

文章编号: 1000-6893(1999)增-0S32-03

# 管路系统通过调节阀控制气体流动的动态数学模型建立

付卫东, 袁修干, 梅志光

(北京航空航天大学 人-机-环境工程研究所, 北京 100083)

ESTABLISHMENT OF DYNAMIC MATHEMATICAL MODEL OF COMPRESSIBLE GAS FLOWING IN PIPE LINES SYSTEM BY THE CONTROL OF ADJUSTING VALVE

FU Wei-dong, YUAN Xiu-gan MEI Zhi-guang

(Institute of Man-Machine-Environment System Engineering, Beijing Univ. of Aero. & Astro., Beijing 100083, China)

**摘要:** 分别推导出管路系统单元气体流动的动态数学模型, 并对一个完整的管路系统进行了以调节阀的开度作为输入, 被控参数作为输出的建模示例, 分别建立了比例调节、容器压力调节及管路流量、压力调节比较精确的数学模型。

**关键词:** 管路系统; 动态特性; 数学模型

**中图分类号:** V254.4 **文献标识码:** A

**Abstract:** The dynamic mathematical models of compressible gas flowing in the units of the pipe lines system have been conducted separately in this paper. These models have been used to build an entire pipe lines system. The more precise dynamic mathematical models of the proportion adjusting, the vessel pressure adjusting and the adjusting of the flow rate and pressure in the pipelines have been inferred with the opening degree of adjusting valve as input and the parameter controlled as output.

**Key words:** pipe lines system; dynamic characteristics; mathematical model

管路系统作为流体传输不可缺少的输运工具, 已广泛地应用于化工、液压、环控等领域。对于管路系统单元的研究, 文献[1]推导出有较大影响的液体流动输运方程, 对于调节阀的研究, 文献[2]对调节阀的流通性能进行了理论分析; 但以往的研究大多集中在液体流动方面, 对于气体在管内流动特别是以调节阀、管路及容器等组成的管路系统整体建模则很少看到报道。

对于管路系统流动气体压力、流量的调节, 一般都是采用调节阀来控制。以往对气体流动的研究, 常常是从管道入口参数开始, 通过给定管道入口参数然后根据一定的传递关系得出出口参数。但实际上管路的入口参数是随着调节阀的开度不同而不同, 并且它们之间并不是从一个传递函数到另一个传递函数的关系, 而是一个复杂的过程整体。因此, 以把调节阀的开度作为输入, 管路的被控参数作为输出的动态特性研究, 有直接的应用价值。

## 1 管路系统单元的数学模型建立

(1) 管路的数学模型推导 本文在推导管路

流动动态数学模型时作了如下假设: 气体流动是一维的; 气体在管路中按等温过程流动。

1 基本方程建立 气体流动的连续方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{P}{RT} \right) + \frac{1}{A} \frac{\partial G}{\partial x} = 0$$

气体流动的动量方程

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho A x u) = - A \frac{\partial P}{\partial x} - P_r 2P_r x$$

式中:  $P_r$  为壁面对气流的切应力, 由文献[3]可知  $P_r = KQ^2/8$ , 把  $P_r$  的关系代入上式消去  $x$  可得

$$\frac{\partial G}{\partial t} = - A \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{P_r K Q^2}{4}$$

° 传递函数的推导 对以上方程式采用文献[4]提供的方法, 对方程中的非线性项线性化, 并进行对时间变量的拉普拉斯变换, 令  $P_1(s) = P(0, s)$ ,  $P_2(s) = P(L, s)$ ,  $G_1(s) = G(0, s)$  及  $G_2(s) = G(L, s)$ , 则得管路流动输入输出关系式

$$\begin{pmatrix} P_2(s) \\ G_2(s) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ch}(\#(s)L) & C \text{sh}(\#(s)L) \\ \text{sh}(\#(s)L)/C & \text{ch}(\#(s)L) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_1(s) \\ G_1(s) \end{pmatrix} \quad (1)$$

其中:  $C = - \frac{s + \frac{K u_0}{4r}}{A \#(s)}$ , 下标 0 表示稳态值;

(2) 气体容器的数学模型 对于气体容器假设:<sup>1</sup> 气体在容器中密度分布是均匀的;<sup>o</sup> 容器中气体温度不变。根据其入出口的重量流量变化与容器中的密度变化的关系  $(G_1 - G_2) \Delta t = V \Delta \rho$  对其进行平衡点附近的线性化及对时间的拉氏变换可得

$$G_1(s) - G_2(s) = \frac{SV}{RT_0} P(s) \quad (2)$$

(3) 调节阀的数学模型 对于线性调节阀其质量流量又可表示为<sup>[5]</sup>:  $G = (kL + k_0) \overline{P} \overline{Q}$  其中:  $k, k_0$  为比例常数;  $L$  为调节阀的相对开度, 对其在平衡点进行线性化并进行对时间  $t$  的拉氏变换可得

$$G(s) = \frac{k \frac{P_{10}^2 - P_{20}^2}{2RT_0} L(s) - \frac{kL_0 + k_0}{2RT_0 (P_{10}^2 - P_{20}^2)} (P_{10} P_1(s) - P_{20} P_2(s)) \quad (3)$$

