

文章编号: 1000-6893(1999)04-0295-04

# 基于临界面法的多轴疲劳损伤参量的研究

尚德广, 姚卫星

(南京航空航天大学 飞行器系, 江苏 南京 210016)

## STUDY ON MULTIAXIAL FATIGUE DAMAGE PARAMETERS BASED ON THE CRITICAL PLANE APPROACH

SHANG De-guang, YAO Wei-xing

(Department of Aircraft, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**摘要:**以薄壁管拉扭疲劳试件为研究对象,在分析多轴损伤临界面上的应力与应变变化特性的基础上,根据多轴疲劳临界损伤平面原理,利用多轴临界面上的剪切应变幅与相邻两个最大剪切应变值  $\gamma_{max}$  之间的法向应变幅  $\epsilon_n$  作为形成多轴疲劳损伤参量的主要参数,提出基于拉伸和剪切两种形式的多轴疲劳损伤参量。所提出的多轴疲劳损伤参量不含有任何材料常数,并可同时适用与多轴比例与非比例加载情况,且可退化成单轴的形式。

**关键词:**多轴疲劳; 临界面法; 疲劳损伤; 寿命预测

**中图分类号:**V 215.5, TH 114 **文献标识码:**A

**Abstract:** The tension-torsion thin walled tube specimens were used as the researching object. On the basis of analyzing the varying characteristics of the stress and strain on the multiaxial critical plane, the maximum shear strain amplitude and normal strain excursion between adjacent turning points of the maximum shear strain on the critical plane were used as two main parameters of controlling the multiaxial fatigue. Two kinds of multiaxial fatigue damage parameters of the tension mode and shear mode are proposed, which do not include any material constant in damage parameters, and may be used under either proportional loading or nonproportional loading. The given multiaxial fatigue damage models by means of the presented damage parameters were used to predict multiaxial fatigue life, and the results are satisfactory by two kinds of material experimental verifications.

**Key words:** multiaxial fatigue; critical plane approach; fatigue damage; life prediction

工程零部件常常受多轴循环应力-应变载荷下作用,多轴疲劳断裂是其主要破坏形式。目前对单轴疲劳研究已有很多较为成熟的研究结果,如局部应力-应变法、能量法等。但对于承受2种或3种模式的多轴疲劳研究,其成果远未达到象单轴疲劳研究那样成熟。尤其是多轴非比例加载下的疲劳研究至今尚无较为成熟的方法。目前以Brown与Miller和Socie等所提倡的临界面法被认为具有前途的一种方法<sup>[1,2]</sup>,此法的一般形式如下

$$\Delta \gamma_{max}/2 + S \epsilon_n = f(N_i) \quad (1)$$

其中:  $\Delta \gamma_{max}/2$ ,  $\epsilon_n$  分别为临界面上的最大剪切应变幅和法向应变;  $S$  为材料常数;  $f(N_i)$  一般为Manson-Coffin方程的右端项。由于式(1)为法向应变与剪切应变分量经过一个修正权后的代数

和,从连续介质力学的观点来看是很难给出物理解释的,且其中常数有时并不是固定不变的<sup>[3]</sup>,因而估算多轴疲劳寿命有时会产生很大的误差。

本文根据临界面法的物理意义,针对拉扭薄壁管试件,在分析临界面上的应变变化特性的基础上,提出2种形式的多轴疲劳损伤参量,进而为多轴随机疲劳寿命预测打下基础。

### 1 多轴加载下的应变分析

#### 1.1 比例与非比例加载下的应变变化特性

对于薄壁管试件,在应变控制加载下,所施加的轴向应变与剪切应变可由下式来表示

$$\epsilon = \epsilon_a \sin \omega t \quad (2)$$

$$\gamma = \gamma_a \sin(\omega t - \varphi) \quad (3)$$

其中:  $\epsilon_a$ ,  $\gamma_a$  分别为所施加的轴向和剪切应变幅;  $\omega t$  为相角;  $\varphi$  为所施加的拉与扭作用下其轴向应

