足式(11)的 (x_1, x_2) 即为系统的平衡点, 它可用上述牛顿迭代方法或其他方法求得。

若翼面及舵面均是对称的, 且 v_{∞} 与翼弦的夹角为零, 则对一系列 Ma_{∞} , 均有下列平衡点,

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{12}$$

系统的向量场为

$$f(X, Ma_{\infty}) = \begin{Bmatrix} x_2 \\ -2FX_n x_2 - X_n^2 x_1 + H(t)/I \end{Bmatrix} \tag{13}$$

在平衡点处导算子矩阵为

$$D_x f(X^*, Ma_{\infty}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -X_n^2 + \frac{1}{I} \frac{5H}{5x_1} & -2FX_n + \frac{1}{I} \frac{5H}{5x_2} \end{bmatrix} \tag{14}$$

在式(14)中, 将 D, \dot{D} 代回 x_1, x_2 并求其特征值得

$$K_{\pm} = A(Ma_{\infty}) \pm iB(Ma_{\infty}) \tag{15}$$

式中:

$$A(Ma_{\infty}) = -FX_n + \frac{1}{2I} \frac{5H}{5D} \tag{16}$$

$$B(Ma_{\infty}) = \sqrt{X_n^2 - \frac{1}{I} \frac{5H}{5D} - \left(\frac{1}{2I} \frac{5H}{5D} - FX_n \right)^2} \tag{17}$$

式中: $5H/5D, 5H/5\dot{D}$ 分别表示舵面的铰链力矩对 D 及 \dot{D} 的导数, 它们均可用数值计算的方法求得^[7,8]。

由上述讨论可知, 若 $A(Ma_{\infty}) < 0$, 则在此平衡点处系统是稳定的, 如当 Ma_{∞} 等于某一临界值 Ma_{∞}^* , $A(Ma_{\infty}^*) = 0$, 且 Ma_{∞} 继续增大时, $A(Ma_{\infty}) > 0$, 则在此 Ma_{∞}^* 将出现 Hopf 分叉, 系统由稳定变为不稳定, 并将出现极限环振荡。对所讨论的舵面振动系统来说, 即出现操纵面嗡鸣。

不难看出, 特征值的实部 $A(Ma_{\infty})$ 正好表示系统的总阻尼。

值得提出的是: 本文是根据舵面振动方程的平衡方程, 导出系统的导算子矩阵的, 方程只有 x_1, x_2 两个变量, 导算子矩阵的阶数也较低, 只有 2×2 阶, 求平衡点及分叉点的计算量均较小, 而不是像参考文献[9]那样, 其导算子矩阵是根据翼剖面振动方程及离散化后的流体动力学方程(在该文中为欧拉方程)的平衡方程导出的, 方程中的变量较多, 除翼剖面振动的运动参数外, 还包括流场中各网格点的流体状态参数, 其导算子矩阵的阶数以及求平衡点及分叉点的计算量比本文大得多。

3 算例及结构参数对嗡鸣影响的讨论

采用上述方法, 对某一飞机方向舵嗡鸣问题进行了计算和分析, 该飞机垂尾及方向舵剖面简图见图 1, 计算高度为 5000m, 侧滑角为零, 由于剖面是对称的, 平衡点为 $(D, \dot{D}) = (0, 0)$, 所算得的 Ch_p 随 Ma_{∞} 的变化如图 2 所示, 由式(16)算得 A 随 Ma_{∞} 的变化曲线如图 3 所示。由图可见当 $Ma_{\infty} = Ma_{\infty}^* = 0.935$ 时, $A = 0$, 此点即为该系统的

分叉点,图4~图7给出不同的 Ma_∞ 数初始扰动为 $D=1^\circ$ 时,舵面偏角振动的时程曲线,图中横坐标为无因次时间 τ 。当 $Ma_\infty < Ma_\infty^*$ 时, D 是收敛的,系统稳定;当 $Ma_\infty > Ma_\infty^*$ 时,系统不稳定并出现极限环振荡,即出现方向舵嗡鸣,且振幅随 Ma_∞ 的增大而增大。

