

文章编号:1000-6893(2009)11-2100-06

一种适用于颗粒非规则分布的阻止 SPH数值断裂的方法

赵燕, 徐绯, 李玉龙

(西北工业大学 航空学院, 陕西 西安 710072)

A Method of Preventing SPH Numerical Fracture for Irregular Particle Models

Zhao Yan, Xu Fei, Li Yulong

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

摘要:光滑粒子流体动力学(SPH)方法已广泛应用于航空航天领域中大变形的碰撞计算。数值断裂是SPH计算中一种常见问题,可严重影响计算结果。把适用于颗粒规则分布的阻止SPH数值断裂的方法推广到颗粒非规则分布的情形,得到了一种适用于颗粒非规则分布的阻止数值断裂的加颗粒方法。然后将该方法应用于存在数值断裂的悬臂梁弯曲仿真计算,验证了其有效性。最后把该方法应用于弹丸撞击飞机蒙皮的非规则颗粒模型计算,并和规则颗粒模型得到的结果及试验结果进行比较。对比结果表明:对于非规则分布的颗粒模型,该加颗粒方法可有效地阻止数值断裂,提高计算精度,并可较为普遍使用。

关键词:光滑粒子流体动力学;断裂;数值断裂;非规则颗粒模型;加颗粒方法;飞机蒙皮

中图分类号: V215.6; O347 **文献标识码:** A

Abstract: Smoothed particle hydrodynamics (SPH) method has been applied widely to the calculation of impacts with large deformations in the fields of aeronautics and astronautics. Numerical fractures are often encountered in SPH computations which can seriously reduce the computational accuracy. First, by extending the method of preventing numerical fractures for regular-distribution particle models to irregular-distribution particle models in SPH, an inserting particle method of preventing numerical fracture is obtained for irregular-distribution model. Second, the method is validated by the bending of a 3D cantilever beam with numerical fractures. Finally, the method of preventing numerical fractures for irregular particle models is applied to the calculation of impacts of the projectile on the aircraft skin, and the results obtained from regular particle models, irregular particle models and the experiment are compared and analyzed. The results show that numerical fractures can be effectively prevented for irregular particle models, the computational accuracy can be improved, and the method can be applied widely.

Key words: smoothed particle hydrodynamics; fracture; numerical fracture; irregular particle model; inserting particle method; aircraft skin

光滑粒子流体动力学(Smoothed Particle Hydrodynamics^[1], SPH)方法是一种真正的无网格方法,它最突出的优点是大变形计算中不需要重新划分畸变的网格,现已广泛应用于鸟撞^[2-3]及太空碎片对航天器防护层碰撞^[4]等航空航天领域的仿真计算。它另外一个优点是可通过颗粒之间连接关系的失去自然地描述物理断裂。然而由于SPH有计算不稳定的缺点,通常会导致数值断裂^[5],数值断裂也表现为颗粒之间连接关系的失去。这样,数值断裂经常和真正的物理断裂混淆

在一起。特别在速度相对较低(相对几千米的超高速碰撞,并不是真正意义上的低速)的碰撞中,如使用SPH方法模拟弹丸以100~270 m/s的速度对飞机蒙皮等航空结构的碰撞,此时的数值断裂更加严重,已发现数值断裂可严重影响计算的精度^[6],因此阻止数值断裂是SPH仿真计算中一个亟待解决的问题。提高稳定性的方法一定程度上都可阻止数值断裂。P. W. Randles等^[5]使用守恒光滑的方法提高稳定性,守恒光滑的本质即滤波,一定程度上它可过滤掉一些高频波,消除不稳定引起的震荡,但也模糊掉了物理细节信息,使计算的精度降低;C. T. Dyka等^[7]通过增加应力点来提高稳定性,但在高维大变形的计算中,应力点位置的确定非常困难。上述的方法虽然原则上

