

文章编号:1000-6893(2009)06-1109-10

多导弹时间协同制导:一种领弹-被领弹策略

张友安¹, 马国欣¹, 王兴平²

(1. 海军航空工程学院 控制工程系, 山东 烟台 264001)

(2. 海军航空工程学院 应用数学研究所, 山东 烟台 264001)

Time-cooperative Guidance for Multi-missiles: A Leader-Follower Strategy

Zhang Youan¹, Ma Guoxin¹, Wang Xingping²

(1. Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

(2. Institute of Applied Mathematics, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

摘 要: 首先,假设各枚导弹的速度为相同常值,领弹采用经典比例导引(PNG),被领弹采用经典比例导引和机动控制相结合的方式,推导出采用领弹-被领弹策略的多导弹时间协同控制设计模型,该模型实际上描述的是一个非线性的弹目相对运动状态跟踪控制系统。在此系统中,领弹的弹目距离与导弹前置角作为两个参考状态量,被领弹的弹目距离与导弹前置角作为两个待控制的状态量。针对这一弹目相对运动状态跟踪控制系统,采用时标分离的方法设计了期望的慢子系统和快子系统。对这两个子系统分别进行动态逆控制设计,得到了被领弹的机动控制指令。该机动控制指令用于调整被领弹相对目标的运动状态,来逼近领弹相对目标的运动状态,这就保证了所有的导弹能够同时攻击目标。然后,通过为每枚被领弹引入一个与其速度相同的虚拟领弹,将上述方法推广到各枚导弹速度可为不同常值的情况。仿真结果验证了本文方法的有效性。

关键词: 制导; 非线性控制系统; 协同控制; 比例导引; 领弹-被领弹; 虚拟领弹; 攻击时间

中图分类号: TJ765.3 **文献标识码:** A

Abstract: First, if it is assumed that each missile has the same constant velocity, then the leader-missile (“the leader” for short) is guided by the conventional proportional navigation guidance (PNG), and the led-missile (“the follower” for short) is guided by a combination of the conventional PNG and a maneuver control. The model for the design of time-cooperative control of multi-missiles using the leader-follower strategy is derived. This model represents in essence a nonlinear state tracking control system of the motion of the missile relative to the target, in which the range-to-go and the heading error angle of the leader relative to the line of sight are selected as two reference state variables, and those of the follower as two controlled state variables. For this system, the time-scale separation method is used to design both the desired slow and fast sub-systems. Nonlinear dynamic inversion controllers are designed for the two sub-systems respectively and the maneuver command for the follower is derived. This maneuver command is used to adjust the state variables of the motion of the follower relative to the target to approach that of the leader, which guarantees that all the missiles can attack the target simultaneously. Then, for each follower, a virtual-leader with the same velocity is introduced. Thus, the above strategy is extended to the case where each missile can have a different constant velocity. Simulation results show the validity of the proposed approach.

Key words: guidance; nonlinear control systems; cooperative control; proportional navigation guidance; leader-follower; virtual leader; impact time

为了突破舰艇配备的近程防御武器系统(Close-in Weapon System, CIWS),反舰导弹需要采用时间协同制导对攻击时间进行控制,以实施饱和攻击。文献[1]针对无人机(UAV)的时间

协同控制问题,提出了协调变量、协调函数等重要概念。文献[2]给出了一种控制 UAV 到达所选择目标的时间的方法,每个 UAV 都有自己的导引律,该导引律应用了模型预测控制算法,其控制准则是 UAV 与所选择目标之间距离、控制量和剩余飞行时间误差的加权平方和。剩余飞行时间误差是无时间约束条件下 UAV 到达所选择目标

收稿日期:2008-04-23; 修订日期:2008-08-22

基金项目:国家自然科学基金(60674090)

通讯作者:张友安 E-mail: zhangya63@sina.com

的时间与期望的到达时间之差,应用行为预测算法(Behavior Prediction Scheme, BPS)对剩余飞行时间进行预测。文献[3]研究了三维匀速导弹攻击角度与时间控制导引律的设计问题,给出了如何用几何的方法来设置航路点通过角和期望的攻击角度的方法。对于航迹制导问题,可以认为攻击角度就是末端航路点的通过角,由此可得到攻击角度控制导引律。基于比例导引(PNG)给出了攻击时间控制导引律。最后,将攻击角度控制导引律与攻击时间控制导引律结合起来,构成三维匀速导弹攻击角度与时间控制导引律。文献[4]提出一种实现攻击时间控制的导引律(ITCG),这种导引律可以使多导弹按期望的攻击时间同时攻击一个静止目标。该导引律基于线性化形式的弹目相对运动动力学与运动学,采用最优控制方法进行研究,得到了闭环形式的解,该解由经典比例导引和附加的攻击时间误差反馈构成,这里的攻击时间误差是指采用比例导引律求得的攻击时间与指定攻击时间之差。8以文献[4]为基础,文献[5]将这个期望的攻击时间作为协调变量,并动态地进行估计,提出了一种基于协调变量的时间协同制导导引律。文献[6]和文献[7]中,同时考虑了攻击时间和攻击角度控制问题。

以上方法均需要确定一个共同的期望的攻击时间。然而,在某些情况下,确定一个共同的期望的攻击时间并不是必需的,只需要同时攻击即可,例如,多弹协同饱和攻击的情况。为此,本文针对多导弹时间协同制导问题,提出一种新颖的领弹-被领弹策略。这里,所谓的领弹可以简单地理解为在多导弹攻击中起领导作用的导弹,其余导弹则称为被领弹。基本思想如下:首先,假设所有导弹速度均为常值,都采用经典比例导引,估计出各导弹的待飞时间后,将待飞时间最长者确定为领弹。在实际导引过程中,领弹应用经典比例导引,而被领弹采用经典比例导引和机动控制相结合的方式。领弹或虚拟领弹(详见第3节)相对目标的运动状态将作为其他被领弹相对目标运动状态跟踪控制系统的参考输入。针对此系统进行动态逆控制设计^[8]就可以求出被领弹在正常比例导引律导引的基础上所需要附加的机动控制指令。在机动指令的控制下,当被领弹相对目标的运动状态与领弹相对目标的运动状态趋于一致,即被领弹与领弹达到协同时,就可以保证所有被领弹随同领弹同时攻击

