

文章编号:1000-6893(2009)07-1208-06

基于拉格朗日力学的伞-弹系统动力学模型

朱勇, 刘莉

(北京理工大学 宇航学院, 北京 100081)

Dynamic Model of Parachute-projectile Systems Based on Lagrange Mechanics

Zhu Yong, Liu Li

(School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

摘要: 为了回避牛顿力学体系在多体动力学建模过程中存在的复杂约束力求解问题,以拉格朗日力学体系为基础,从分析力学的角度出发,建立了铅垂平面内降落伞-弹系统五自由度动力学模型。详细介绍了拉格朗日力学体系动力学建模过程,推导了铅垂平面内伞-弹系统动能公式,解决了伞-弹系统广义力求解问题,给出了伞-弹所受空气动力的广义力表示。算例将建立的伞-弹系统模型和牛顿力学体系下简化的伞-弹模型进行对比,两种模型计算结果吻合,验证了本文模型的正确性。降落伞-弹系统动力学模型验证了拉格朗日力学在常规飞行器动力学建模中的可行性,为使用 ADAMS 等基于拉格朗日力学思想建模的商业软件进行伞-弹系统动力学求解提供理论依据,可以用于指导伞-弹系统的分析和设计。

关键词: 降落伞; 多体动力学; 拉格朗日力学; 飞行力学; 外弹道学

中图分类号: V212 **文献标识码:** A

Abstract: Based on Lagrange mechanics and starting from analytical mechanics, a five-degree-of-freedom dynamic model of the terminal descent of a parachute-projectile system is developed. Compared with the parachute system models based on Newton mechanics, this model is better for multi-body dynamics, for the solution of binding forces between the parachute and the projectile is avoided. The Lagrange mechanics modeling process is introduced in detail. The parachute-projectile system's kinetic energy equation is deduced and the generalized forces are solved. Through an example, the validity of the model is verified by comparing the parachute-projectile dynamic models based on Lagrange mechanics and Newton mechanics. The feasibility of the flight vehicle dynamic modeling process based on Lagrange mechanics is verified, which provides theoretical basis of using ADAMS to solve the parachute-projectile system dynamics problems. This method can be used in the parachute-projectile system analysis and design.

Key words: parachutes; multi-body dynamics; Lagrange mechanics; flight dynamics; exterior ballistics

降落伞-弹系统是复杂的多体动力学系统,其数学模型建立与仿真一直是飞行力学研究的难点和热点。目前,伞-弹系统动力学建模沿用导弹飞行力学的思路,基于牛顿力学体系。1967年 R. E. Ericksen 等^[1]建立了伞-物系统 6 自由度平面动力学模型。1968年, F. M. White 等^[2]建立了伞-物系统五自由度动力学模型。1971年, D. F. Wolf^[3]继续研究,假设伞-物各有 5 个自由度,分析了伞-物系统动稳定性问题。1977年, C. Tory 等^[4]建立了伞-物系统 6 自由度动力学模型。1992年, D. Karl-Friedrich 等^[5]建立了伞-弹九自由度动力学模型,并引入了四元数思想。2002年, V. Dobrokhodov 等^[6-7]针对可控圆形伞-物系统进行了 6 自由度动力学建模,并开发出相应的

控制硬件。2003年, G. Guglieri 等^[8]给出了伞-舱系统动力学建模过程,通过飞行试验数据验证了模型正确性。2006年, J. R. Neuhaus 等^[9]详细分析了伞-弹模型建模过程中伞绳模型、伞的空气动力和表观质量等具体问题,编写了伞-弹系统求解软件。国内很多学者也在进行伞-弹系统动力学模型研究。2001年,舒敬荣等^[10]建立了伞-弹系统三体运动学模型。2003年,张青斌等^[11-12]在前人基础上继续伞-弹系统多体动力学建模工作,并给出了伞绳质量弹簧阻尼模型。2007年,唐乾刚等^[13-14]建立了伞-弹系统九自由度动力学模型,并将其用于末敏弹目标识别分析中。2004年,彭勇^[15]推导了伞-舱系统 12 自由度运动方程。

