

文章编号: 1000-6893(1999)04-0316-05

传输管道流固耦合振动的模态分析

焦宗夏, 华清, 于凯

(北京航空航天大学 自动控制系 303 教研室, 北京 100083)

FREQUENCY DOMAIN ANALYSIS OF VIBRATIONS IN LIQUID-FILLED PIPING SYSTEMS

JIAO Zong-xia, HUA Qing, YU Kai

(Faculty 303, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

摘要: 通过线性化假设, 并进行 Laplace 变换, 导出了流体的流量、压力与管道的应力及位移之间的网络模型, 通过求解特征根和特征向量建立起其传递矩阵, 在该模型的建立中, 首次考虑了频率相关摩擦项的影响, 对仿真精度有较大的提高。另外在空间管的节点耦合中, 给出了两次坐标变换的方法, 解决了空间管道的通用耦合算法, 甚至可用于空间曲线管路的近似计算。大量的试验结果与仿真结果比较证明了该方法的正确性。

关键词: 频率相关摩擦; 流固耦合; 泊松耦合; 特征阻抗

中图分类号: V 245 **文献标识码:** A

Abstract: In the analysis of the liquid-filled piping systems there are Poisson-coupled axial stress waves in the pipe and liquid column, which is caused by the dilation of the pipe. In some conditions, the influence of viscous friction that is usually frequency-dependent should not be omitted, which in fact is another kind of coupled form. It directly influences the amplitude of vibration of piping systems to some degrees. The larger the viscosity of liquid is, the greater the influence will be. The present paper will give detail solutions to the transfer matrix that represents the motion of the single pipe section, which is the basis of complex fluid-structure interaction analysis. Combined with point matrices that describe specified boundary conditions, the overall transfer matrix for a piping system can be assembled. Corresponding state vectors can then be evaluated to predict the piping and liquid motion. At last, the twice coordinate transformation method is adopted in joint coupling. Consequently, the vibration analysis of spatial liquid-filled piping systems can be carried out. It is proved to be succinct, valid and versatile. This method can be extended to the simulation of the curved spatial pipeline systems.

Key words: fluid-structure interaction; frequency-dependent friction; coordinate transformation; impedance

传统的管道流固耦合分析一般使用 Jukowski (1904) 方法。Skalak (1956) 发展了 Jukowski 的分析, 包含了泊松耦合^[1], Walker 和 Philips 推导了 6 方程模型, 含有径向平衡与连续方程^[2], Wiggert 等 (1985) 简化了上述模型, 推导出了泊松耦合的 4 方程模型^[3]。Budny (1991) 引进了粘性摩擦项, 即频率相关摩擦项的影响, 进一步考虑了结构阻抗的影响, 并给出了特征线解法^[4]。在管道的频率特性的计算中, 求解任意两点之间的传递矩阵是非常重要的, D Souza 和 Oldenburger (1964) 给出了管道中任意两点之间流体的传递关系 (纯流体之间), 对管道网络特性

分析的发展起到了重要的推动作用^[5]。Lesmez (1990) 推导了流固耦合系统的模态分析模型及传递矩阵, 但没有考虑摩擦项的影响, 而这种摩擦项对谐振峰幅值有较大的影响^[6]。

1 传递矩阵的推导

流体与管道的耦合振动包括节点耦合与泊松耦合^[7]。首先应建立包括这两种耦合在内的振动的数学模型。作以下假设: 管道为等截面、纯弹性、均质和各向同性的圆管; 忽略管道径向变形引起的流体径向运动及流体绕管轴的旋转运动; 忽略管道的结构阻尼; 流体的摩擦是与频率相关的摩擦; 流体的流速远小于流体的音速; 流体内不出现气穴或体积分离现象。在管道与流体微元中, 坐标选择如图 1 所示。