收稿日期:2009-04-01; 修订日期:2009-07-20

基金项目:国家自然科学基金(10577016); 国防基础预研(A2720060277); 教育部“新世纪优秀人才支持计划”(NCET-080454); 111计划(B07050)

通讯作者:徐绯 E-mail: xufei@nwpu.edu.cn

可阻止数值断裂,但是还不能根除,数值断裂仍然会出现在计算中。K. Shintatea 等^[6]基于二维(2D)平面问题通过三角化网格并在网格内部加点阻止数值断裂,但是当遇到非凸结构时,颗粒经常加到不正确的地方,若推广到三维(3D)空间,三角化会使计算更加复杂。F. Xu 等^[9]提出了基于 Delaunay 剖分的三角化方法进行加颗粒,使得加点的位置更加均匀,但是该方法同样面临文献[8]中的方法遭遇的问题。针对规则分布的颗粒模型(颗粒完全平均分布,可按照某个方向进行排列),赵燕等^[6,10]分别提出了简单的适合于 2D 和 3D 的阻止 SPH 数值断裂的方法,结果均显示数值断裂可较好地阻止。但是当通过有限元前处理软件划分网格得到颗粒模型时,颗粒模型经常是非规则分布的,文献[6]和文献[10]中的方法就无法直接使用,文献[6]只提到颗粒非规则分布的情形,并没有给出该种情形下的具体算法及其应用。为了使文献[6]和文献[10]发展的阻止数值断裂的方法更加普遍适用,本文把文献[6]和文献[10]的方法推广到颗粒非规则分布的 2D/3D 情形,并评估了它的应用。

1 SPH 基本理论

1.1 基本的 SPH 方程

SPH 方法中使用的 3 个守恒方程分别为:

质量守恒方程

$$\frac{d\rho_i}{dt} = - \sum_{j=1}^N m_j (v_i^\beta - v_j^\beta) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_j^\beta} \quad (1)$$

动量守恒方程

$$\frac{dv_i^\alpha}{dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} - \pi_{ij} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_j^\beta} \quad (2)$$

能量守恒方程

$$\frac{de_i}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} - \pi_{ij} \right) (v_i^\alpha - v_j^\alpha) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_j^\beta} \quad (3)$$

式中: $\rho_i, m_j, v_i^\alpha, \sigma_i^{\alpha\beta}$ 和 e_i 分别为密度、质量、速度、应力和比内能,下标 i 和 j 为颗粒标号; N 为与颗粒 i 作用的颗粒总数; t 为积分时间; α 和 β 分别为空间维数,通常取 1, 2, 3; W_{ij} 为核函数,通常取为三次样条函数, π_{ij} 为人工黏性力,详情见文献[11]。

1.2 本构方程

总应力 $\sigma^{\alpha\beta}$ 、压力 P 和偏应力 $S^{\alpha\beta}$ 之间的关系

为

$$\sigma^{\alpha\beta} = -P\delta^{\alpha\beta} + S^{\alpha\beta} \quad (4)$$

通过 Mie-Gruneisen 状态方程确定压力 p , 采用 Jaumann 应力率确定偏应力率。用 von Mises 屈服准则判断粒子是否屈服。如果等效应力 σ_{eff} 大于屈服强度 Y , 偏应力分量修正为

$$S_{\text{update}}^{\alpha\beta} = S^{\alpha\beta} \frac{Y}{\sigma_{\text{eff}}} \quad (5)$$

用 Johnson-Cook 屈服模型计算屈服应力,式(4)和式(5)中的详细信息可参考文献[11]。

1.3 断裂准则

当颗粒的等效应变达到断裂应变时,认为该颗粒发生物理断裂。当颗粒的等效应变没有达到断裂应变 M , 并且该颗粒和它的邻居颗粒的距离大于临界值 L 时,认为该颗粒发生数值断裂。当发生真正的断裂时,物体可承受压应力,不能承受拉应力。 L 的取值,可参考公式 $L = d + \epsilon_1 d$, d 为正常的颗粒间距, ϵ_1 为材料的极限应变。