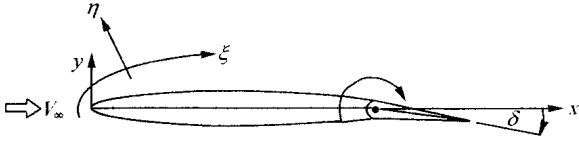


图1 垂尾及方向舵剖面简图

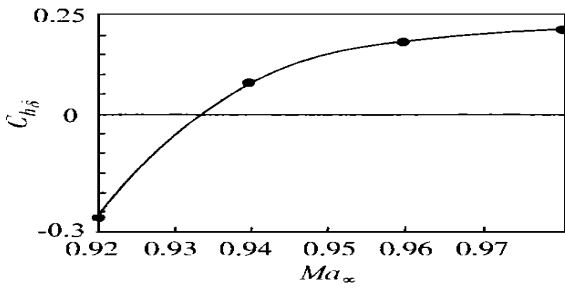


图2 $C_{h\delta}$ 随 Ma_∞ 的变化

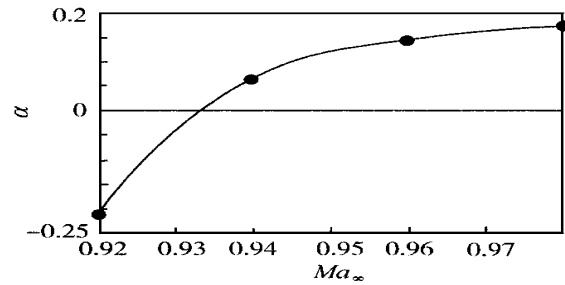


图3 A 随 Ma_∞ 的变化

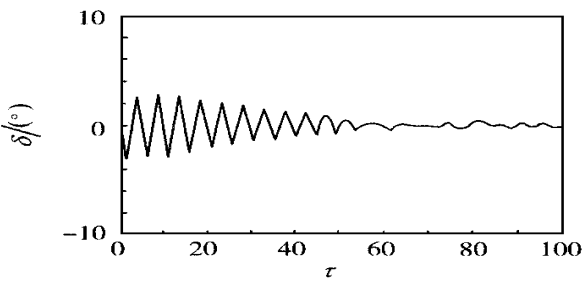


图4 舵偏角时程

($Ma_\infty = 0.92, X_n = 15.25 \text{ Hz}, F = 0, D_0 = 1^\circ$)

上述结果表明,尽管 Hopf 分叉分析方法和时程法是两种不同的方法,但在操纵面嗡鸣的计算上,却取得了相当一致的结果,这也从一个方面说明本文所给出的操纵面嗡鸣的 Hopf 分析方法是合理的。

偏角时翼面周围流场的等压线,由图可以看出激波位置随舵偏角改变而改变,这表明在舵面振动中激波在舵面上是运动的。

下面以本文的模型为例讨论结构参数对嗡鸣的影响,阻尼系数 F 对嗡鸣的影响是明显的。由式(16)可见, F 值的增加,使 $A(Ma_\infty)$ 的值向负的方向

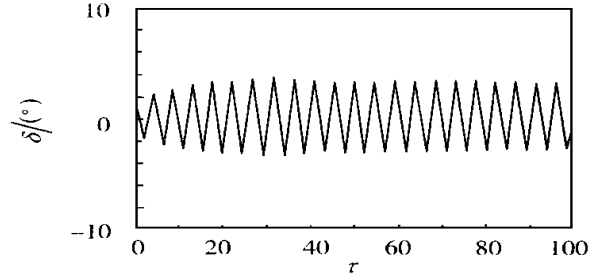


图5 舵偏角时程

($Ma_\infty = 0.94, X_n = 15.25 \text{ Hz}, F = 0, D_0 = 1^\circ$)