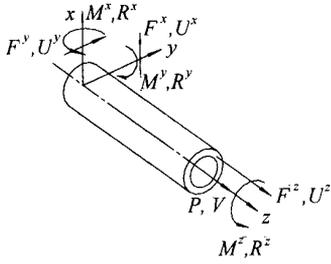


图 1 空间管受力分析示意图

(1) 管道轴向受力及流体运动的偏微分方程

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\tau_0 \tau_D}{A_f \rho_f} = 0$$

$$\frac{\partial F^z}{\partial z} \frac{1}{A_p} + \frac{\tau_0 \tau_D}{A_p} - \rho_p \frac{\partial U^z}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} - 2\alpha K^* \frac{\partial U^z}{\partial z} + K^* \frac{\partial V}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial F^z}{\partial z} \frac{1}{A_p} - E \frac{\partial U^z}{\partial z} - \frac{\nu R}{e} \frac{\partial P}{\partial z} = 0$$

式中: $K^* = K/[1 + 2RK(1 - \nu^2)/(eE)]$; $\tau_0 = \frac{4\rho_f \nu}{R} (V - U^z) + \frac{2\rho_f \nu}{R} \frac{\partial(V - U^z)}{\partial t} (\beta)W(t - \beta) \cdot d\beta$; W 是无穷小的时间间隔 τ 的函数 $\tau = \nu t/R^2$;

(2) xz 平面内弯曲、剪切运动的偏微分方程

$$\frac{\partial M^y}{\partial z} = EI_p \frac{\partial R^y}{\partial z}$$

$$\frac{\partial M^y}{\partial z} + F^x = (\rho_p I_p + \rho_f I_f) \frac{\partial R^y}{\partial z}$$

$$X = [V \quad P \quad U^z \quad F^z \quad R^y \quad M^y \quad U^x \quad F^x \quad R^x \quad M^x \quad U^y \quad F^y \quad R^z \quad M^z]^T$$

$$\dot{X}_{fp} = \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{P} \\ \dot{U}^z \\ \dot{F}^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & - \left(\frac{2\nu^2 R}{eE} + \frac{1}{K^*} \right) S & 0 & \frac{2\nu S}{EA_p} \\ - \left[\rho_f S + \frac{\tau_D}{A_f} (s) \right] & 0 & \frac{\tau_D}{A_f} A (S) & 0 \\ 0 & - \frac{\nu R S}{eE} & 0 & \frac{S}{EA_p} \\ - \tau_D A (S) & 0 & [\tau_D A (S) + \rho_p A_p S] & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ P \\ U^z \\ F^z \end{bmatrix} = T_{fp} X_{fp};$$

$$\dot{X}_{xz} = \begin{bmatrix} \dot{R}^y \\ \dot{M}^y \\ \dot{U}^x \\ \dot{F}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{S}{EI_p} & 0 & 0 \\ (\rho_p I_p + \rho_f I_f) S & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & \frac{S}{A_p G} \\ 0 & 0 & (\rho_p A_p + \rho_f A_f) S & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R^y \\ M^y \\ U^x \\ F^x \end{bmatrix} = T_{xz} X_{xz};$$

$$\frac{\partial F^x}{\partial z} = (\rho_p A_p + \rho_f A_f) \frac{\partial U^x}{\partial z}$$

$$\frac{\partial F^x}{\partial z} = A_p G \left(\frac{\partial U^x}{\partial z} - R^y \right)$$

(3) yz 平面内弯曲、剪切运动的偏微分方程

$$\frac{\partial M^x}{\partial z} = EI_p \frac{\partial R^x}{\partial z}$$

$$\frac{\partial M^x}{\partial z} - F^y = (\rho_p I_p + \rho_f I_f) \frac{\partial R^x}{\partial z}$$

$$\frac{\partial F^y}{\partial z} = (\rho_p A_p + \rho_f A_f) \frac{\partial U^y}{\partial z}$$

$$\frac{\partial F^y}{\partial z} = A_p G \left(\frac{\partial U^y}{\partial z} + R^x \right)$$

(4) 管道扭转变形运动的偏微分方程

$$\frac{\partial M^z}{\partial z} = \rho_p J \frac{\partial R^z}{\partial z}; \quad \frac{\partial R^z}{\partial z} = \frac{1}{GJ} \frac{\partial M^z}{\partial z}$$