2 适用于颗粒非规则分布的加颗粒方法

适用于颗粒非规则分布的加颗粒方法包括以下 3 个步骤。

(1) 确定颗粒之间的连接关系(SPH 计算前)

对于大多数结构,只能通过有限元前处理软件划分先得到网格模型(如图 1 所示的 2D 三角形网格,3D 情形下为四面体),借助网格模型的连接关系得到 SPH 颗粒模型的连接关系。对于图 1 中任意颗粒 p_i ,可认为与 P_i 所在三角形(四面体)共享边(面)的三角形(四面体)内的颗粒为其相邻颗粒,如图 1 被粗线连接的颗粒 P_j (此时 $j=1, 2, 3$)。这样对于区域内的所有颗粒,总可通过上述方法给每个颗粒找到相邻颗粒,并记录下这种连接关系。颗粒集合记为 A , 颗粒的连接关系集合记为 B 。

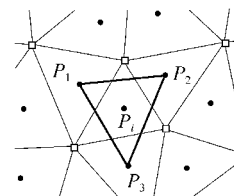


图 1 非规则分布颗粒的连接关系确定示意图

Fig. 1 Determination of connection relations for irregular particles

(2) 动态添加颗粒(SPH 计算中)

① 每隔一定的 SPH 计算步骤,对集合 A 中

每个颗粒对应的 B 中的每个连接关系进行检查, 如对任意的颗粒 P_i , 它的任一邻居颗粒为 P_j , 当 P_i 和 P_j 满足数值断裂准则时, 在颗粒 P_i 和 P_j 间加颗粒 P_{ij} , 如图 2 所示, P_{ij} 带的物理量通过下面方式获得:

设 P_i, P_j 和 P_{ij} 的坐标分别为 x_i, x_j 和 x_{ij} , 则

$$x_{ij} = (x_i + x_j)/2 \quad (6)$$

② 设 P_i, P_j 和 P_{ij} 的初始质量分别为 m_i, m_j 和 m_{ij} ; 速度分别为 v_i, v_j 和 v_{ij} 。若设 P_{ij} 分别分得 P_i 和 P_j 的 $1/3$ 质量, 则同时也分得了 P_i 和 P_j 的 $1/3$ 动量, 那么新加颗粒 P_{ij} 的质量和速度分别为

$$m_{ij} = (m_i + m_j)/3 \quad (7)$$

$$v_{ij} = (m_i v_i + m_j v_j)/(m_i + m_j) \quad (8)$$

③ 原有颗粒 P_i 和 P_j 的质量分别更新为

$$m_{i, \text{update}} = 2m_i/3 \quad (9)$$

$$m_{j, \text{update}} = 2m_j/3 \quad (10)$$

P_{ij} 所携带的其他物理量(密度和应变等)均可根据速度的获得方式得到。

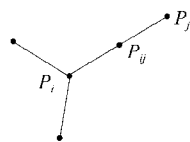


图 2 加颗粒示意图

Fig. 2 Sketch of adding particles

(3) 动态更新颗粒连接关系

把颗粒 P_{ij} 加入到集合 A , 并更新集合 B 中 P_i 和 P_j 的连接关系, P_{ij} 代替 P_j 作为 P_i 的相邻颗粒, P_{ij} 代替 P_i 作为 P_j 的相邻颗粒。 P_{ij} 的相邻颗粒为 P_i 和 P_j 。然后继续 SPH 计算。