收稿日期: 1998-05-20; 修订日期: 1998-09-14

基金项目: 航空科学基金(96B52019)、国家自然科学基金(59575027)和航空高等院校自选课题资助项目



变与剪切应变之间的相位差。

与试件轴线成任一角  $\Psi$  的平面上的正应变和剪应变分别为

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_a \sin \omega t (\cos^2 \Psi - \nu \sin^2 \Psi) + \\ & 0.5 \lambda \epsilon_a \sin (\omega t - \varphi) \sin 2\Psi = \\ & 0.5 \left\{ [2(1 + \nu) \cos^2 \Psi - 2\nu + \lambda \sin 2\Psi \cos \varphi]^2 + \right. \\ & \left. [\lambda \sin 2\Psi \sin \varphi]^2 \right\}^{0.5} \sin (\omega t - \xi) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \gamma &= \lambda \epsilon_a \sin (\omega t - \varphi) \cos 2\Psi - \\ & (1 + \nu) \epsilon_a \sin \omega t \sin 2\Psi = \\ & \epsilon_a \left\{ [\lambda \cos 2\Psi \cos \varphi - (1 + \nu) \sin 2\Psi]^2 + \right. \\ & \left. [\lambda \cos 2\Psi \sin \varphi]^2 \right\}^{0.5} \sin (\omega t + \lambda) \end{aligned} \quad (5)$$

其中:  $\lambda = \gamma_a / \epsilon_a$

$$\begin{aligned} \tan \xi &= \lambda \sin 2\Psi \sin \varphi \left\{ (1 + \nu) \cos 2\Psi + \right. \\ & \left. (1 - \nu) + \lambda \sin 2\Psi \cos \varphi \right\} \\ \tan \lambda &= - \lambda \cos 2\Psi \sin \varphi \left\{ \lambda \cos 2\Psi \cos \varphi \right. \\ & \left. (1 + \nu) \sin 2\Psi \right\} \end{aligned}$$

比例加载下, 由于所施加的轴向应变与剪切应变是同相的, 即  $\varphi = 0$ 。在这种情况下, 主应变和最大剪切应变在一个循环中, 其大小发生变化, 但其方向保持不变。因此, 可以将轴向应变和剪切应变合成一个等效应变。在非比例加载下, 由于所施加的轴向应变与剪切应变存在相位差, 即  $\varphi \neq 0$ 。其主应变和最大剪切应变在一个循环中, 不但大小发生变化, 而且方向也会发生变化, 因而对于非比例加载, 无法直接利用 Mises 或 Tresca 准则将所施加的轴向应变与剪切应变合成一个等效应变。这种导致主轴发生旋转的非比例加载不但会使应力-应变分析造成困难, 而且还会产生附加强化现象<sup>[4]</sup>, 使疲劳寿命大大缩短。

### 1.2 临界面上的应变变化特性

如果将临界面定义为在具有最大剪切应变的平面中具有最大法向应变的平面, 其面上的最大剪切应变幅为

$$\begin{aligned} \Delta \gamma / 2 &= \lambda \epsilon_a \sin (\omega t - \varphi) \cos 2\Psi_{cr} - \\ & (1 + \nu) \epsilon_a \sin 2\Psi_{cr} = \\ & \epsilon_a \left\{ [\lambda \cos 2\Psi_{cr} \cos \varphi - (1 + \nu) \sin 2\Psi_{cr}]^2 + \right. \\ & \left. [\lambda \cos 2\Psi_{cr} \sin \varphi]^2 \right\}^{0.5} \end{aligned} \quad (6)$$

其中:  $\Psi_{cr}$  为临界面与试件轴线间的夹角, 可由下式来确定

$$\tan 4\Psi_{cr} = 2\lambda(1 + \nu) \cos \varphi \left\{ (1 + \nu)^2 - \lambda^2 \right\}^{-1} \quad (7)$$

临界面上的法向应变幅为

$$\Delta \epsilon_n / 2 = \frac{1}{2} \epsilon_a \left\{ [2(1 + \nu) \cos^2 \Psi_{cr} - \right.$$

$$\left. 2\nu + \lambda \sin 2\Psi_{cr} \cos \varphi \right\}^2 + [\lambda \sin 2\Psi_{cr} \sin \varphi]^2 \}^{0.5} \quad (8)$$