以上各式中用到的符号集中说明如下: V 为流体流速; P 为压强; U 为管道速度; F 为管道内力; R (带上、下标) 为管道转动角速度; M 为管道所受力矩; A 为面积; I 为惯性矩; J 为管道横截面极惯性矩; R 为管道半径 (不带上、下标); D 为管道内直径; e 为管道壁厚; ν 为管材泊松比; E 为管材弹性系数; K 为流体体积弹性模量; K^* 为经过修正的流体体积弹性模量; ρ 为密度; G 为剪切模量; ν 为流体运动粘度; $S = j\omega$ 下标: p 为管道; f 为流体; 上标: x, y, z 分别表示 x, y, z 轴向。

对以上 4 组方程进行拉氏变换并整理用矩阵形式表示为

$$\dot{X}_{yz} = \begin{bmatrix} \dot{R}^x \\ \dot{M}^x \\ \dot{U}^y \\ \dot{F}^y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{S}{EI_p} & 0 & 0 \\ (\rho_p I_p + \rho_f I_f)S & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\rho_p A_p + \rho_f A_f)S & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R^x \\ M^x \\ U^y \\ F^y \end{bmatrix} = T_{yz} X_{yz};$$

$$\dot{X}_{tz} = \begin{bmatrix} \dot{R}^z \\ \dot{M}^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{S}{GJ} \\ \rho_p J S & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R^z \\ M^z \end{bmatrix} = T_{tz} X_{tz}$$

于是合在一起组成一个 14 阶矩阵方程

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{X}_{fp} \\ \dot{X}_{xz} \\ \dot{X}_{yz} \\ \dot{X}_{tz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{fp} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{xz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_{tz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{fp} \\ X_{xz} \\ X_{yz} \\ X_{tz} \end{bmatrix} = TX$$

解这个微分方程可得: $X = AX_0$, X_0 为初始条件; A 为传递矩阵。其中: $A = Ee^{-\lambda z}E^{-1}$, λ 为 T 矩阵的特征值; E 是各 λ 所对应的特征向量所组成的矩阵。为了确定截面上的未知状态量, 通常要与出口截面的已知状态量联立, 故需要倒推求解, 对 $X = AX_0$ 作以下变换: $X_0 = A^{-1}X = Ee^{-\lambda z}E^{-1}X = GX_0$ 。把 G 定义为管道的传递函数, 由以上推导可知: G 是管长 z 和 S 的函数。

以上各式中, $A(S)$ 为频率相关项 τ_0 的 Laplace 的变换形式的系数:

$$\tau_0(S) = L[\tau_0(t)] = \frac{\rho_f R S}{\mathfrak{H}_1(j\sqrt{S/v_f R}) - 2} (V - U^z) = A(S)(V - U^z)$$

$$A(S) = \frac{\rho_f R S}{\mathfrak{H}_1(j\sqrt{S/v_f R}) - 2} = \frac{\rho_f R S}{\mathfrak{H}_1(j\lambda) - 2} = \frac{\rho_f R S}{2(\alpha - 1)}$$

$$\alpha = \frac{j\mathcal{N}_0(j\lambda)}{2J_1(j\lambda)}; \lambda = \sqrt{S/v_f R}$$

$$\alpha = 0.5\lambda + 0.25 + \frac{3}{16\lambda} + \frac{3}{16\lambda^2} + \frac{63}{256\lambda^3}$$

式中: J_0, J_1 分别为 0 和 1 阶的第 1 类贝塞尔函数^[8,9]。

为了计算方便, 在 G 矩阵的推导中可先对几个子矩阵分别进行推导, 最后再综合得到管道传递矩阵。设: T_{fp} 对应的特征值为 $\lambda_1 \sim \lambda_4$, 相应的特征向量组成的矩阵为 E_{fp} ; T_{xz} 对应的特征值为 $\lambda_5 \sim \lambda_6$, 相应的特征向量组成的矩阵为 E_{xz} ; T_{yz} 对应的特征值为 $\lambda_7 \sim \lambda_{12}$, 相应的特征向量组成的矩阵