从上述的加颗粒过程可看出, 质量和动量均保持守恒, 动能有微小的变化, 变化量为

$$\Delta E = m_i m_j (v_i - v_j)^2 / (6m_i + 6m_j) \quad (11)$$

从上述过程亦可看出, 加颗粒的方式是线性的加点方式, 由凸集的性质可知, 新加颗粒位于已有相邻颗粒的中间, 故新加颗粒不会位于结构的外面。和文献[6]中颗粒规则分布的加颗粒方法相比较, 主要不同在于颗粒连接关系的确定, 颗粒规则分布模型的加颗粒方法使用范围较特殊, 颗粒非规则分布模型的加颗粒方法使用范围更普遍, 但是后者的计算效率没有前者高, 因为前者只需检查 1 次相邻颗粒, 而后者需要检查 2 次。

3 加颗粒方法在侵彻和贯穿等问题中的适用性

现考察颗粒 P_i 周围颗粒的变化情况。在高速碰撞中该粒子周围的颗粒可能变化很大, 总结起来有两种情况: ① 原来是 P_i 的邻居颗粒, 大变形后不再是 P_i 的邻居颗粒, 设此颗粒为 P_j ; ② 原来不是 P_i 的邻居颗粒, 大变形后变成了 P_i 的邻居颗粒, 设此颗粒为 P_k 。大变形是逐步累加起来的, 不可能在一个时间步之内完成, 否则, 该算法就发散了。在大变形发生的每个时间步, 本文方法都可实时地处理数值断裂。对于情形①, 在每个时间步, 都可以实时地检查 P_i 和 P_j 的距离, 当发现两者的距离足够大(P_j 相对远离 P_i), 若满足数值断裂的条件, 会增加一个新颗粒 P_m , 此时颗粒连接关系也随之发生变化, 新颗粒 P_m 变为 P_i 的邻居(P_m 也为 P_j 的邻居), P_j 不再是 P_i 的邻居。所以此种情形下, P_i 的邻居颗粒是实时动态变化的。对于情形②, 本文没有把 P_k 作为 P_i 的邻居颗粒考虑, 因为 P_k 是逐步靠近 P_i 的, 靠近的过程中, 两者距离是变小的, 数值断裂是不可能发生的, 所以是否考虑 P_k 是 P_i 的邻居颗粒不重要。进一步, 即使再过一段时间, P_k 离开 P_i , 两者满足数值断裂的标准, 不考虑两者之间加颗粒也是没关系的。因为当 P_i 附近发生数值断裂时, 不可能只有两个颗粒之间距离变大了, 会有一部分颗粒都满足数值断裂的条件(会有一部分颗粒之间的距离变大), 那么在 P_i 和其他邻居之间加入颗粒或者在周围别的满足数值断裂的相邻颗粒之间加入颗粒均能达到阻止数值断裂的目的, P_i 和 P_k 之间是否增加颗粒关系不大。本文加颗粒方法只是加颗粒方式的一种, 还可以有其他的方式, 只要能实时地在数值断裂的地方加颗粒均是可行的。因此本文的方法完全可以动态地、实时地阻止固体力学大变形计算中的数值断裂。

4 加颗粒技术的有效性验证

现有弹性悬臂梁(认为不会发生断裂), 底端固定, 顶部以 100 m/s 的速度运动。几何尺寸为 4 mm × 4 mm × 20 mm。图 3(a) 给出了四面体的网格模型, 从该网格模型得到颗粒非规则分布模型, 并借助该网格模型得到颗粒非规则分布模型的颗粒连接关系(为阻止可能发生的数值断裂作准备)。图 3(b) 和图 3(c) 分别为传统 SPH 方法和实施加颗粒方法之后的 SPH 方法得到的仿真结果。

图 3(b)中靠近底端变形较大的部位出现了数值断裂,图 3(c)中没有出现数值断裂。由此可见,对于非规则分布的颗粒模型,本文提出的加颗粒技术可很好地应用于 3D SPH 计算以阻止数值断裂。