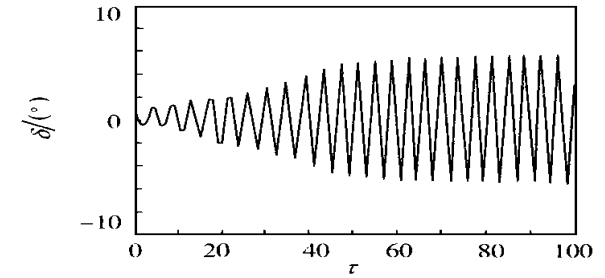


图6 舵偏角时程

($Ma_\infty = 0.96, X_n = 15.25 \text{ Hz}, F = 0, D_0 = 1^\circ$)

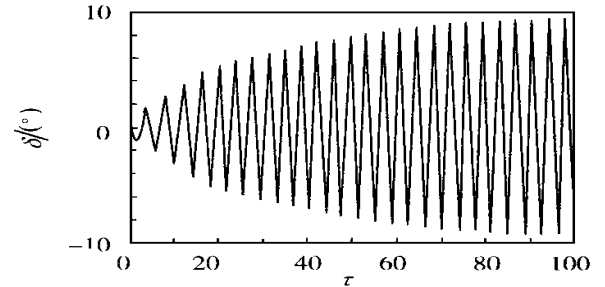
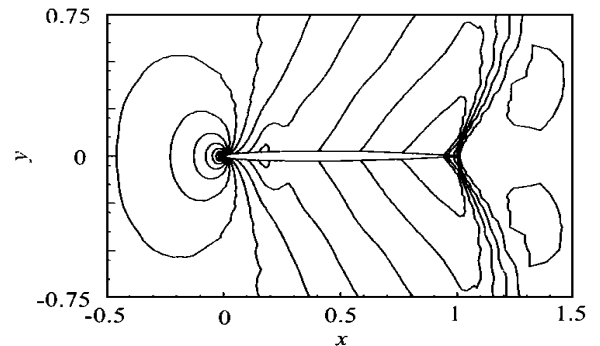


图7 舵偏角时程

($Ma_\infty = 0.98, X_n = 15.25 \text{ Hz}, F = 0, D_0 = 1^\circ$)



(a)

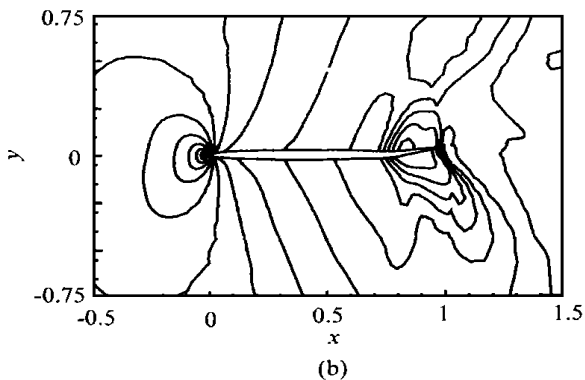


图 8 流场的等压线

(a) $D=0^\circ$, $Ma_\infty=0.98$; (b) $D=-9.5^\circ$, $Ma_\infty=0.98$

向变化,使系统趋于稳定。图 9~图 10 给出不同的 F 值时舵面振动的时间历程曲线,由图可见,对于原来 $F=0$ 出现极限环振荡的 Ma 数(如 $Ma_\infty=0.98$),当 $F=0.152$,极限环振荡减弱, $F=0.243$ 时,出现振荡收敛。

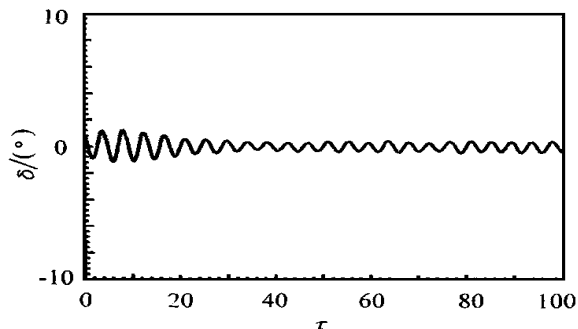


图 9 $F=0.152$ 时舵偏角的时间历程
($Ma_\infty=0.98$, $X_n=15.25\text{Hz}$, $D_0=1^\circ$)