目标。

近年来,“Leader-Follower”作为一种典型的编队控制方式,已经获得广泛应用。例如,文献[9]针对具有“Leader-Follower”结构的飞行编队,提出一种高性能的分布式控制方法;在具有“Leader-Follower”结构的 UAV 编队飞行中,为保持编队队形,“Follower”往往比“Leader”需要更大的能量消耗(在编队转弯过程中尤为明显),文献[10]对此提出一种新的编队控制方法以减小这种能量消耗上的差距,从而更有利于编队长时间飞行;通过应用“Virtual Leader”的概念,文献[11]提出一种对环境干扰和模型不确定性具有更强鲁棒性的编队控制方法。

本文将“Leader-Follower”的思想应用到多导弹时间协同的制导与控制中,与文献[9-11]相比,主要差别体现在:①研究的问题不同:文献[9-11]所研究的主要是 UAV 编队飞行问题,而本文研究的是多导弹时间协同制导问题(同时到达问题);②待跟踪的物理量不同:文献[9-11]中待跟踪的是“Leader”的实际飞行轨迹或在此基础上的一种“平移”,本文中的被领弹所跟踪的并非是领弹的实际飞行轨迹,而是领弹相对于目标的飞行状态;③所采用的控制设计方法也完全不同;④不像文献[11]为编队构造统一的“Virtual Leader”以获得更好的鲁棒性,本文为每枚被领弹构造一个自身的虚拟领弹,目的是解决多导弹速度不同情况下的同时到达问题。

1 时间协同控制设计模型

为讨论问题简便起见,这里假设:①各枚导弹速度的大小均相同,记为 V ;②目标是静止的(相对于导弹而言,慢速运动的目标也可视为静止的);③导弹的加速度 a_i (即控制量)只改变导弹速度的方向,而不改变速度的大小。

假设 n 枚导弹共同攻击同一个目标。选取初始时刻距离目标最远的一枚导弹作为领弹(关于领弹的选取问题,详见第4节),其余 $n-1$ 枚为被领弹,被领弹受到领弹的控制。由于被领弹都采用类似的导引方法,所以在下文中仅就第 i 枚被领弹展开讨论,其余被领弹的情况完全类同,不再赘述。领弹、第 i 枚被领弹与目标的相对运动关系如图1所示。

图1中: M_1 为领弹; M_i 为第 i ($i \neq 1$)枚被领弹; T 为目标; r_1 和 r_i 分别为领弹和第 i 枚被领弹的弹目距离; q_1 和 q_i 分别为领弹和第 i 枚被领

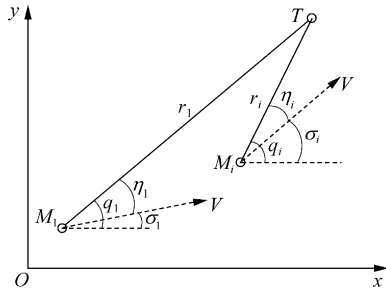


图1 领弹、第*i*枚被领弹与目标的相对运动关系
Fig. 1 Geometry of leader, the *i*th follower and target

弹的视线角; σ_1 和 σ_i 分别为领弹和第*i*枚被领弹的速度矢量与基准线的夹角(当攻击平面为铅垂平面时, σ_1 和 σ_i 就是弹道倾角;当攻击平面为水平面时, σ_1 和 σ_i 就是弹道偏角。本文中假设攻击平面为水平面); η_1 和 η_i 分别为领弹和第*i*枚被领弹的速度矢量与目标视线的夹角,称为导弹前置角。以上所有角度均以逆时针为正。

根据图1所示的相对运动关系,可以得出导弹相对目标的运动方程组为

$$\dot{r}_1 = -V \cos \eta_1 \quad (1a)$$

$$r_1 \dot{q}_1 = V \sin \eta_1 \quad (1b)$$

$$q_1 = \sigma_1 + \eta_1 \quad (1c)$$

$$\dot{\sigma}_1 = a_1/V \quad (1d)$$

$$\dot{r}_i = -V \cos \eta_i \quad (1e)$$

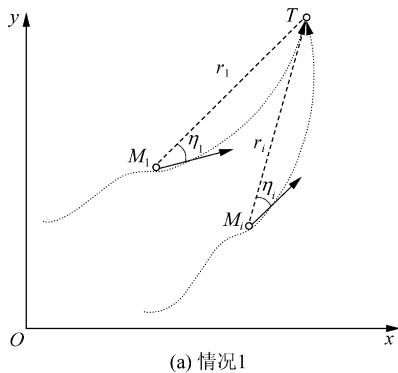
$$r_i \dot{q}_i = V \sin \eta_i \quad (1f)$$

$$q_i = \sigma_i + \eta_i \quad (1g)$$

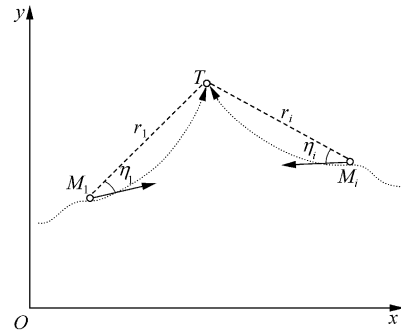
$$\dot{\sigma}_i = a_i/V = (a_{i1} + a_{i2})/V \quad (1h)$$