为 E_{yz} ; T_{tz} 对应的特征值为 λ_{13} 和 λ_{14} , 相应的特征向量组成的矩阵为 E_{tz} 。于是可得

$$E = \begin{bmatrix} E_{fp} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{xz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{tz} \end{bmatrix}, E^{-1} = \begin{bmatrix} E_{fp}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{xz}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_{yz}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{tz}^{-1} \end{bmatrix}$$

$$e^{-\lambda z} = \begin{bmatrix} e^{-\lambda_1 z} & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & e^{-\lambda_2 z} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\lambda_3 z} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & e^{-\lambda_{14} z} \end{bmatrix}_{14 \times 14}$$

至此可以通过矩阵相乘求得直管的传递矩阵:

$$G = Ee^{-\lambda z}E^{-1}$$

2 坐标变换

在液压管路系统中处理局部管路数学模型时多采用局部坐标系, 但由于复杂管路系统的表达要在一个统一坐标系中进行, 这样就需要坐标的变换。采用合适的局部坐标系对处理系统在节点处的变换关系是至关重要的, 作者根据需要采用如下的方式来建立局部坐标系: 以流体管路的传输方向为 z 轴方向; 对于弯曲的管路, 总以相邻两管路所构成的平面的法向为 x 方向。

根据以上原则, 如图 2 所示空间管系中一段管路的求解过程为:

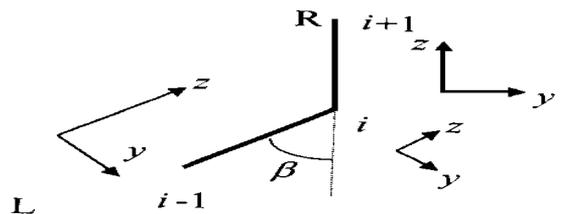


图 2 空间管节点耦合的坐标变换

(1) 确定弯管处 i 点的 x 坐标, i 点的 x 轴方

向应为管段 $i-1-i$ 和 $i-i+1$ 所在平面的法向方向, 可以通过如下公式求得 $x_i = R_{i-1,i} \times R_{i,i+1}$

(2) 从 l 点到 $i-1$ 点的坐标变换, 由于 z 轴不变, 只需调整 x, y 轴即可, 调整角 α 为

$$\alpha = \arccos \frac{x_{i-1} x_i}{|x_{i-1}| |x_i|}$$

则变换矩阵为 $t_{xy}(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$

(3) 从 i^R 到 l 的坐标变换, 经过一弯管, 弯角为

$$\beta = \arccos \frac{R_{i-1,i} R_{i,i+1}}{|R_{i-1,i}| |R_{i,i+1}|}$$

由于 x 轴不变, 则坐标变换只是针对 y, z 坐标进行, 变换矩阵为

$$t_{yz}(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}$$

这里需要特别注意的是, 流体与固体在该点存在节点流固耦合问题, 如下各量还有一增量存在:

$$\Delta V_i^R = \sin \beta U_i^{yL} - (1 - \cos \beta) U_i^{zL}$$

$$\Delta F_i^{yR} = A_i \sin \beta P_i$$

$$\Delta F_i^{zR} = A_i (1 - \cos \beta) P_i$$

以上各式中的上标 R 和 L 分别表示左边和右边。可以通过上式修正传递矩阵中对应的各项元素, 得到节点的传递矩阵。这样沿着一定的方向依次将各管段、各节点和各元件的传递矩阵相乘, 就可以得到整个管系的传递矩阵了。

采用本文提到的两次坐标变换, 只需要知道管路的弯曲角度和该段管路与其前后管段所组成平面的夹角, 就可以得出所需矩阵, 具有很强的通用性。

3 仿真举例

图 3 所示的是整个实验系统, 可调速的泵控马达用于驱动液压泵。图 4~ 图 6 所示的是 3 种类型的空间管系, 管道壁厚为 1mm, 半径为 8mm, 油液弹性模量为 1500MPa, 密度为 872kg/m³, 管材弹性模量为 210GPa, 密度是 7800kg/m³, 泊松比为 0.3, 管路弯曲角度均为 90°。