采用前人建立的动力学模型求解伞-弹系统的过程中发现伞-弹之间的约束力不易求解。文献^[1,3,5,10,15]中采用几何关系消去伞-弹间多

收稿日期: 2008-05-20; 修订日期: 2008-09-06
通讯作者: 朱勇 E-mail: zhuyong@bit.edu.cn

余自由度,通过微分项推导约束力计算公式,隐含复杂的迭代计算,约束力求解存在很大难度。拉格朗日力学作为力学另一种描述方式,是处理多体动力学问题更实效的方法,回避了约束力求解这一难题^[16]。本文利用第二类拉格朗日方程建立了伞-弹系统动力学模型,避免了复杂约束力的求解。

1 牛顿力学伞-弹系统建模

前人研究伞-弹系统动力学模型时都基于牛顿力学体系,其核心是牛顿第二定律:

$$ma = m\ddot{s} = F \quad (1)$$

式(1)右端包含伞-弹间约束力,不易求解。从参考文献看,约束力解决有以下两种途径:

(1)文献[2,4,13]把伞-弹系统当作整体,建立一套动力学方程。文献[2,4]对伞-弹系统的质心建立方程,文献[13]考虑伞-弹之间经球铰连接,如图1(a)所示,对球铰点建立方程。它们回避约束力的出现,但方程只描述伞-弹整体运动学情况,不能反映伞-弹各自的姿态,即无法求解迎角,但气动力与迎角有关。另外球铰只是伞-弹连接的一种特例情况,一般伞-弹采用吊带连接,如图1(b)所示。

(2)文献[1,3,5,10,15]利用吊带长度建立约束方程。无论吊带为固定长度,还是弹簧模型,都能获得伞-弹之间的几何关系。由几何关系推导出伞-弹之间约束力公式。该公式需迭代求解,二阶求导过程增加了计算难度。

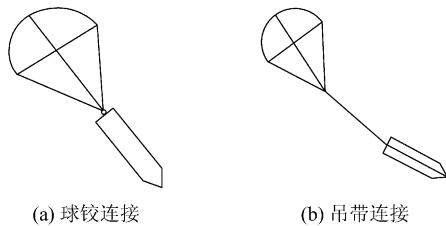


图1 伞-弹系统示意图

Fig.1 Schematic of parachute-projectile system

牛顿力学下建立的方程中,变量的物理意义直观,特别分析系统稳定性和控制问题时,具有很强的优势。但牛顿力学在多体动力学应用上,物体间约束力求解给方程带来巨大的考验,有必要寻找其他方法解决这个问题。

2 拉格朗日力学

拉格朗日力学是以达朗贝尔原理和虚位移原

理为基础,导出动力学普遍方程和第二类拉格朗日方程。一般采用第二类拉格朗日方程进行建模,运算过程非常程式化,在应用中有重要意义。第二类拉格朗日方程为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k \quad (k = 1, 2, \dots, 3n - s) \quad (2)$$

式中: T 为系统的动能; q_k 为系统广义坐标; Q_k 为系统的广义力; k 为系统独立的自由度个数; n 为组成质点系的质点个数; s 为完整约束。对于由 n 个质点组成,具有 s 个完整约束的理想约束系统,自由度个数为 $3n - s$ 。

按照式(2)可以列出 k 个方程,这和系统自由度个数相同,方程封闭。建模关键是选取合适的广义坐标,写出以广义坐标表示的系统动能 T 的表达式,求解广义坐标对应的广义力 Q_k 。

$$T = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} m_i V_i^2 + \frac{1}{2} J_i \omega_i^2 \right) \quad (3)$$

$$Q_k = \frac{\sum \delta W'_F}{\delta q_k} \quad (4)$$

式中: m_i, V_i, J_i, ω_i 分别为质点系中质点 i 的质量、速度、转动惯量和转动角速度; W'_F 为主动动力在相应的虚位移中所做的虚功。

3 伞-弹系统动力学模型建立

3.1 铅垂面内模型

本文仅建立伞-弹系统铅垂平面内模型,这是基于以下4点考虑的:①当不考虑横风影响时,铅垂平面内的伞-弹动力学模型已经能达到所需的计算精度;②本文所考虑的是减速伞,飞行器与减速伞本身不旋转,于是不考虑滚转上的自由度;③为了说明拉格朗日力学体系下伞-弹系统动力学建模的思路,介于篇幅,本文只推导铅垂平面内伞-弹系统动力学模型(5个广义自由度);④目前很多商业软件基于拉格朗日力学思想进行建模,并且很成熟。本文验证了拉格朗日力学在伞-弹系统建模中的合理性,对于三维空间里伞-弹系统可以借助商业软件进行建模。