式中: a_1 和 a_i 分别为领弹和第*i*枚被领弹的法向加速度,即控制量。

考虑到目标静止,在攻击后期若能保证 $r_i = r_1, \eta_i = \eta_1$ (或 $r_i = r_1, \eta_i = -\eta_1$),那么相对于目标而言,两枚导弹弹道曲线曲率的大小将趋于一致,如图2所示,从而可实现同时到达目标的目的。



(a) 情况1



(b) 情况2

图2 领弹和第*i*枚被领弹飞行末段示意图
Fig. 2 Final flying stage of leader and the *i*th follower

领弹采用经典比例导引

$$a_1 = NV\dot{q}_1 \quad (2)$$

式中: N 为比例导引系数。领弹在飞行过程中不受被领弹的影响。

被领弹的控制指令 a_i 由 a_{i1} 与 a_{i2} 两部分构成,其中, a_{i1} 为被领弹自身的比例导引,用于将被领弹导向目标

$$a_{i1} = NV\dot{q}_i \quad (3)$$

而 a_{i2} 是一个附加的机动控制指令。通过设计合适的 a_{i2} ,使导引后期被领弹的 r_i, η_i 达到图2所示的状态,从而使被领弹与领弹达到时间协同的目的。

针对图2所示的两种情况,本文给出两套设计方案:

方案1 设计 a_{i2} ,使 r_i 跟踪 r_1, η_i 跟踪 η_1 ,与图2(a)相对应。

方案2 设计 a_{i2} ,使 r_i 跟踪 r_1, η_i 跟踪 $-\eta_1$,与图2(b)相对应。

(1) 考虑方案1

为了便于控制设计,下面对式(1)做进一步处理。将式(2)代入式(1d),得

$$\dot{\sigma}_1 = N\dot{q}_1 \quad (4)$$

将式(3)代入式(1h),得

$$\dot{\sigma}_i = N\dot{q}_i + a_{i2}/V \quad (5)$$

对式(1c)和式(1g)求导,并将式(4)和式(5)代入,得

$$\dot{q}_1 = \frac{1}{1-N}\dot{\eta}_1 \quad (6)$$

$$\dot{q}_i = \frac{1}{1-N}\left(\dot{\eta}_i + \frac{a_{i2}}{V}\right) \quad (7)$$

将式(6)和式(7)代入到式(1b)和式(1f)中,并经进一步化简,可得

$$\left. \begin{aligned} \dot{r}_1 &= -V \cos \eta_1 \\ \dot{\eta}_1 &= (1-N)V \frac{\sin \eta_1}{r_1} \\ \dot{r}_i &= -V \cos \eta_i \\ \dot{\eta}_i &= (1-N)V \frac{\sin \eta_i}{r_i} - \frac{1}{V} a_{i2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中： r_1 和 η_1 为领弹的状态，可看做被领弹非线性系统的参考输入。控制设计的目的是使 r_i 跟踪 r_1 , η_i 跟踪 η_1 。

定义两个跟踪误差 e_r 与 e_η , $e_r = r_1 - r_i$, $e_\eta = \eta_1 - \eta_i$, 则有

$$r_i = r_1 - e_r \quad (9)$$

$$\eta_i = \eta_1 - e_\eta \quad (10)$$

$$\dot{r}_i = \dot{r}_1 - \dot{e}_r \quad (11)$$

$$\dot{\eta}_i = \dot{\eta}_1 - \dot{e}_\eta \quad (12)$$

将式(9)~式(12)代入式(8), 经化简可得到采用领弹-被领弹方法的多弹时间协同控制设计模型:

$$\dot{r}_i = -V \cos \eta_i \quad (13a)$$

$$\dot{\eta}_i = (1-N)V \frac{\sin \eta_i}{r_i} \quad (13b)$$

$$\dot{e}_r = V(\cos(\eta_1 - e_\eta) - \cos \eta_1) \quad (13c)$$

$$\dot{e}_\eta = (1-N)V \left(\frac{\sin \eta_1}{r_1} - \frac{\sin(\eta_1 - e_\eta)}{r_1 - e_r} \right) + \frac{1}{V} a_{i2} \quad (13d)$$

式(8)中的 $r_i \rightarrow r_1$, $\eta_i \rightarrow \eta_1$ 等同于式(13)中的 $e_r \rightarrow 0$, $e_\eta \rightarrow 0$ 。

从式(13)可以看出, 领弹的状态不受被领弹的影响。控制量 a_{i2} 直接控制 e_η , 通过 e_η 间接控制 e_r , 因此式(13c)可看做是一个非线性慢子系统, 而式(13d)可看做是一个非线性快子系统。在第2节中将采用基于时标分离的动态逆设计方法^[8]来设计被领弹的机动控制指令 a_{i2} 。

(2) 考虑方案2

被领弹非线性系统的参考输入为 r_1 和 $-\eta_1$ 。定义两个跟踪误差 e_r 与 e_η , 与方案1不同的是 $e_r = r_1 - r_i$, $e_\eta = -\eta_1 - \eta_i$ 。具体推导可参照方案1, 这里不再赘述, 直接给出方案2的控制设计模型:

$$\dot{r}_1 = -V \cos \eta_1 \quad (14a)$$

$$\dot{\eta}_1 = (1-N)V \frac{\sin \eta_1}{r_1} \quad (14b)$$

$$\dot{e}_r = V(\cos(-\eta_1 - e_\eta) - \cos \eta_1) \quad (14c)$$

$$\dot{e}_\eta = -(1-N)V \left(\frac{\sin \eta_1}{r_1} - \frac{\sin(-\eta_1 - e_\eta)}{r_1 - e_r} \right) + \frac{1}{V} a_{i2} \quad (14d)$$

2 非线性动态逆控制器设计

以方案1为例, 采用领弹-被领弹策略的多弹时间协同制导系统原理框图如图3所示。图中还表示出了导弹控制系统部分, 但考虑到本文的重点是研究时间协同制导方法, 故下面的研究中, 认为导弹控制系统理想工作, 即图中的控制系统部分用传递系数为1的比例环节代替。