由于塑性变形是疲劳损伤的真正驱动力。在一个循环中其 2 个折返点处, 疲劳损伤的驱动力达到其峰谷值。这一过程会导致位错运动方向的变化。从微观方面来看, 由于疲劳裂纹扩展是沿着裂纹尖端剪切带的聚合过程, 其裂纹面上的法向应变使这种聚合加速。因此针对临界面法来说, 相邻 2 个最大剪切应变折返点间的最大剪切应变变化范围和在此区间的法向应变程的大小是直接导致疲劳损伤的两个基本参量。

对于正弦波加载, 临界面上的相邻最大剪切应变折返点间的法向应变程为

$$\epsilon_n^* = \frac{1}{2} \Delta \epsilon_n [1 + \cos(\xi + \lambda)] \quad (9)$$

如果将  $\epsilon_n$ ,  $\epsilon_n^*$  分别与由文献[5]所给出的多轴疲劳寿命试验数据相关联, 则其关系分别如图 1 和图 2 所示。

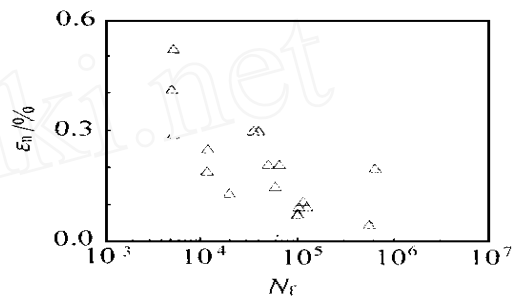


图 1 不同多轴加载路径下其临界面上的法向应变幅与疲劳寿命之间的关系

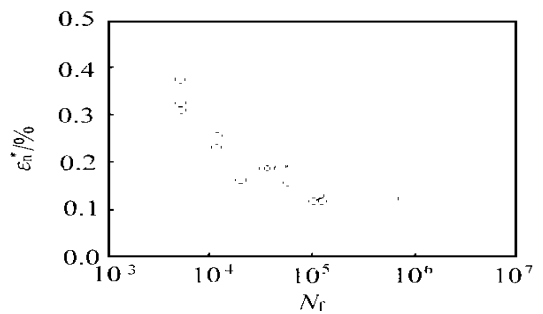


图 2 不同多轴加载路径下其临界面上相邻两个最大剪切应变折返点间的法向应变程与疲劳寿命之间的关系

从图 1 和图 2 中可以看出,  $\epsilon_n^*$  与疲劳寿命的关系比  $\epsilon_n$  与疲劳寿命之间的关系具有较好的相关性, 因此以  $\epsilon_n^*$  来表征多轴疲劳损伤要好于  $\epsilon_n$  来描述多轴疲劳损伤。

## 2 多轴疲劳损伤参量的构造

### 2 1 拉伸型多轴疲劳损伤参量

如果利用 von Mises 准则将临界面上  $\gamma_{max}, \epsilon_n^*$  两参数合成一个等效应变幅, 则可得到一个拉伸形式的多轴疲劳损伤参量, 并用其做为临界面上的损伤控制参量, 即

$$\Delta \epsilon_{eq}^{cr}/2 = \left[ \epsilon_n^{*2} + \frac{1}{3} (\Delta \gamma_{max}/2)^2 \right]^{1/2} \quad (10)$$

将其与 Manson-Coffin 方程相联系即可得出拉伸型多轴疲劳损伤公式

$$\Delta \epsilon_{eq}^{cr}/2 = \sigma_f (2N_f)^b/E + \epsilon_f (2N_f)^c \quad (11)$$

其中:  $\sigma_f, \epsilon_f, b, c$  为单轴疲劳材料常数;  $N_f$  为疲劳寿命。

在比例加载下, 可推导出

$$\Delta \epsilon_{eq}^{cr}/2 = \Delta \epsilon_{eq}/2 \quad (12)$$

即式(11)退化成等效应变法的形式。在单轴加载条件下, 式(10)可化为

$$\Delta \epsilon_{eq}^{cr}/2 = \left[ \Delta \epsilon_n^* + (1/3) (\Delta \gamma_{max}/2)^2 \right]^{1/2} = \Delta \epsilon/2 \quad (13)$$