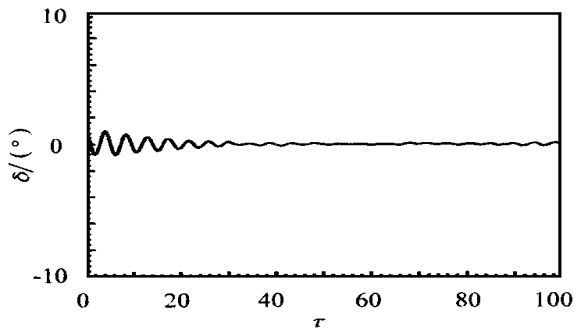


图 10 $F=0.243$ 时舵偏角的时间历程
($Ma_\infty=0.98$, $X_n=15.25\text{Hz}$, $D_0=1^\circ$)

舵面的旋转固有频率 X_n ,对于操纵面嗡鸣亦较大的影响,在工程实践上,曾广泛采用增加 X_n 来防止操纵面嗡鸣,并取得了良好的效果^[10]。本文的计算结果也证实了这一点。图 11 给出 $Ma_\infty=0.98$ 时 C_{h_D} 随 X_n 变化的曲线。由图可见,随着 X_n 的增加, C_{h_D} 的正值逐渐减小,最后变为负值,使系统变为稳定,对应的舵面振动时间历程曲

线如图 7、图 12、图 13 所示。

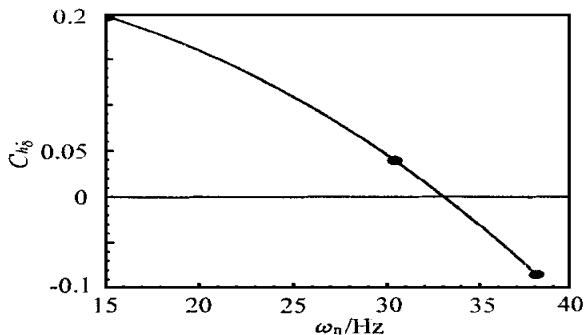


图 11 C_{h_D} 随系统的固有频率 X_n 的变化曲线
($Ma_\infty=0.98$, $F=0$)

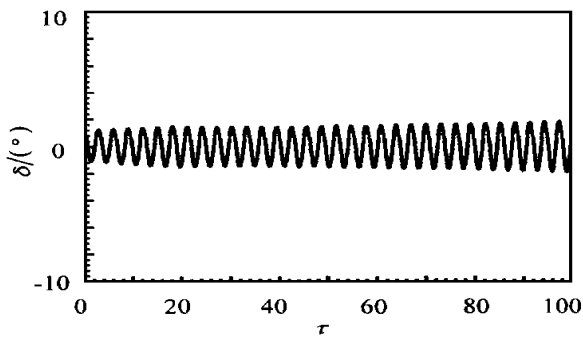


图 12 $X_n=30.5\text{Hz}$ 时舵偏角的时间历程
($Ma_\infty=0.98$, $F=0$, $D=1^\circ$)

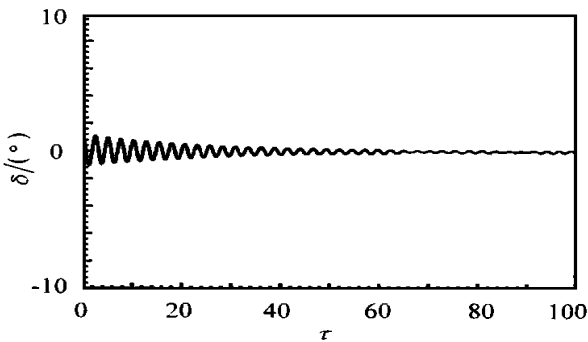


图 13 $X_n=38.1\text{Hz}$ 时舵偏角的时间历程
($Ma_\infty=0.98$, $F=0$, $D=1^\circ$)