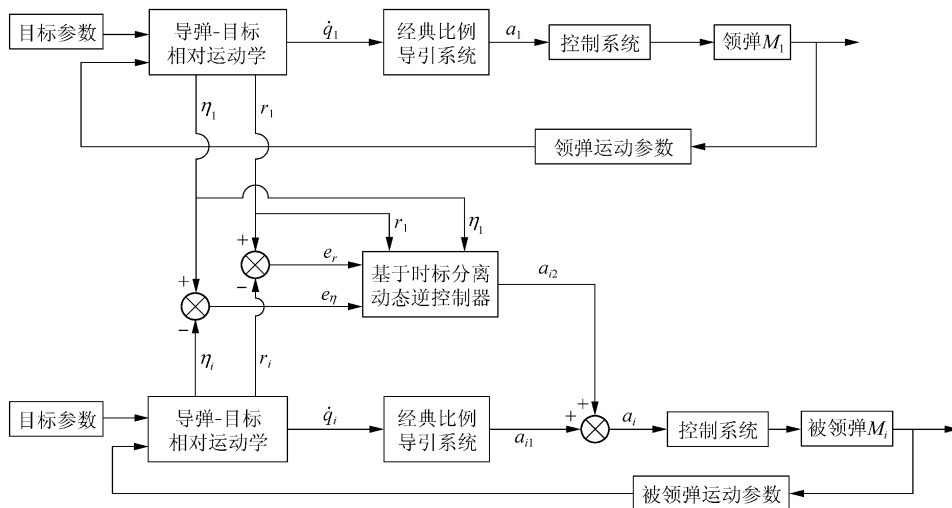


图3 时间协同制导框图

Fig. 3 Scheme for time-cooperative guidance

需要说明的是: 当 $\eta_i(0)$ 与 $\eta_1(0)$ 同号时, 采用方案1进行控制设计; 当 $\eta_i(0)$ 与 $\eta_1(0)$ 异号时, 采

用方案2进行控制设计。显然, 这样的控制策略使被领弹以最少的代价达到与领弹协同的目的。

下面给出当 $\eta_i(0)$ 与 $\eta_1(0)$ 同号时的设计过程。

2.1 慢速动力学子系统动态逆设计

设期望的慢子系统动力学为

$$\dot{e}_r = -k_r e_r \quad (15)$$

式中: k_r 为期望的慢子系统的带宽。

由于领弹的初始弹目距离 $r_1(0)$ 是各导弹中最大的, 因此, 根据 $e_r = r_1 - r_i$, 可知 e_r 的初始值为正, 且期望的 e_r 单调衰减趋于 0, 在此过程中 $e_r > 0$ 。对 k_r 的取值有一定的限制(见下文的式(20))。

联立式(13c)和式(15), 有

$$\cos(\eta_1 - e_\gamma^c) = \cos \eta_1 - k_r e_r / V \quad (16)$$

式中: e_γ^c 为 e_γ 的伪控制指令, 有

$$e_\gamma^c = \eta_1 - \eta_i^c \quad (17)$$

式中: η_i^c 为 η_i 的期望值。

因为 η_1 为领弹的前置角, 一般满足 $-\pi/2 < \eta_1 < \pi/2$, 所以有

$$0 < \cos \eta_1 \leq 1 \quad (18)$$

为使式(16)有意义, 其右端需满足

$$-1 < \cos \eta_1 - k_r e_r / V \leq 1 \quad (19)$$

由式(18)与式(19)可以得到 k_r 的取值范围为

$$0 \leq k_r < V/e_r \quad (20)$$

由式(20)所限制的 k_r 的取值, 一方面保证了 e_r 由初始值单调衰减, 另一方面也保证了式(16)有意义。下面求式(16)的逆解。先分两种情况进行讨论, 再合并起来给出最终结果。

(1) 当第 i 枚被领弹的初始前置角 $\eta_i(0)$ 在

$$a_{i2} = \begin{cases} (1-N)V^2 \left[\frac{\sin(\eta_1 - e_\gamma)}{r_1 - e_r} - \frac{\sin^2 \eta_1}{r_1 \sqrt{1 - (\cos \eta_1 - k_r e_r / V)^2}} \right] + \frac{k_r^2 e_r}{\sqrt{1 - (\cos \eta_1 - k_r e_r / V)^2}} - \\ k_\gamma V [e_\gamma - \eta_1 + \arccos(\cos \eta_1 - k_r e_r / V)] \quad (\eta_1(0) > 0, 0 < \eta_i(0) \leq \pi) \\ (1-N)V^2 \left[\frac{\sin(\eta_1 - e_\gamma)}{r_1 - e_r} + \frac{\sin^2 \eta_1}{r_1 \sqrt{1 - (\cos \eta_1 - k_r e_r / V)^2}} \right] - \frac{k_r^2 e_r}{\sqrt{1 - (\cos \eta_1 - k_r e_r / V)^2}} - \\ k_\gamma V [e_\gamma - \eta_1 - \arccos(\cos \eta_1 - k_r e_r / V)] \quad (\eta_1(0) \leq 0, -\pi < \eta_i(0) \leq 0) \end{cases} \quad (24)$$

式(24)保证了快速动力学子系统可获得期望的动力学式(22), 而式(22)使得 $e_\gamma \rightarrow e_\gamma^c$, e_γ^c 保证了慢速动力学子系统可获得期望的动力学式(15), 而式(15)使得 $e_r \rightarrow 0$ 。