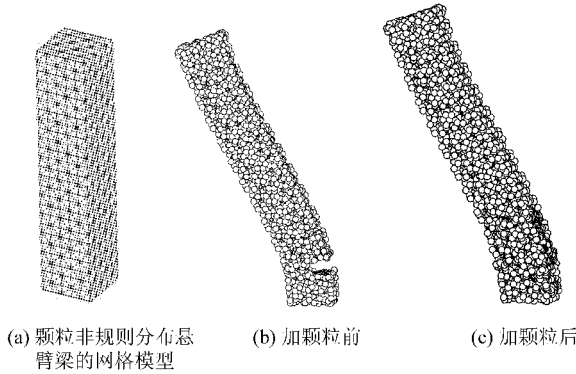


图 3 悬臂梁运动中数值断裂的阻止

Fig. 3 Prevention of numerical fracture on cantilever beams moving

5 应用与讨论

计算模型为钢弹以 130~250 m/s 的速度撞击飞机铝合金蒙皮。弹丸直径为 12.7 mm,长度为 51 mm,靶板长和宽均为 300 mm,厚 3 mm。在 2D 情形下进行数值模拟。靶板使用非规则分布的颗粒模型。图 4 为颗粒非规则分布对应的网格模型(为了清晰显示,只取靶板的部分)。整个模型共有 5 010 个粒子,其中弹丸有 2 634 个粒子,靶板有 2 376 个粒子。时间步长、材料的 Mie-Gruneisen 状态方程参数、Johnson-Cook 模型参数以及材料破坏参数 M 与文献[6]中所用都相同。另一断裂参数 $L=1.125$ mm,光滑长度 $h=0.625$ mm,人工黏性系数 $a=1.0, b=1.0$ 。(L 和 h 都与颗粒的间距有关,由于靶板颗粒间距与文献[6]不同,所以 L 和 h 的取值与文献[6]不同。

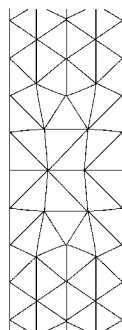


图 4 颗粒非规则分布的靶板的网格模型

Fig. 4 Mesh model of target with irregular-distribution particles

人工黏性系数的选取没有规则可依据,本研究选取依据为不能使颗粒震荡太厉害。)

用传统 SPH 方法和改进 SPH 方法分别进行了 130~230 m/s 不同速度的碰撞模拟,这里改进 SPH 方法指增加了加颗粒方法和断裂准则之后的 SPH 方法。算法流程如图 5 所示。