该式可退化成等效应变法的形式, 即式(11)可化为单轴的 Manson-Coffin 方程

### 2 2 剪切型多轴疲劳损伤参量

如果将临界面上  $\Delta \gamma_{max}/2, \epsilon_n^*$  两参数合成一个等效剪应变幅, 这可得到一个剪切形式的多轴疲劳损伤参量, 并用其做为临界面上的损伤控制参量, 即

$$\Delta \gamma_{eq}^{cr}/2 = \left[ 3\epsilon_n^{*2} + (\Delta \gamma_{max}/2)^2 \right]^{1/2} \quad (14)$$

将其与剪切形式的 Manson-Coffin 方程相联系即可得出剪切形式的多轴疲劳损伤公式

$$\Delta \gamma_{eq}^{cr}/2 = (\tau_f/G) (2N_f)^b + \gamma_f (2N_f)^c \quad (15)$$

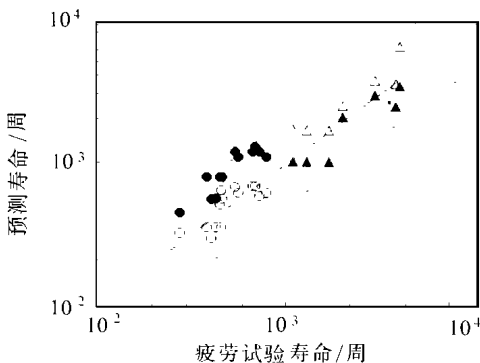


图 3 45 号钢多轴疲劳试验寿命与预测值的比较  
 为比例加载路径; 为非比例加载路径(拉伸模型, 式(11));

其中:  $\tau_f, \gamma_f, b, c$  为纯扭循环加载下的疲劳材料常数;  $N_f$  为疲劳寿命。

在比例加载下

$$\Delta \gamma_{eq}^{cr}/2 = \Delta \gamma_{eq}/2 \quad (16)$$

即退化为等效剪应变的形式。纯扭循环加载下

$$\Delta \gamma_{eq}^{cr}/2 = \Delta \gamma/2 \quad (17)$$

即退化为纯剪状态下的切应变幅。

由此看出, 本文所提出的 2 种多轴疲劳损伤参量均可做为统一的多轴疲劳损伤准则, 既可描述非比例和比例加载下多轴疲劳损伤, 也可描述单轴加载下的疲劳损伤。用其建立的多轴疲劳损伤模型, 不需要任何附加的多轴疲劳性能常数, 且便于工程应用。

### 3 试验验证

选用 2 种材料来验证本文提出的多轴疲劳损伤参量的正确性, 这 2 种材料分别为 45 号钢和 1045HR 钢<sup>[2,5]</sup>。试样均为薄壁管试件, 在室温空气介质条件下进行试验。所有试验为拉扭比例与非比例复合加载, 2 种材料的单轴拉压与扭转疲劳材料常数见表 1 和表 2。试验结果与预测值的比较见图 3 和图 4, 其误差分散带基本在 2 因子之内, 可见其预测结果是比较令人满意的。

表 1 单轴拉压疲劳材料常数

材料	$\sigma_f/MPa$	$\epsilon_f$	$b$	$c$	$E/GPa$
45 号钢	843	0.3269	-0.1047	0.5458	190
1045HR	1027	0.322	-0.1074	0.487	202

表 2 单轴扭转疲劳材料常数

材料	$\tau_f/MPa$	$\gamma_f$	$b$	$c$	$G/MPa$
45 号钢	559.0	0.4959	-0.1079	0.4690	79000
1045HR	505	0.413	-0.097	0.445	79100