对式(24)给出的机动控制指令进行简单分析。

$0 \sim \pi$ 时, 期望 η_i^c 在这个范围内变化。由式(17), 有 $0 < \eta_1 - e_\gamma^c \leq \pi$, 据此反解式(16)可得

$$e_\gamma^c = \eta_1 - \arccos(\cos \eta_1 - k_r e_r / V)$$

(2) 当第 i 枚被领弹的初始前置角 $\eta_i(0)$ 在 $-\pi \sim 0$ 时, 期望有 $-\pi < \eta_1 - e_\gamma^c \leq 0$, 据此反解式(16)可得

$$e_\gamma^c = \eta_1 + \arccos(\cos \eta_1 - k_r e_r / V)$$

因此, 伪控制指令 e_γ^c 的最终结果为

$$e_\gamma^c = \begin{cases} \eta_1 - \arccos(\cos \eta_1 - k_r e_r / V) & 0 < \eta_i(0) \leq \pi \\ \eta_1 + \arccos(\cos \eta_1 - k_r e_r / V) & -\pi < \eta_i(0) \leq 0 \end{cases} \quad (21)$$

2.2 快速动力学子系统动态逆设计

为使 e_r 具有期望的动力学式(15), 应使 e_γ 快速收敛于 e_γ^c , 据此可设计期望的快速动力学子系统为

$$\dot{e}_\gamma - \dot{e}_\gamma^c = -k_\gamma (e_\gamma - e_\gamma^c) \quad (22)$$

式中: k_γ 为期望的快子系统的带宽。

对式(21)求导后, 代入式(13c)或式(15), 这里为简化计算, 代入式(15), 得

$$\dot{e}_\gamma^c = \begin{cases} \dot{\eta}_1 + \frac{-\dot{\eta}_1 \sin \eta_1 + k_r^2 e_r / V}{\sqrt{1 - (\cos \eta_1 - k_r e_r / V)^2}} & 0 < \eta_i(0) \leq \pi \\ \dot{\eta}_1 - \frac{-\dot{\eta}_1 \sin \eta_1 + k_r^2 e_r / V}{\sqrt{1 - (\cos \eta_1 - k_r e_r / V)^2}} & -\pi < \eta_i(0) \leq 0 \end{cases} \quad (23)$$

联立式(13b)、式(13d)、式(21)、式(22)和式(23), 可得最终所设计的机动控制信号 a_{i2} 为

(1) 当 $\eta_1(0) > 0, \eta_i(0) > 0$ 时, 由于领弹采取经典比例导引, 因此有 $\eta_1 > 0$ 。由式(21)可知, 当 $\eta_1 > 0$ 时, 随着 $e_r \rightarrow 0$, 式(21)右边第 1 项中的 $\arccos(\cos \eta_1 - k_r e_r / V) \rightarrow \eta_1$, 从而 $e_\gamma^c \rightarrow 0$, 最终导致 $e_\gamma \rightarrow 0$ (等同于 $\eta_i \rightarrow \eta_1$)。此时式(24)右边

第1项中的 $\sqrt{1 - (\cos \eta_1 - k_r e_r / V)^2} \rightarrow \sin \eta_1$, 因此有 $a_{i2} \rightarrow 0$, 即被领弹与领弹达到协同后, 附加的机动控制指令趋于0。

(2) 当 $\eta_1(0) \leq 0, \eta_i(0) \leq 0$ 时, 相应地有 $\eta_1 \leq 0$, 随着 $e_r \rightarrow 0$, 式(21)右边第2项中的 $\arccos(\cos \eta_1 -$

$k_r e_r / V) \rightarrow -\eta_1$, 从而 $e_\eta^c \rightarrow 0$, 最终导致 $e_\eta \rightarrow 0$, 此时式(24)右边第2项中的 $\sqrt{1 - (\cos \eta_1 - k_r e_r / V)^2} \rightarrow -\sin \eta_1$, 这时仍然有 $a_{i2} \rightarrow 0$ 。

方案2的控制设计与方案1类似, 不再赘述, 直接给出 a_{i2} 的结果:

$$a_{i2} = \begin{cases} (1-N)V^2 \left[\frac{\sin(-\eta_1 - e_\eta)}{r_1 - e_r} + \frac{\sin^2 \eta_1}{r_1 \sqrt{1 - (\cos \eta_1 - k_r e_r / V)^2}} \right] - \frac{k_r^2 e_r}{\sqrt{1 - (\cos \eta_1 - k_r e_r / V)^2}} - \\ k_\eta V [e_\eta + \eta_1 - \arccos(\cos \eta_1 - k_r e_r / V)] & (\eta_1(0) > 0, -\pi < \eta_i(0) \leq 0) \\ (1-N)V^2 \left[\frac{\sin(-\eta_1 - e_\eta)}{r_1 - e_r} - \frac{\sin^2 \eta_1}{r_1 \sqrt{1 - (\cos \eta_1 - k_r e_r / V)^2}} \right] + \frac{k_r^2 e_r}{\sqrt{1 - (\cos \eta_1 - k_r e_r / V)^2}} - \\ k_\eta V [e_\eta + \eta_1 + \arccos(\cos \eta_1 - k_r e_r / V)] & (\eta_1(0) \leq 0, 0 < \eta_i(0) \leq \pi) \end{cases} \quad (25)$$

对方案2的结果进行分析, 同样有 $e_r \rightarrow 0, e_\eta \rightarrow 0$ (等同于 $\eta_i \rightarrow -\eta_1$), 且随着 $e_r \rightarrow 0, e_\eta \rightarrow 0$, 最终 $a_{i2} \rightarrow 0$ 。

2.3 k_r 的取值方法

式(24)与式(25)中的 k_r 按照式(26)取值

$$k_r = c_1 / (c_2 + e_r / V) \quad (0 < c_1, c_2 < 1) \quad (26)$$

式中: c_1 和 c_2 为常数。这样选取 k_r 有两个目的: 其一是由式(26)所确定的 k_r 有如下关系

$$k_r = c_1 / (c_2 + e_r / V) < c_1 / (e_r / V) = c_1 V / e_r < V / e_r$$

显然 k_r 满足约束条件式(20); 其二是随着 $e_r \rightarrow 0$, 由式(26)所确定的 $k_r \rightarrow c_1 / c_2$, 这样可以通过调整 c_1 和 c_2 的值, 来调整 e_r 在接近0过程中的收敛速率。