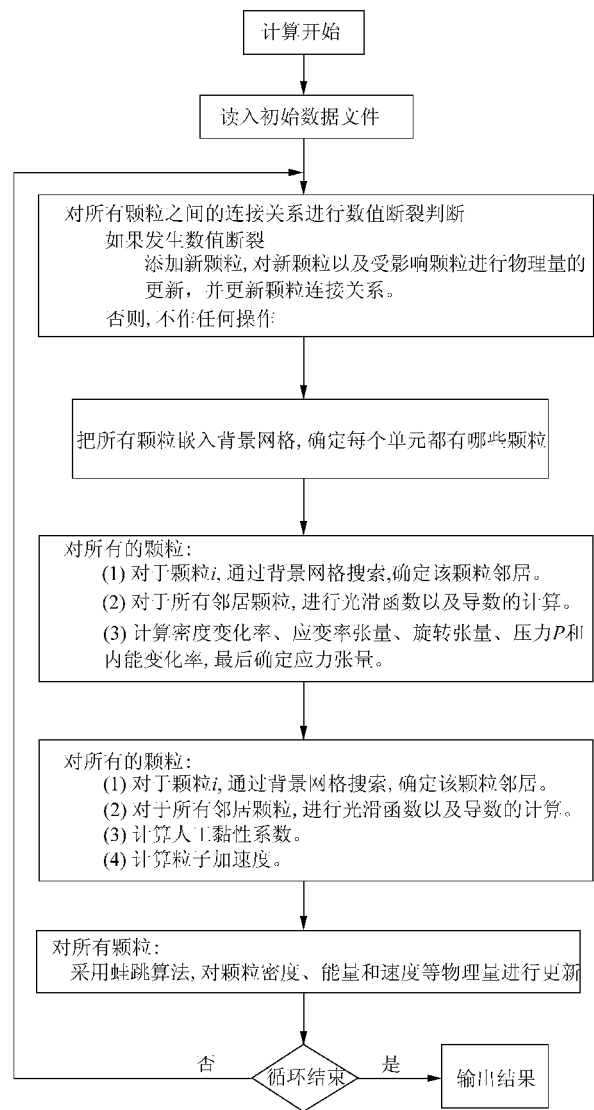


图 5 改进 SPH 算法流程图

Fig. 5 Program flow diagram of improved SPH method

为了排除断裂准则对数值断裂的影响,图 6 给出了传统 SPH 方法和只加断裂准则 SPH 方法的对比。由图 6 可以看出,断裂准则并不能阻止数值断裂的发生。

图 7 分别给出子弹速度分别为 130,170,230 m/s 这 3 种情况下的模拟结果。图 7(a)~图 7(c)均有明显的数值断裂。图 7(d)~图 7(f)显示出数值断裂得到了较好的治愈。

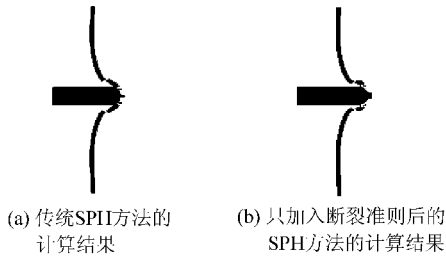


图6 断裂准则的影响
Fig. 6 Effect of fracture criterion

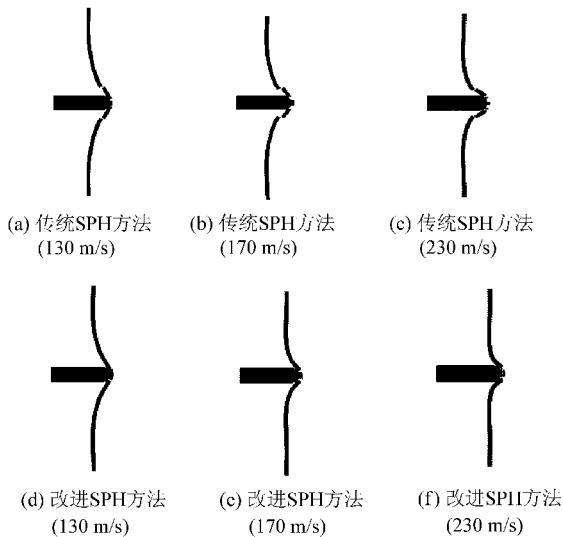


图7 传统SPH和改进SPH方法的模拟结果
Fig. 7 Simulation results from conventional SPH and improved SPH

图8给出了使用传统SPH方法和改进SPH方法时无量纲化的总动能、总内能以及总能量的变化情况。可看出对于颗粒非规则分布模型,改进方法没有造成系统能量有较大的变化,可较好地保证系统能量守恒。

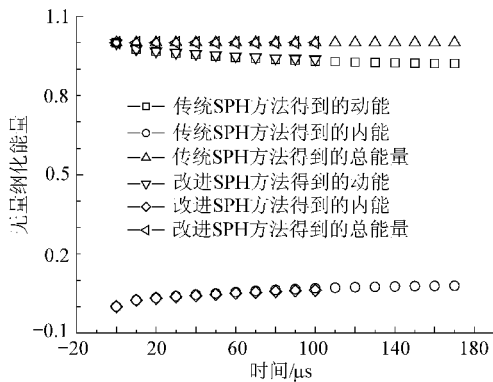


图8 子弹碰撞速度为170 m/s时的系统能量变化图
Fig. 8 Energy variation of system (impact velocity is 170 m/s)