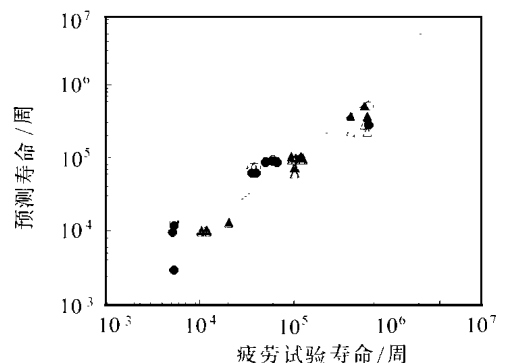


图 4 1045HR 钢多轴疲劳寿命与预测值的比较  
 为比例加载路径; 为非比例加载路径(剪切模型, 式(15))

## 4 结论

(1) 根据临界面上的最大剪切应变和法向应变变化特性, 将 2 个最大剪切应变折返点间的法向应变程和最大剪切应变幅合成一个拉伸和剪切等效应变幅来做为疲劳损伤控制参量, 建立了拉伸和剪切两种形式的多轴疲劳损伤模型。该模型不仅适用于比例加载, 而且也适用于非比例加载。

(2) 所给出的多轴疲劳损伤参量中不含有材料常数, 具有明确的物理意义, 符合连续介质力学原理。经由 2 种材料的多轴比例与非比例加载试验验证, 得到了较为满意的结果。

## 参考文献

- [1] Brown M W, Miller K J. A theory for fatigue failure under multiaxial stress and strain conditions [J]. Proc Inst Mechanical Engineers, 1973, 187: 745~ 755
- [2] Fatemi A, Socie D F. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of phase loading [J]. Fatigue Engng Mater Struct, 1988, 14: 149~ 165
- [3] Fatemi A, Kurath P. Multiaxial fatigue life predictions

under the influence of mean-stress [J]. Trans ASME, J Engng Mater Tech, 1988, 110: 380~ 388

- [4] Kanazawa K, *et al*. Low-cycle fatigue under out-of-phase loading conditions [J]. Trans ASME, J Engng Mater Tech, 1977, 99: 222~ 228

- [5] 尚德广. 多轴疲劳损伤与寿命预测的研究[D]. 沈阳: 东北大学, 1996

作者简介:



尚德广 男, 35 岁, 飞行器系博士后, 专长结构疲劳强度研究。曾进行过焊接疲劳、疲劳短裂纹、多轴疲劳损伤累积理论、多轴循环本构关系、随机多轴疲劳寿命预测方法等方面的研究, 对固体力学研究有浓厚兴趣, 近期在国内外期刊及学术会议上发表论文 40 余篇。电话: 025-4892102。



姚卫星 男, 1957 年生, 南京航空航天大学飞行器设计学科教授, 博士生导师。从事飞机结构设计理论研究, 提出了结构疲劳设计的应力场强法, 对结构疲劳断裂可靠性设计发展一系列理论和方法。发表论文 60 余篇, 出版著作一部。

## 全国性学会科技期刊道德公约

为发扬科学家的光荣传统, 加强科技界精神文明建设, 提高科技工作者职业道德水平, 保障我国科技事业的健康发展, 特制定“全国性学会科技期刊职业道德公约”, 参与签名的中国科协所属全国性学会科技期刊承诺共同遵守, 互相监督。

1. 科技期刊提倡追求真理、实事求是、团结协作、诚实劳动; 坚持学术民主、鼓励百家争鸣, 尊重他人劳动成果; 反对伪科学和迷信活动。

2. 严格执行审稿制度, 不循私情, 公正廉洁。

3. 科技期刊应尊重投稿人的权益, 一般应在规定的期限内对是否采用来稿答复投稿人。

4. 科技期刊应要求投稿人签字声明: 署名无争议、引用他人著述已注明出处、在规定的期限内无一稿多投。

5. 对弄虚作假、抄袭剽窃者, 一经查实, 各科技期刊应视其情节轻重给予书面警告、拒绝刊登有其署名的稿件、通知其所在单位、公开曝光等处理。

6. 科技期刊鼓励对上述所列违反道德规范的行为进行举报。举报人要求保密的, 科技期刊应对其姓名和工作单位名称进行保密。

7. 对于严重违反科技工作者职业道德, 情节恶劣, 影响极坏的事件, 中国科协科技工作者道德与权益工作委员会可以进行必要的调查, 各全国性学会科技期刊应积极配合该委员会开展工作。