3.2 伞-弹系统

对处于稳定减速状态下的伞-弹系统做如下假设:①降落伞是轴对称的,伞衣完全充满后具有固定形状,认为其是刚体;②仅考虑伞衣产生

的气动力,忽略伞绳和吊带上产生的气动力,忽略吊带质量,认为其是不可拉伸的无重杆;③忽略弹体尾流对降落伞的影响;④认为地球是一个平面。

基于以上假设,选择降落伞质心坐标 x_p, y_p 和 3 个角 $\varphi_p, \varphi_c, \varphi_b$ 作为广义坐标; l_p, l_c, l_b 分别为降落伞、伞绳和弹体的参考长度。其物理意义如图 2 所示。

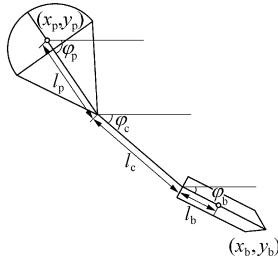


图 2 伞-弹系统广义坐标

Fig. 2 Generalized parachute-projectile system coordinates

3.3 动力学模型推导

伞的动能为

$$T_p = \frac{1}{2} m_p (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2) + \frac{1}{2} a_{11} (\dot{x}_p^2 \cos^2 \varphi_p - 2\dot{x}_p \dot{y}_p \cos \varphi_p \sin \varphi_p + \dot{y}_p^2 \sin^2 \varphi_p) + \frac{1}{2} a_{22} (\dot{x}_p^2 \sin^2 \varphi_p - 2\dot{x}_p \dot{y}_p \cos \varphi_p \sin \varphi_p + \dot{y}_p^2 \cos^2 \varphi_p) + \frac{1}{2} (J_p + a_{66}) \dot{\varphi}_p^2 \quad (5)$$

式中: m_p 为降落伞质量; J_p 为降落伞转动惯量; a_{11}, a_{22} 和 a_{66} 分别为流体非定常运动引起的降落伞表观质量和表观转动惯量。 a_{11} 为沿伞轴方向的表观质量, a_{22} 为垂直伞轴方向的表观质量, a_{66} 为绕垂直铅垂平面的轴的表观转动惯量^[13,17-18]。

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1 \quad \mathbf{A}_2 \quad \mathbf{A}_3 \quad \mathbf{A}_4 \quad \mathbf{A}_5]$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} m_p + m_b + a_{11} \cos^2 \varphi_p + a_{22} \sin^2 \varphi_p \\ (a_{22} - a_{11}) \cos \varphi_p \sin \varphi_p \\ -m_b l_p \sin \varphi_p \\ -m_b l_c \sin \varphi_c \\ -m_b l_b \sin \varphi_b \end{bmatrix}, \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} (a_{22} - a_{11}) \cos \varphi_p \sin \varphi_p \\ m_p + m_b + a_{11} \sin^2 \varphi_p + a_{22} \cos^2 \varphi_p \\ -m_b l_p \cos \varphi_p \\ -m_b l_c \cos \varphi_c \\ -m_b l_b \cos \varphi_b \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} -m_b l_p \sin \varphi_p \\ -m_b l_p \cos \varphi_p \\ J_p + a_{66} + m_b l_p^2 \\ m_b l_p l_c \cos(\varphi_p - \varphi_c) \\ m_b l_p l_b \cos(\varphi_p - \varphi_b) \end{bmatrix}, \mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} -m_b l_c \sin \varphi_c \\ -m_b l_c \cos \varphi_c \\ m_b l_p l_c \cos(\varphi_p - \varphi_c) \\ m_b l_c^2 \\ m_b l_c l_b \cos(\varphi_c - \varphi_b) \end{bmatrix}, \mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} -m_b l_b \sin \varphi_b \\ -m_b l_b \cos \varphi_b \\ m_b l_p l_b \cos(\varphi_p - \varphi_b) \\ m_b l_c l_b \cos(\varphi_c - \varphi_b) \\ J_b + m_b l_b^2 \end{bmatrix}$$