图9~图11分别为碰撞后变形区直径、变形区深度以及子弹剩余速度的比较,所有物理量的测量均在子弹碰撞方向的平均速度刚好达到平衡时进行的。对于颗粒非规则分布模型,比较传统SPH方法和改进SPH方法得到的变形区直径(如图9)和变形区深度(如图10),可看出改进SPH方法得到的结果与试验值^[12]更接近。由图11可以看出,传统SPH方法和改进SPH方法得到的子弹剩余速度没有太大的差别。由此可见本文提出的对于颗粒非规则分布模型的加颗粒方法不但可治愈数值断裂而且还可提高计算精度。比较颗粒规则分布模型和颗粒非规则分布模型用改进SPH方法得到的结果,可看出两者非常地接近,从而验证了加颗粒方法(包括文献[6]提出的)的正确性,也说明了该技术是稳定的并且可较为普遍地使用。

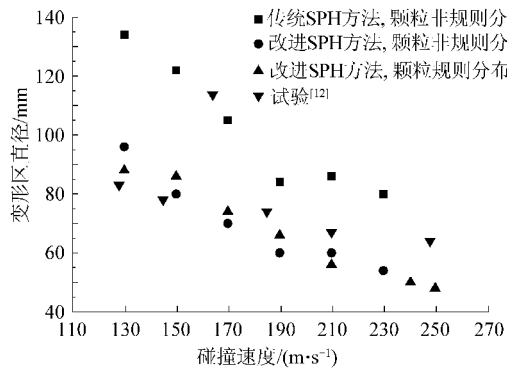


图9 变形区直径模拟与试验的比较
Fig. 9 Comparison of deformation diameter between simulation and experiment

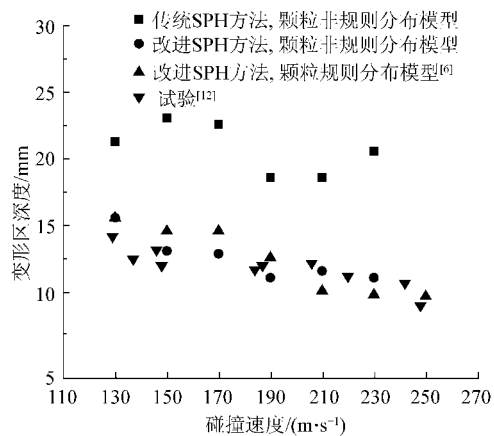


图10 变形区深度模拟与试验的比较
Fig. 10 Comparisons of deformation depth between simulation and experiment

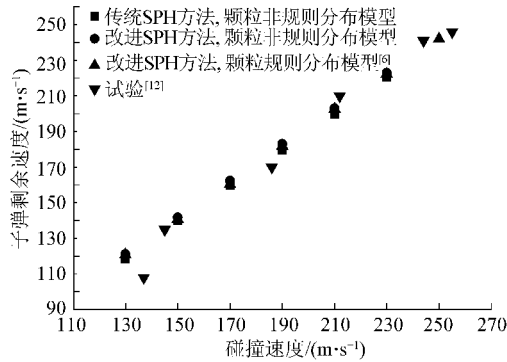


图 11 子弹剩余速度模拟与试验的比较

Fig. 11 Comparison of residual velocity of projectile between simulation and experiment

6 结 论

(1) 把适用于颗粒规则分布模型阻止数值断裂的方法推广到颗粒非规则分布的情形, 得到了一种适用于颗粒非规则分布的阻止数值断裂的加颗粒方法。该方法可容易地应用于 2D 和 3D 的 SPH 仿真计算, 并可实时地阻止数值断裂。理论上加点策略可保持系统的质量守恒和动量守恒, 能量有较小的变化, 数值计算中显示该方法引起的能量变化可忽略不计。