## 2 对于某管路系统的建模示例

管路系统的结构参考图 1, 这个系统的工作

原理是: 氧氮气体分别从气源中流入管路, 经调节阀 F1, F2 后汇合进入容器 1, 然后分别流入实验腔 1、腔 2, 最后流入容器 2 由泵抽出排入大气。这个管路系统最终要控制的是进入试验腔 1、腔 2 的压力、流量和气体成份。要实现这个过程, 必须通过调节调节阀 F2 来控制氧氮比例, 通过调节调节阀 F1 来控制容器 1 的压力, 通过调节调节阀 F41, F45, F51 及 F55 来控制进入试验腔 1、腔 2 的压力和流量。对于这种较复杂系统, 本文把系统分成若干个段, 然后通过传递函数关系把它们有机地连系起来。在建模时为了表达方便把方程(1)简写成

$$\begin{pmatrix} P_2(s) \\ G_2(s) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_1(s) \\ G_1(s) \end{pmatrix} \quad \text{及} \quad \begin{pmatrix} P_1(s) \\ G_1(s) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_2(s) \\ G_2(s) \end{pmatrix},$$

由它们的关系可推得  $A_{11} = a_{11}, A_{12} = -a_{12}, A_{21} = -a_{21}$  及  $A_{22} = a_{22}$ 。

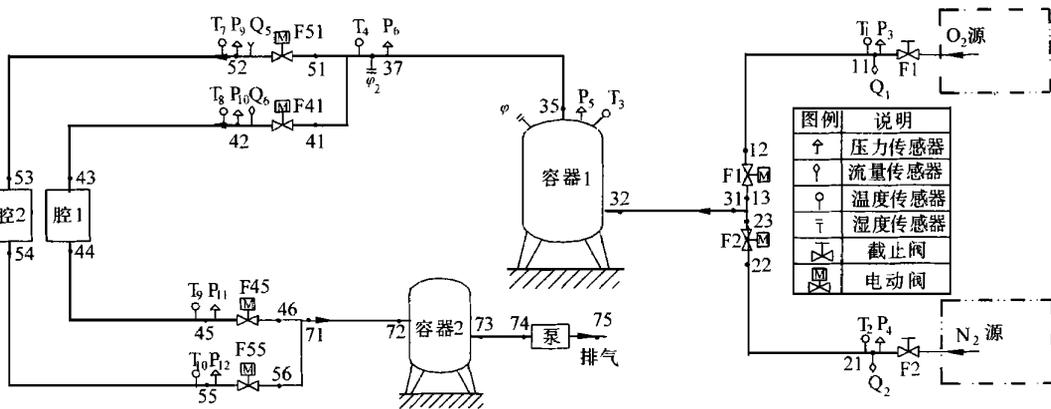


图 1 某管路系统的结构图

(1) 氧氮比例调节 氧氮比例调节方法是: 计算机接受来自流量计 2 的参数对照流量计 1 的参数, 通过调节调节阀 2 来调节进入容器 1 的氮气流, 达到调节氧氮比例的目的。

由管路 21 至 23 段的传递函数关系

$$\begin{pmatrix} P_{22}(s) \\ G_{22}(s) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_{211} & a_{212} \\ a_{221} & a_{222} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_{21}(s) \\ G_{21}(s) \end{pmatrix}$$

及调节阀 2 的传递函数关系式

$$G_{22}(s) = \frac{k_2 \frac{P_{220}^2 - P_{230}^2}{2R_2 T_{20}} L_2(s) -$$

$$\frac{(k_2 L_{20} + k_{20})(P_{220} P_{22}(s) - P_{230} P_{23}(s))}{2R_2 T_{20} (P_{220}^2 - P_{230}^2)}$$

可推导出

$$G_{21}(s) = \frac{c_1 L_2(s) + (P_{220} a_{211} / c_2 - a_{221}) P_{21}(s)}{a_{222} - P_{220} a_{212} / c_2} - \frac{P_{230} P_{23}(s)}{c_2 a_{222} - P_{220} a_{212}}$$

其中:  $c_1 = k_2 \frac{(P_{220}^2 - P_{230}^2)}{2R_2 T_{20}}$ ;  $c_2 =$

$\frac{2R_2 T_{20} (P_{220}^2 - P_{230}^2)}{(k_2 L_{20} + k_{20})}$ 。上面关系表明通过控制调节阀 2 的开度  $L_2(s)$  即可调节流量