$$a_{ii} = k_{ii} \rho V_f \quad (i = 1, 2) \quad (6)$$

$$a_{66} = k_{66} I_f \quad (7)$$

式中: k_{ii} 和 k_{66} 为表观质量系数, 需要通过试验获得; ρ 为空气密度; V_f 为降落伞所排开的流体的特征体积; I_f 为降落伞所排开的流体的特征转动惯量。

$$V_f = \pi d_p^3 / 12 \quad (8)$$

$$I_f = \rho V_f d_p^2 / 16 \quad (9)$$

式中: d_p 为降落伞参考直径。

弹体的动能为

$$T_b = \frac{1}{2} m_b [(\dot{x}_p - \dot{\varphi}_p l_p \sin \varphi_p - \dot{\varphi}_c l_c \sin \varphi_c - \dot{\varphi}_b l_b \sin \varphi_b)^2 + (\dot{y}_p - \dot{\varphi}_p l_p \cos \varphi_p - \dot{\varphi}_c l_c \cos \varphi_c - \dot{\varphi}_b l_b \cos \varphi_b)^2] + \frac{1}{2} J_b \dot{\varphi}_b^2 \quad (10)$$

式中: m_b 为弹体质量; J_b 为弹体转动惯量。

伞-弹系统的动能为

$$T = T_p + T_b = \frac{1}{2} (m_p + m_b) (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2) + \frac{1}{2} a_{11} (\dot{x}_p^2 \cos^2 \varphi_p - 2\dot{x}_p \dot{y}_p \cos \varphi_p \sin \varphi_p + \dot{y}_p^2 \sin^2 \varphi_p) + \frac{1}{2} a_{22} (\dot{x}_p^2 \sin^2 \varphi_p - 2\dot{x}_p \dot{y}_p \cos \varphi_p \sin \varphi_p + \dot{y}_p^2 \cos^2 \varphi_p) + \frac{1}{2} [(J_p + a_{66}) \dot{\varphi}_p^2 + J_b \dot{\varphi}_b^2] + \frac{1}{2} m_b (\dot{\varphi}_p^2 l_p^2 + \dot{\varphi}_c^2 l_c^2 + \dot{\varphi}_b^2 l_b^2) + m_b [\dot{\varphi}_p \dot{\varphi}_c l_p l_c \cos(\varphi_p - \varphi_c) + \dot{\varphi}_p \dot{\varphi}_b l_p l_b \cos(\varphi_p - \varphi_b) + \dot{\varphi}_c \dot{\varphi}_b l_c l_b \cos(\varphi_c - \varphi_b)] - m_b [\dot{\varphi}_p l_p (\dot{x}_p \sin \varphi_p + \dot{y}_p \cos \varphi_p) + \dot{\varphi}_c l_c (\dot{x}_p \sin \varphi_c + \dot{y}_p \cos \varphi_c) + \dot{\varphi}_b l_b (\dot{x}_p \sin \varphi_b + \dot{y}_p \cos \varphi_b)] \quad (11)$$

利用式(2)推导整理可得伞-弹动力学模型为

$$\mathbf{A} \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}}^2 + \mathbf{C} + \mathbf{Q} \quad (12)$$