(1) 频率相关摩擦项对仿真结果的影响 从图 7 和图 8 的仿真曲线中可以看出, 未考虑频率相关摩擦项的影响时, 幅频特性曲线谐振峰的幅值远远超出实际情况, 并且谐振峰幅值并不随频率增加而改变, 这显然也是不正确的。考虑频率相关摩擦影响的仿真曲线明显更接近实际情况。

(2) 仿真结果与实验结果比较 实验中选

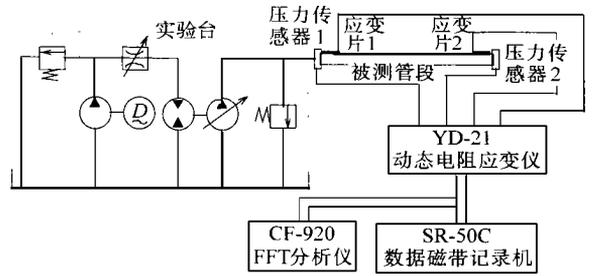


图 3 传输管路流固耦合振动的测试系统



图 4 简单直管示意图

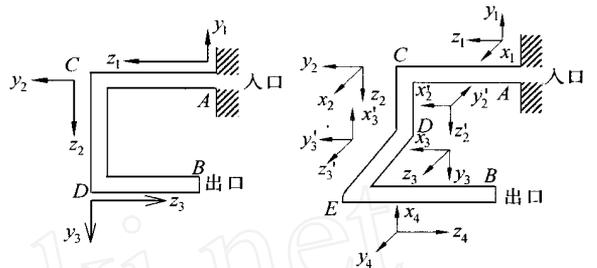


图 5 U 形平面管示意图 图 6 空间三维管示意图

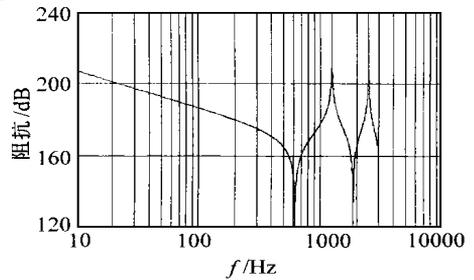


图 7 未考虑频率相关摩擦项

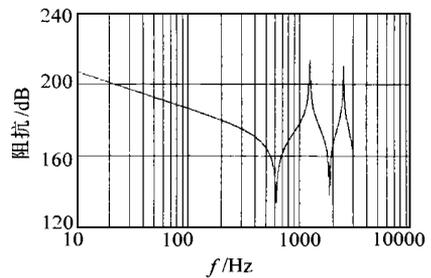


图 8 考虑频率相关摩擦项

择测量管道应力 σ 来验证仿真结果。图 9~ 图 11 分别为不同情况时的仿真与实验对照曲线。实线为仿真曲线, 虚线为实验曲线。

4 结论

由图 7~ 图 11 的仿真结果和实验结果的对比如可以得出如下结论:

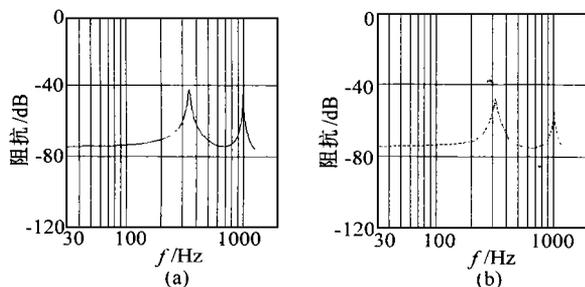


图9 直管(末端自由) G_B/P_A 幅频特性曲线

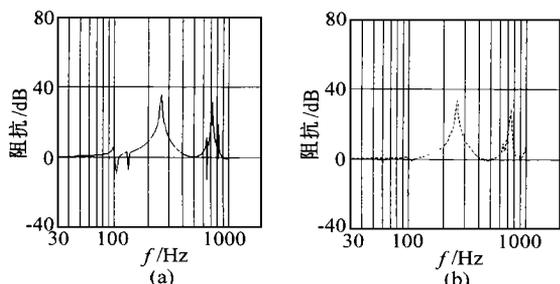


图10 U形平面管(末端固定) P_B/P_A 幅频特性曲线

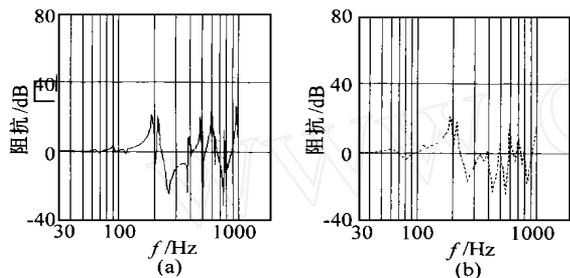


图11 空间立体管(末端自由) G_B/P_A 幅频特性曲线

(1) 摩擦项对振动幅值有重要影响, 如果不考虑摩擦项的影响将给谐振峰幅值带来相当大的误差, 从理论上说, 其谐振峰值将为无穷, 与实际情况相去甚远, 而摩擦项对谐振频率的影响很小, 如图7、图8所示。

(2) 应用本文所述的二次坐标变换的方法所进行的节点耦合的仿真是成功的, 如图10、图11所示。

(3) 通过利用本文所推导的高精度流固耦合振动模型所进行的仿真与实验结果的对照可以看出其具有较好的吻合性, 说明该数学模型是正确的。如图9~图11所示的实验与仿真曲线。

参 考 文 献

[1] Skalak R. An extension of the theory of water hammer[J].

Trans ASME, 1956, 78(1): 105~116

[2] Walker J S, Philips J W. Pulse propagation in fluid tubes [J]. Trans ASME, Journal of Applied Mechanics, 1977, 99: 31~35

[3] Wiggert D C, Otwell R S, Hatfield F J. The effect elbow restraint on pressure transients[J]. Trans ASME, Journal of Fluids Engineering, 1985, 107(3): 402~406

[4] Budny D D, Wiggert D C, Hatfield F J. The influence of structural damping on internal pressure during a transient pipe flow [J]. Trans ASME, Journal of Fluids Engineering, 1991, 113: 424~429

[5] D Sousa A F, Odenburger R. Dynamic response of fluid lines [J]. Journal of Basic Engineering, Trans ASME, Series D, 1964, 86(3): 589~598

[6] Lesmez M W, Wiggert D C, Hatfield F J. Modal analysis of vibrations in liquid-filled piping systems [J]. Trans ASME Journal of Fluids Engineering, 1990, 112: 311~318

[7] 林崧. 液压系统计算机辅助设计[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1992. 95~122

[8] Brown F T. The transient response of fluid lines[J]. Trans ASME, Ser D, 1962, 84(4): 547~553

[9] Zielke W. Frequency-dependent friction in transient flow [J]. Trans ASME, Journal of Basic Engineering, Ser D, 1968, 90: 109~115

作者简介:



焦宗夏 教授, 博士生导师, 1991年于浙江大学获博士学位, 同年到北京航空航天大学作博士后, 并于1993年底出站留任校教至今。多年从事流体动力系统的控制、CAD、仿真等方面的工作。共有四项成果获得省、部级奖励, 出版编著、译著5本, 在国内外发表论文20余篇, 1996年被评为北京市青年学

科带头人。



华清 博士研究生, 1996年7月本科毕业于北京航空航天大学自动控制系, 现在正在攻读机械电子工程专业博士学位, 研究方向为网络并行仿真和工业控制。



于凯 讲师, 1984年7月毕业于贵州工学院, 1992年3月毕业于北方交通大学并取得工学硕士学位, 1993年9月考入北京航空航天大学攻读博士学位, 1997年6月留校任教。主要从事领域为流体传动与控制, 研究方向为液压能源系统的研究。