实际计算表明,随着 X_n 的增加,舵面受扰后振动的频率也随之增大,使得舵面气动阻尼系数由正值变为负值,对嗡鸣起到了抑制作用。

如果在增加 X_n 时,系统的阻尼系数 F 不等于零,则由方程(3)及式(16)均可看出,此时 X_n 的增加,对嗡鸣可起到更有效的抑制作用。

改变舵面的转动惯量,对舵面嗡鸣特性亦有较大的影响。本文曾取 $Ma_\infty=0.98$ 对所给算例进行了计算,结果表明, I 增加,嗡鸣的强度增加,振幅增大,反之,则强度减弱,振幅减小。这一问题也可用上述类似方法进行分析。因限于篇幅,详细计算结果及讨论,这里不再列出。

本文的计算结果, 与该机飞行试验的结果是接近的。参考文献[10]指出: 在 $H = 5000\text{m}$, $Ma_\infty = 0.94$ 左右时, 该机方向舵开始振动, 发生嗡鸣, 并随 Ma_∞ 的增大而加剧, 至 $Ma_\infty = 1.2$ 时振动消失, 其振动频率及振幅与本文的计算结果均比较一致。

4 结束语

本文给出跨音速操纵面嗡鸣一个 Hopf 分叉分析方法, 该方法的主要优点是可以迅速地确定嗡鸣所发生的 Ma 数, 并便于分析一些参数对嗡鸣的影响, 将此方法与振动时间历程的计算相结合, 给预测和防止飞机跨音速操纵面嗡鸣提供了一个十分有用的手段。

由于本文的计算是二维的, 与三维试验结果不可能完全一致, 三维的嗡鸣计算现正在进行中。

致谢 本课题的研究得到龚鑫茂副总师的大力支持, 特此致谢。

参 考 文 献

- [1] Steger J L, Bailey H E. Calculation of transonic aileron buzz[J]. AIAA J, 1980, 18(3): 249~255.
- [2] Parker E, Spain C, Soistmann D. Aileron buzz investigated on several generic NASP wing configurations[R]. AIAA-91-0936-CP, 1991.
- [3] Parker E, Spain C, Soistmann D. Experimental transonic buzz characteristics of a clipped delta-wing model with a full-span aileron[R]. NASP CR-1083, 1990.
- [4] 代捷. 跨音速操纵面嗡鸣的数值研究[D]. 西安: 西北工业大学, 1996.
- [5] 代捷, 刘千刚. 跨音速操纵面嗡鸣的数值计算[J]. 空气动力学学报, 1997, 15(3): 366~371.

力学报, 1997, 15(3): 366~371.

- [6] 刘式适, 刘式达, 谭本旭. 非线性大气动力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996, 88~108.
- [7] Chyu W J, Schiff L B. Nonlinear aerodynamic modeling of flap oscillations in transonic flow: A numerical validation[J]. AIAA Journal, 1983, 21(1): 106~113.
- [8] 任玉新, 刘秋生, 沈孟育. 飞行器动态稳定性参数的数值计算方法[J]. 空气动力学学报, 1996, 14(2): 117~126.
- [9] Morton S A, Beran P S. Hopf-bifurcation analysis of airfoil flutter at transonic speeds[R]. AIAA96-0060, Reno, NV: AIAA, 1996.
- [10] 龚鑫茂, 马祝林, 等. 飞机跨音速垂尾振动排除研究[R]. 中国航空工业总公司第 603、630 研究所科技报告. 西安: 1994.

作者简介:



刘千刚 西北工业大学飞机工程系教授, 博士生导师。从事的专业为非定常空气动力学及气动弹性, 飞机飞行动力学等。



代捷 1996年在西北工业大学获工学博士学位, 现在北京航空航天大学飞机研究所从事博士后研究, 所研究的专业为非定常空气动力学、气动弹性力学等。



白俊强 1997年在西北工业大学获工学博士学位, 现在西北工业大学飞机工程系从事博士后研究, 所研究的专业为计算空气动力学、气动弹性力学、直升机旋翼空气动力学等。