式中:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B} &= [\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{B}_2 \quad \mathbf{B}_3 \quad \mathbf{B}_4 \quad \mathbf{B}_5] \\
 \mathbf{B}_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (a_{11} - a_{22}) \sin \varphi_p \cos \varphi_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (a_{22} - a_{11}) \sin \varphi_p \cos \varphi_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B}_3 &= \begin{bmatrix} m_b l_p \cos \varphi_p \\ -m_b l_p \sin \varphi_p \\ 0 \\ m_b l_p l_c \sin(\varphi_p - \varphi_c) \\ m_b l_p l_b \sin(\varphi_p - \varphi_b) \end{bmatrix}, \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} m_b l_c \cos \varphi_c \\ -m_b l_c \sin \varphi_c \\ -m_b l_p l_c \sin(\varphi_p - \varphi_c) \\ 0 \\ m_b l_c l_b \sin(\varphi_c - \varphi_b) \end{bmatrix}, \mathbf{B}_5 = \begin{bmatrix} m_b l_b \cos \varphi_b \\ -m_b l_b \sin \varphi_b \\ -m_b l_c l_b \sin(\varphi_c - \varphi_b) \\ -m_b l_p l_b \sin(\varphi_p - \varphi_b) \\ 0 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} (a_{22} - a_{11}) \dot{\varphi}_p [\dot{x}_p \sin(2\varphi_p) + \dot{y}_p \cos(2\varphi_p)] \\ (a_{22} - a_{11}) \dot{\varphi}_p [\dot{x}_p \cos(2\varphi_p) - \dot{y}_p \sin(2\varphi_p)] \\ (a_{22} - a_{11}) \dot{x}_p \dot{y}_p \cos(2\varphi_p) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 \ddot{\mathbf{q}} &= [\ddot{x}_p \quad \ddot{y}_p \quad \ddot{\varphi}_p \quad \ddot{\varphi}_c \quad \ddot{\varphi}_b]^T \\
 \dot{\mathbf{q}}^2 &= [\dot{x}_p^2 \quad \dot{y}_p^2 \quad \dot{\varphi}_p^2 \quad \dot{\varphi}_c^2 \quad \dot{\varphi}_b^2]^T \\
 \mathbf{Q} &= [Q_{x_p} \quad Q_{y_p} \quad Q_{\varphi_p} \quad Q_{\varphi_c} \quad Q_{\varphi_b}]^T
 \end{aligned}$$

广义力 $Q_{x_p}, Q_{y_p}, Q_{\varphi_p}, Q_{\varphi_c}$ 和 Q_{φ_b} 的求解方法如下:

设 X_b, Y_b 为弹体上所受的阻力和升力, 它们分别沿速度的相反方向和与速度垂直的方向, 如图 3 所示。

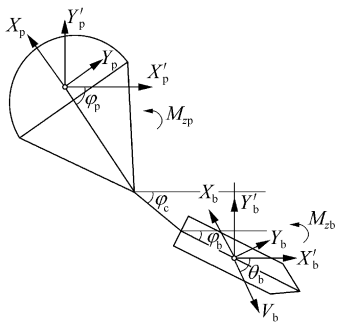


图 3 伞-弹系统空气动力

Fig. 3 Parachute-projectile system aerodynamics

将 X_b, Y_b 往水平方向和铅垂方向投影, 可得

$$\begin{cases} X'_b = Y_b \sin(-\theta_b) - X_b \cos(-\theta_b) \\ Y'_b = Y_b \cos(-\theta_b) + X_b \sin(-\theta_b) \end{cases} \quad (13)$$

式中: θ_b 为弹体弹道倾角, 其计算公式为

$$\theta_b = \arctan\left(\frac{\dot{y}_b}{\dot{x}_b}\right) \quad (14)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_b = \dot{x}_p - \dot{\varphi}_p l_p \sin \varphi_p - \dot{\varphi}_c l_c \sin \varphi_c - \dot{\varphi}_b l_b \sin \varphi_b \\ \dot{y}_b = \dot{y}_p - \dot{\varphi}_p l_p \cos \varphi_p - \dot{\varphi}_c l_c \cos \varphi_c - \dot{\varphi}_b l_b \cos \varphi_b \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} X_b = \frac{1}{2} \rho v_b^2 C_{Db} S_b \\ Y_b = \frac{1}{2} \rho v_b^2 C_{Lb} S_b \end{cases} \quad (16)$$