3 导弹速度不相同情况下的推广

前面的方法是在各枚导弹速度为相同常值的假设下得到的, 本节通过引入虚拟领弹的概念将其推广应用到各枚导弹速度可为不同常值的情况。

首先, 假想每枚被领弹都对有一枚与其速度相同的虚拟领弹, 而所有的虚拟领弹与真实领弹都同时到达目标。下面以确定第 i 枚被领弹的虚拟领弹为例, 来说明这一思想。

假设真实领弹 M_1 与第 i 枚被领弹 M_i 的速度分别为 V_1 与 V_i 。 M_1 按照经典比例导引, 其弹目相对运动方程为

$$\left. \begin{aligned} \dot{r}_1 &= -V_1 \cos \eta_1 \\ \dot{\eta}_1 &= [(1-N)V_1 \sin \eta_1] / r_1 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

M_i 的虚拟领弹用 $M_{i,v}$ 表示, $M_{i,v}$ 的速度也为

V_i , 并按经典比例导引, 其弹目相对运动方程为

$$\left. \begin{aligned} \dot{r}_{i,v} &= -V_i \cos \eta_{i,v} \\ \dot{\eta}_{i,v} &= [(1-N)V_i \sin \eta_{i,v}] / r_{i,v} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

式中: $r_{i,v}$ 和 $\eta_{i,v}$ 分别为 $M_{i,v}$ 的弹目距离和导弹前置角。

由于 V_1 为常数, 故式(27)可写为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\left(\frac{r_1}{V_1}\right)}{dt} &= -\cos \eta_1 \\ \frac{d\eta_1}{dt} &= [(1-N) \sin \eta_1] / \left(\frac{r_1}{V_1}\right) \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

同理, 式(28)可写为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\left(\frac{r_{i,v}}{V_i}\right)}{dt} &= -\cos \eta_{i,v} \\ \frac{d\eta_{i,v}}{dt} &= [(1-N) \sin \eta_{i,v}] / \left(\frac{r_{i,v}}{V_i}\right) \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

对比式(29)和式(30), 在 $t \geq 0$ 情况下, 当

$$\frac{r_{i,v}}{V_i} = \frac{r_1}{V_1}, \quad \eta_{i,v} = \eta_1 \quad (31)$$

成立时, 这两个系统具有完全相同的动态响应, 这意味 $M_{i,v}$ 与 M_1 具有相同的攻击时间。这样, 将由式(31)所确定的 $r_{i,v}, \eta_{i,v}$ 看做是 $M_{i,v}$ 的状态, 并作为 M_i 的状态跟踪控制系统的参考输入, 应用前面的方法可以使 M_i 与 $M_{i,v}$ 同时到达目标。最终, M_i 与 M_1 也将同时到达目标。

4 领弹的选取

从原理上来看, 若各枚导弹都采用经典比例导引时领弹较晚到达, 那么采用领弹-被领弹方法的时间协同导引后, 原来较早到达的被领弹的弹道将比原来变得更加弯曲以等待较晚到达的领弹 (正如仿真所得到的结果)。与此相反的情况是:

若各枚导弹都采用经典比例导引时领弹较早到达,而被领弹较晚到达。那么采用领弹-被领弹方法的时间协同导引后,原来较晚到达的被领弹弹道将比原来变得更加平直,以追赶较早到达的领弹,即被领弹弹道将被“拉直”一些,即便完全“拉直”,也并不能保证被领弹一定能“赶上”领弹。因此,一般情况下要选取较晚到达的导弹作为领弹。导弹在比例导引下到达目标的估计时间为^[4]

$$\hat{T}_{t,j} = \left(1 + \frac{\eta_j^2(0)}{10}\right) r_j(0)/V_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (32)$$

式中: T_t 为导弹在比例导引下的终端时刻(即到达目标的时间); $\hat{T}_{t,j}$ 为第 j 枚导弹在比例导引下到达目标的估计时间; V_j , $\eta_j(0)$ 和 $r_j(0)$ 分别为第 j 枚导弹的速度、初始导弹前置角和初始弹目距离。式(32)可进一步近似为 $\hat{T}_{t,j} = r_j(0)/V_j$ 。一般选取 $\hat{T}_{t,j}$ 较大者作为领弹。

5 仿真结果与分析

5.1 领弹的初始前置角 $\eta_1(0) > 0$ 的情况

此部分仿真参数主要参考文献[4]。假设 4 枚导弹协同攻击静止目标,选择目标位置为坐标原点(0,0),要求 4 枚导弹同时按照领弹的攻击时间到达。初始参数见表 1,各导弹的速度皆为 $V=300$ m/s,比例导引部分的比例系数皆为 $N=3$ 。按第 4 节所述,因为 $\hat{T}_{t,1} = \max_i \{\hat{T}_{t,i}\}$, $i=(1, 2, 3, 4)$,所以选第 1 枚导弹作为领弹。

表 1 仿真初始参数

Table 1 Initial parameters in simulation

导弹	初始坐标/m	初始弹道偏角/(°)
M_1	(-9 093, 5 250)	-40
M_2	(-6 364, -6 364)	75
M_3	(-2 070, -7 727)	105
M_4	(4 750, -8 227)	105

根据表 1 给出的各导弹初始位置并考虑到目标位置(0,0),可以计算出各导弹的初始目标视线角为

$$q_i(0) = \begin{cases} -30^\circ & i = 1 \\ 45^\circ & i = 2 \\ 75^\circ & i = 3 \\ 120^\circ & i = 4 \end{cases}$$