$G_2(s)$ , 而  $P_{21}(s), P_{23}(s)$  为来自流量计上游和调节阀下游压力的干扰。

(2) 容器 2 的压力调节 在流体汇合流入处 (参考图 1 中 13, 23 至 31 点), 假设  $P_{13}(s) = P_{23}(s) = P_{31}(s), G_{31}(s) = G_{13}(s) + G_{23}(s)$ , 在汇合点 37, 41, 51 处也同样处理。则根据管段 13 至 32 的关系, 调节阀 F2 的传递关系, 容器 1 的传递关系, 管段 35 至 37 的传递关系及调节阀 F41, F51 的传递关系, 可推出通过调节阀 F1 控制容器 1 压力的关系方程

$$\left( \frac{sV_3}{R_3 T_{30}} + \frac{C_{322}}{C_{321}} - \frac{a_{3521} - C_{411a} 3511}{a_{3522} - C_{411a} 3512} \right) P_{32}(s) = \frac{k_{11} P_{120}^2 - P_{130}^2}{C_{321} 2R_1 T_{10}} L_1(s) + \frac{(k_{11} L_{10} + k_{10}) P_{120}}{C_{321} 2R_1 T_{10} (P_{120}^2 - P_{130}^2)} P_{12}(s)$$

其中:  $C_k$  为氮氧比;  $C_{321} = \frac{A_{322}}{1 + C_k} + \frac{(k_{11} L_{10} + k_{10}) P_{130} A_{312}}{2R_1 T_{10} (P_{120}^2 - P_{130}^2)}$ ;  
 $C_{322} = \frac{A_{321}}{1 + C_k} + \frac{(k_{11} L_{10} + k_{10}) P_{130} A_{311}}{2R_1 T_{10} (P_{120}^2 - P_{130}^2)}$ ;  
 $C_{411} = \frac{(k_{41} L_{410} + k_{410}) P_{410}}{2R_{41} T_{410} (P_{410}^2 - P_{420}^2)} + \frac{(K_{51} L_{510} + K_{510}) P_{510}}{2R_{51} T_{510} (P_{510}^2 - P_{520}^2)}$

(3) 进入试验腔 1、腔 2 的压力和流量的调节 对于进入试验腔 1、腔 2 的气体控制分 2 部分进行考虑。

1 先看容器 2 至大气的那段管路

$$\begin{pmatrix} P_{74}(s) \\ G_{74}(s) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_{7311} & a_{7312} \\ a_{7321} & a_{7322} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_{73}(s) \\ G_{73}(s) \end{pmatrix}$$

$P_{74}(s) = -SP_b(s) = -(2B_{k1}G_{740} + B_{k2}G_{74}(s))$  上式中  $SP_b$  为泵的扬程, 并且设  $SP_b = B_{k1}G_{74}^2 + B_{k2}G_{74} + B_{k3}$ , 其中  $B_{k1}, B_{k2}$  及  $B_{k3}$  为常数。

$$G_{72}(s) - G_{73}(s) = \frac{sV_7}{R_7 T_{70}} P_{73}(s)$$

由上面的关系则可推出  $P_{72}(s)$  与  $G_{72}(s)$  的关系式。若对于真空泵前的系统流阻过大, 即当真空泵达到极限压力时, 经过真空泵的流量还远小于它的工作流量, 则可认为它的入口压力  $P_{74}(s)$  等于常数, 即真空泵的极限压力, 这样可以简化上述关系。

° 进入试验腔 1、腔 2 的管路系统 对于进入试验腔 1、腔 2 的管路系统气体, 可采用与容器 1 压力控制建模类似的方法, 并利用  $P_{72}(s)$  与  $G_{72}(s)$  的关系式, 消去中间变量得出进入试验腔 1、腔 2 的流量  $G_{43}, G_{53}$ , 压力  $P_{43}, P_{53}$  与调节阀 F41, F45, F51 及 F55 的 4 阶矩阵传递关系, 便可以根据控制要求对模型进行相应的简化, 采取解耦或其它方法控制。

### 3 结论

本文分别推导出管路、气体容器及调节阀的动态数学模型, 然后应用该模型对一个完整的管路系统, 采用分段处理的方法进行建模, 分别建立了比例调节、容器压力调节和管路流量、压力调节采用调节阀开度为输入, 被控参数为输出的比较精确的数学模型。

### 参 考 文 献

[1] D'sauza A F, Oldenburger R. Dynamic response of fluid lines[J]. Trans ASME ser D, 1964, 186(3): 589~598.  
 [2] 施俊良. 调节阀的选择[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1986. 200.  
 [3] 潘文全. 流体力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1980. 182~186.  
 [4] (美)雷 W H. 高级过程控制[M]. 邵惠鹤, 等译, 北京: 烃加工出版社, 1987. 350.  
 [5] 付卫东. KM6 载人试验容器环控系统的数字仿真[D]. 北京: 北京航空航天大学, 1998. 16~19.

作者简介:



付卫东 生于 1963 年 5 月, 北京航空航天大学博士毕业, 工程师, 研究方向: 人机环境工程, 现已发表论文 9 篇。