式中: ρ 为空气密度; v_b 为弹体速度; C_{Db} 为弹体阻力系数; C_{Lb} 为弹体升力系数; S_b 为弹体参考面积。

$$v_b = \sqrt{\dot{x}_b^2 + \dot{y}_b^2} \quad (17)$$

$$\alpha_b = \vartheta_b - \theta_b \quad (18)$$

弹体俯仰角为

$$\vartheta_b = \arctan\left(\frac{y_b}{x_b}\right) \quad (19)$$

$$\begin{cases} x_b = x_p + l_p \cos \varphi_p + l_c \cos \varphi_c + l_b \cos \varphi_b \\ y_b = y_p - l_p \sin \varphi_p - l_c \sin \varphi_c - l_b \sin \varphi_b \end{cases} \quad (20)$$

式(14)~式(20)都可以表示为 5 个广义坐标的关系, 由它们就能求出式(13)中的气动力在水平方向和铅垂方向的投影。

设 X_p, Y_p 为降落伞上所受的切向力和法向力, 它们分别沿伞轴相反方向和垂直伞轴的方向, 如图 3 所示, 将其往水平方向和铅垂方向投影, 可得

$$\begin{cases} X'_p = Y_p \sin \varphi_p - X_p \cos \varphi_p \\ Y'_p = Y_p \cos \varphi_p + X_p \sin \varphi_p \end{cases} \quad (21)$$

式中:

$$\begin{cases} X_p = \frac{1}{2} \rho v_p^2 C_{Tp} S_p \\ Y_p = \frac{1}{2} \rho v_p^2 C_{Np} S_p \end{cases} \quad (22)$$

式中: v_p 为降落伞速度; C_{Tp} 为降落伞切向力系数; C_{Np} 为降落伞法向力系数; S_p 为降落伞参考面积。

$$v_p = \sqrt{\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2} \quad (23)$$

除了受空气动力和空气动力矩以外, 伞和弹上还受重力 $m_p g$ 和 $m_b g$, 伞的表观质量产生重力

$a_{11}g\sin\varphi_p - a_{22}g\cos\varphi_p$, 利用式(4)可以求出

$$\left. \begin{aligned} Q_{x_p} &= X'_p + X'_b \\ Q_{y_p} &= Y'_p + Y'_b - m_p g + a_{11}g\sin\varphi_p - \\ &\quad a_{22}g\cos\varphi_p - m_b g \\ Q_{\varphi_p} &= (m_b g - Y'_b)l_p \cos\varphi_p - X'_b l_p \sin\varphi_p - M_{z_p} \\ Q_{\varphi_c} &= (m_b g - Y'_b)l_c \cos\varphi_c - X'_b l_c \sin\varphi_c \\ Q_{\varphi_b} &= (m_b g - Y'_b)l_b \cos\varphi_b - X'_b l_b \sin\varphi_b - M_{z_b} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

由于选取的广义坐标是互相独立的, 为了解式(12), 还需添加以下5个方程:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_p}{dt} &= \dot{x}_p \\ \frac{dy_p}{dt} &= \dot{y}_p \\ \frac{d\varphi_p}{dt} &= \dot{\varphi}_p \\ \frac{d\varphi_c}{dt} &= \dot{\varphi}_c \\ \frac{d\varphi_b}{dt} &= \dot{\varphi}_b \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

联立式(12)和式(25)即可求解伞-弹动力学, 可以获得 $x_p, y_p, \varphi_p, \varphi_c, \varphi_b$ 和 $\dot{x}_p, \dot{y}_p, \dot{\varphi}_p, \dot{\varphi}_c, \dot{\varphi}_b$ 。由式(14)、式(17)~式(20)和式(23)可以求得其他关心的物理量: $x_b, y_b, \vartheta_b, \theta_b, \alpha_b, v_b, v_p$; 另外物理量 $\vartheta_p, \theta_p, \alpha_p$ 可由式(26)~式(28)求得