根据 $\eta_i(0) = q_i(0) - \sigma_i(0)$ 和表 1,可进一步得到各导弹的初始前置角为

$$\eta_i(0) = \begin{cases} 10^\circ & i = 1 \\ -30^\circ & i = 2 \\ -30^\circ & i = 3 \\ 15^\circ & i = 4 \end{cases}$$

不采用时间协同导引时,4 枚导弹各自在经典比例导引下的弹道及导引时间如图 4 所示。

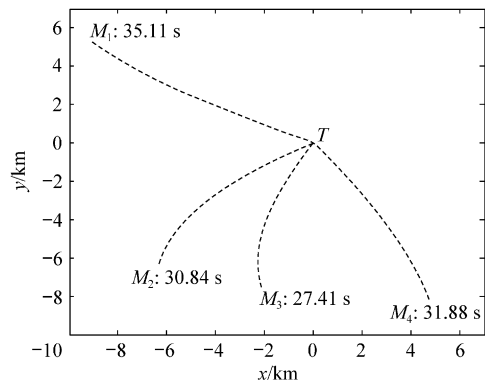
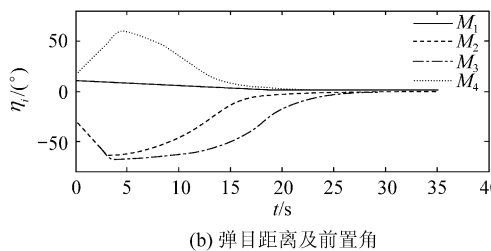
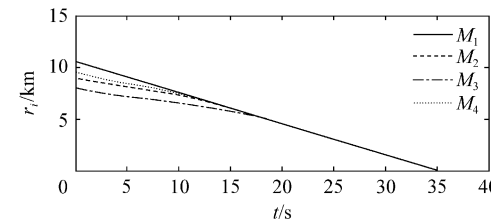
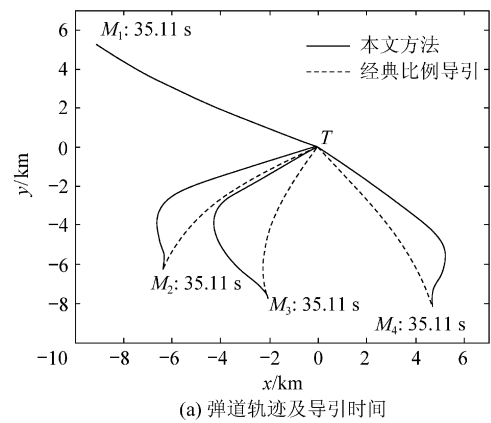


图 4 $\eta_i(0) > 0$ 时比例导引下的弹道轨迹及导引时间
Fig. 4 Trajectories and impact times by PNG for $\eta_i(0) > 0$

采用时间协同导引,选取 $k_7=5$, $c_1=0.7$, $c_2=0.9$,过载限制为 50 m/s²。仿真结果如图 5 所示。



(b) 弹目距离及前置角

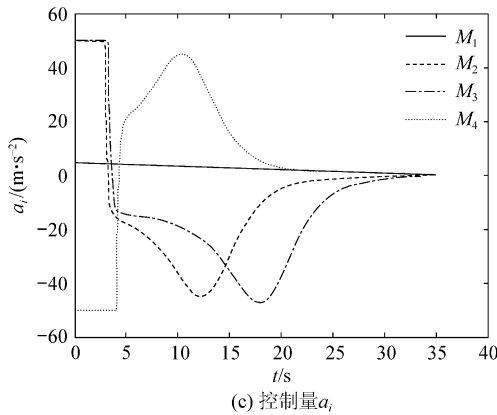


图5 $\eta_1(0) > 0$ 时时间协同导引的仿真结果

Fig. 5 Simulation results for $\eta_1(0) > 0$ by time-cooperative guidance

下面对仿真结果进行分析:

由图 5(b) 可以看出, 由于 $\eta_2(0) = \eta_3(0) = -30^\circ$, 因此对被领弹 M_2, M_3 的控制属于式 (25) 中 $\eta_1(0) > 0, -\pi < \eta_i(0) \leq 0 (i=2, 3)$ 的情况, 所以最终 r_2 和 $r_3 \rightarrow r_1, \eta_2$ 和 $\eta_3 \rightarrow -\eta_1$; 而 $\eta_4(0) = 15^\circ$, 对被领弹 M_4 的控制属于式 (24) 中 $\eta_1(0) > 0, 0 < \eta_4(0) \leq \pi$ 的情况, 因此, $r_4 \rightarrow r_1, \eta_4 \rightarrow \eta_1$ 。

由图 5(c) 可知, 控制指令 a_i 从一开始就达到最大, 迫使被领弹的弹道迅速“变弯”以“等待”较晚到达的领弹。当被领弹的弹道变弯到一定程度后, a_i 又迅速反向, 使被领弹的弹道逐渐“变直”, 从而达到与领弹协同的目的。可见, 这种控制方式总是在导引前期就努力调整被领弹的攻击时间, 这对于实现多导弹时间协同是非常有利的。

5.2 领弹的初始前置角 $\eta_1(0) \leq 0$ 的情况

当领弹 M_1 的弹道偏角初始值 $\sigma_1(0)$ 取为 35° 时, 由于 $q_1(0) = -30^\circ$, 有 $\eta_1(0) = -65^\circ$ 。相应的仿真结果如图 6 和图 7 所示。