(2) 在钢弹撞击飞机蒙皮的非规则颗粒模型计算中, 提出的改进 SPH 方法不仅能较好地阻止数值断裂, 而且还提高了计算精度。

(3) 加颗粒方法不但可适用于颗粒规则分布的模型, 还可适用于颗粒非规则分布的模型。颗粒规则分布模型和非规则分布模型得到的计算结果相近, 该方法具有普遍适用性, 不影响 SPH 稳定性。

参 考 文 献

- [1] Gingold R A, Monaghan J J. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars[J]. Monthly Notices Royal Astronomical Society, 1977, 181: 375-389.
- [2] Mccarthy M A, Xiao J R, Mccarthy C T, et al. Modelling of bird strike on an aircraft wing leading edge made from fibre metal laminates—Part 2: modelling of impact with SPH bird model[J]. Applied Composite Materials, 2004, 11(5): 317-340.
- [3] Georgiadis S, Gunnion A J, Thomson R S. Bird-strike simulation for certification of the Boeing 787 composite moveable trailing edge[J]. Composite Structures, 2008, 86(1-3): 258-268.
- [4] Riedela W, Nahmea H, Whiteb D M, et al. Hypervelocity impact damage prediction in composites—Part II: experimental investigations and simulations[J]. International

Journal of Impact Engineering, 2006, 33(1-12): 670-680.

- [5] Randles P W, Libersky L D. Smoothed particle hydrodynamics: some recent improvements and applications[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1996, 139(1-4): 375-408.
- [6] 赵燕, 徐绯, 李玉龙, 等. 一种改进的可阻止 SPH 数值断裂的方法[J]. 爆炸与冲击(待发表). Zhao Yan, Xu Fei, Li Yulong, et al. An improved SPH method of preventing numerical fractures[J]. Explosion and Shock Waves (in Press). (in Chinese)
- [7] Dyka C T, Ingel R P. An approach for tension instability in smoothed particle hydrodynamics[J]. Computers and Structures, 1995, 57(4): 573-580.
- [8] Shintatea K, Sekine H. Numerical simulation of hypervelocity impacts of a projectile on laminated composite plate targets by means of improved SPH method[J]. Composites, Part A, 2004, 35(6): 683-692.
- [9] Xu F, Chen J S, Huang Q Q. The study of numerical stability in the SPH method[J]. Advanced Materials Research, 2008, 33-37(1-4): 839-844.
- [10] Zhao Y, Xu F, Li Y L, et al. A simple method in preventing numerical fractures of SPH computations[J]. Advanced Materials Research, 2008, 33-37(1-4): 845-850.
- [11] Liu G R, Liu M B. 光滑粒子流体动力学——一种无网格粒子法[M]. 韩旭, 杨刚, 强洪夫, 译. 湖南: 湖南大学出版社, 2005: 119-121. Liu G R, Liu M B. Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method[M]. Han Xu, Yang Gang, Qiang Hongfu, translated. Hunan: Hunan University Press, 2005: 119-121. (in Chinese)
- [12] 展全伟, 郭伟国, 李玉龙, 等. 飞机加强蒙皮在 12.7 mm 弹丸撞击下的变形与破坏[J]. 爆炸与冲击, 2006, 26(3): 229-233. Zhan Quanwei, Guo Weiguo, Li Yulong, et al. Study on damage of a reinforced aircraft skin subjected to 12.7 mm projectile impact[J]. Explosion and Shock Waves, 2006, 26(3): 229-233. (in Chinese)

作者简介:

赵燕(1979—) 女, 博士研究生。主要研究方向: SPH 方法稳定性及不连续 SPH 方法。

E-mail: zhaoyan1031@mail.nwpu.edu.cn

徐绯(1970—) 女, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 无网格和动态断裂等。

Tel: 029-88493705

E-mail: xufei@nwpu.edu.cn

李玉龙(1961—) 男, 博士, 教授, 博士生导师, 长江学者。主要研究方向: 冲击动力学和复合材料力学。

Tel: 029-88494859

E-mail: liyulong@nwpu.edu.cn

(编辑: 徐晓)