$$\vartheta_p = \arctan\left(\frac{y_p}{x_p}\right) \quad (26)$$

$$\theta_p = \arctan\left(\frac{\dot{y}_p}{\dot{x}_p}\right) \quad (27)$$

$$\alpha_p = \vartheta_p - \theta_p \quad (28)$$

4 算例

选用某弹丸减速伞作为算例来验证伞-弹模型的正确性。所选的参数为: 弹丸初始质量为 50 kg, 当弹丸通过弹道最高点之后, 在合适的时刻抛掉外罩, 质量减小为 12 kg, 展开降落伞, 对其进行减速, 使其在高度为 1 000 m 时, 速度减为 85 m/s。经过设计, 选用半球形降落伞, 其参考面积 S_p 为 0.062 m², 降落伞切向力系数 C_{T_p} 为 0.71(沿伞轴方向), 法向力系数 $C_{N_p} = 0.013\alpha_p$ (垂直于伞轴方向), 俯仰力矩系数 $m_{z_p} = -C_{N_p}L_p/d_p$, 其中 L_p 为伞压心到质心的距离, d_p 为伞的参考直径, 降落伞表观质量系数 $k_{11} = 1.1, k_{22} =$

0.3, $k_{66} = 0.34$ 。

计算中选择在 61 s 的时刻打开降落伞, 通过和牛顿力学体系下获得的模型进行对比, 验证本文推导模型的正确性, 分别进行两种情况下的降落伞减速弹道计算:

① 开伞前采用牛顿力学体系下建立的铅垂平面内弹丸动力学模型计算, 开伞后采用牛顿力学体系下建立的铅垂平面内伞-弹动力学模型进行计算。

② 开伞前采用牛顿力学体系下建立的铅垂平面内弹丸动力学模型计算, 开伞后转为采用本文推导的拉格朗日力学体系下伞-弹模型进行计算。

计算结果如图 4~图 5 所示, 从图中可以看出两种情况下计算结果吻合, 验证了本文推导的伞-弹系统动力学模型的正确性。

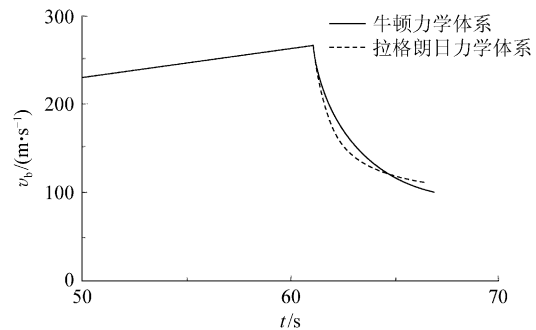


图4 减速段弹体速度曲线

Fig. 4 Velocity of projectile in decelerating

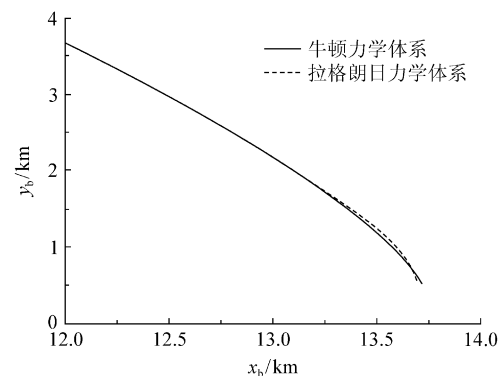


图5 减速段弹体射程-高度曲线

Fig. 5 Range-height of projectile in decelerating

5 结论

本文建立的基于拉格朗日力学的伞-弹铅垂平面内 5 自由度模型, 回避了牛顿力学体系下伞-弹系统建模中约束力计算复杂的问题。建立的伞-弹动力学模型解决了气动力的广义力表示问

题,可以将其用于 ADAMS 二次开发,以便借用 ADAMS 对伞-弹系统多体动力学进行仿真。由于本文算例针对的是减速伞,其弹道比较简单,在验证过程中进行了一定程度上的假设简化,模型有待于在其他类型降落伞设计中进行验证。另外有待于在日后的工作中开展伞-弹系统的实验,利用实验数据进一步验证本文推导的伞-弹动力学模型。

参 考 文 献

- [1] Ericksen R E, Guiteras J J, Larrivee J A, et al. A parachute recovery system dynamic analysis[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1967, 4(3): 321-326.
- [2] White F M, Wolf D F. A theory of three-dimensional parachute dynamic stability[J]. *Journal of Aircraft*, 1968, 5(1): 86-92.
- [3] Wolf D F. Dynamic stability of a nonrigid parachute and payload system[J]. *Journal of Aircraft*, 1971, 8(8): 603-609.
- [4] Tory C, Ayres R. Computer model of a fully-deployed parachute[J]. *Journal of Aircraft*, 1977, 14(7): 675-679.
- [5] Karl-Friedrich D, Hartmut S. Nine-degree-of-freedom simulation of rotating parachute systems[J]. *Journal of Aircraft*, 1992, 29(5): 774-781.
- [6] Dobrokhodov V, Yakimenko O, Junge C. Six-degree-of-freedom model of a controlled circular parachute [R]. AIAA-2002-4613, 2002.
- [7] Dobrokhodov V, Yakimenko O, Junge C. Simulink implementation of the 6DOF model of controlled circular parachute[R]. AIAA-2002-4970, 2002.
- [8] Guglieri G, Quagliotti F. Validation of a simulation model for a planetary entry capsule[J]. *Journal of Aircraft*, 2003, 40(1): 127-136.
- [9] Neuhaus J R, Kenney P S. A generic multibody parachute simulation model[R]. AIAA-2006-6622, 2006.
- [10] 舒敬荣, 王宝贵, 韩子鹏, 等. 伞-弹系统三体运动分析[J]. *航空学报*, 2001, 22(6): 481-485.
Shu Jingrong, Wang Baogui, Han Zipeng, et al. Analysis on three body motion of parachute-projectile systems[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2001, 22(6): 481-485. (in Chinese)
- [11] Zhang Q B. A new parachute deployment model by multibody dynamics[R]. AIAA-2003-2134, 2003.
- [12] 张青斌, 彭勇, 程文科, 等. 降落伞控制过程的质量阻尼弹簧模型[J]. *弹道学报*, 2003, 15(1): 31-36.
Zhang Qingbin, Peng Yong, Cheng Wenke, et al. A mass spring damper model of parachute deployment[J]. *Journal of Ballistics*, 2003, 15(1): 31-36. (in Chinese)
- [13] 唐乾刚, 张青斌, 张晓今, 等. 伞-弹系统九自由度动力学模型[J]. *兵工学报*, 2007, 28(4): 449-452.
Tang Qiangang, Zhang Qingbin, Zhang Xiaojin, et al. Nine-degree-of-freedom model of bomb-parachute system [J]. *Acta Armamentarii*, 2007, 28(4): 449-452. (in Chinese)
- [14] 唐乾刚, 王昱, 张青斌, 等. 伞-弹动力学及运动学在末敏弹目标识别中的应用[J]. *兵工学报*, 2007, 28(7): 796-799.
Tang Qiangang, Wang Yu, Zhang Qingbin, et al. Application of dynamics and kinematics of parachute-bomb system in target identification for a target sensitive projectile [J]. *Acta Armamentarii*, 2007, 28(7): 796-799. (in Chinese)
- [15] 彭勇. 载人飞船回收系统若干动力学问题的研究与应用 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2004.
Peng Yong. Research and application of some dynamic problem of the recovery system of manned spacecraft [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2004. (in Chinese)
- [16] 苏运荪. 理论力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990.
Su Yunsun. Theoretical mechanics [M]. Beijing: Higher Education Press, 1990. (in Chinese)
- [17] Cockrell D J, Doherr K F, Polpitiye S J. Further experimental determination of parachute virtual mass coefficients [R]. AIAA-1984-0797, 1984.
- [18] Cockrell D J, Shen C Q, Harwood R J, et al. Aerodynamic forces acting on parachutes in unsteady motion and the consequential dynamic stability characteristics [R]. AIAA-1986-2470, 1986.

作者简介:

朱勇(1983—) 男,博士研究生。主要研究方向:飞行器总体设计,弹道设计。

Tel: 010-68913290

E-mail: zhuyong@bit.edu.cn

刘莉(1964—) 女,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:飞行器总体设计,结构设计。

Tel: 010-68914534

E-mail: liuli@bit.edu.cn

(编辑:赵利)