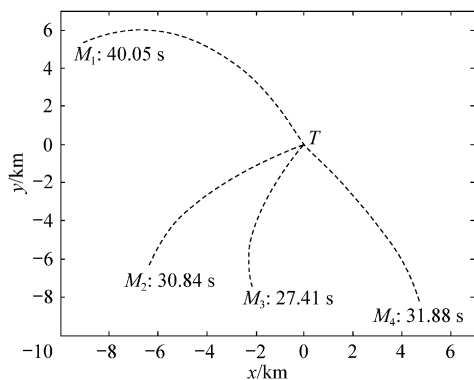
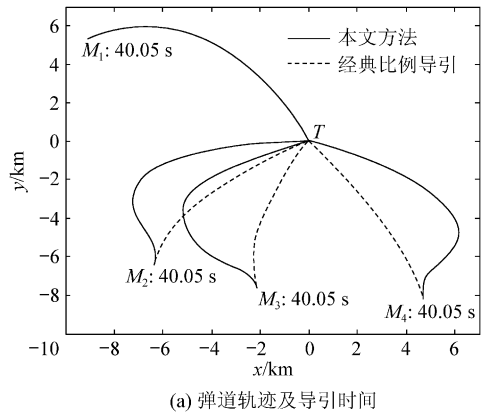
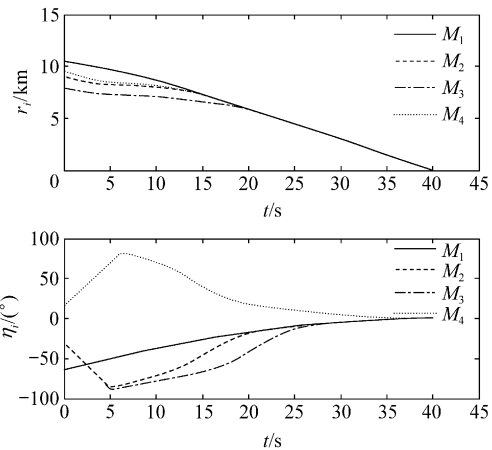


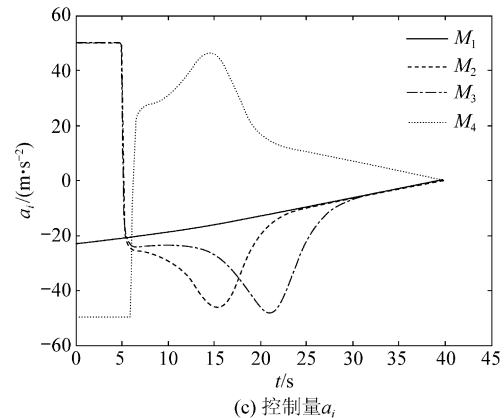
图6 $\eta_1(0) \leq 0$ 时比例导引下的弹道轨迹及导引时间
Fig. 6 Trajectories and impact times by PNG for $\eta_1(0) \leq 0$



(a) 弹道轨迹及导引时间



(b) 弹目距离及前置角



(c) 控制量 \$a_i\$

图7 $\eta_1(0) \leq 0$ 时时间协同导引的仿真结果

Fig. 7 Simulation results for $\eta_1(0) \leq 0$ by time-cooperative guidance

观察图 7(b) 中 r_i, η_i 的变化情况不难发现, 此时的仿真结果验证了 2.2 节中关于 $\eta_1(0) \leq 0$ 时的分析结论。

由图 5(c) 和图 7(c) 可见, 在导引后期, 被领弹的控制量与领弹的控制量有的完全相同, 有的大小相等, 而符号相反。产生这样结果的原因是 (以图 7(c) 为例): 此时 $\eta_1(0) \leq 0, \eta_2(0), \eta_3(0)$ 与 $\eta_1(0)$ 同号, 被领弹 M_2, M_3 的制导方案为方案 1 (即 r_i 跟踪 r_1, η_i 跟踪 $\eta_1, i=2, 3$), 随着被领弹由

时间协同导引逐渐过渡到比例导引,势必造成后期的 a_2, a_3 与 a_1 完全相同;而 $\eta_4(0)$ 与 $\eta_1(0)$ 异号,被领弹 M_4 的制导方案为方案 2(即 r_4 跟踪 r_1, η_4 跟踪 $-\eta_1$),因此后期的 \dot{q}_4 与 \dot{q}_1 大小相等,而方向相反,从而 a_4 与 a_1 大小相等,而方向相反。

5.3 c_1, c_2, k_η 取不同值时的情况

通过选取不同的 c_1, c_2, k_η 值可以调整 e_r, e_η 的收敛速率, e_r, e_η 收敛越快意味着被领弹与领弹达到协同状态所需的时间越短,而需要的控制能量也越大,导弹的需用过载也越大。在实际中,应综合考虑导弹的可用过载和 e_r 与 e_η 的收敛速率。下面以表 1 中的领弹 M_1 与被领弹 M_2 为例进行仿真验证,分别取 $c_1 = 0.7, c_2 = 0.9, k_\eta = 5$ 和 $c_1 = 0.4, c_2 = 0.6, k_\eta = 5$,仿真结果如图 8 所示。

5.4 各枚导弹速度不同时情况

当各枚导弹速度不同时,通过虚拟领弹的引入,使得被领弹与真实领弹间接地达到协同。以 $\eta_1(0) \leq 0$ 的情况为例,仿真结果如图 9 所示。

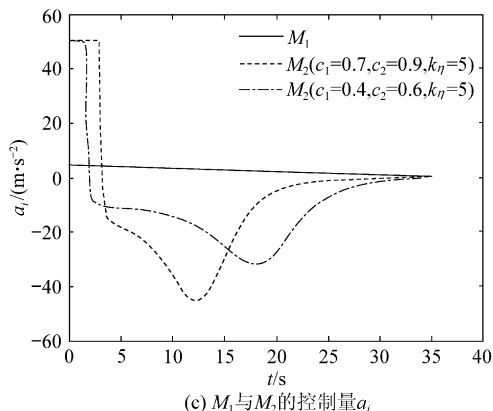


图 8 取不同 c_1, c_2, k_η 值时的仿真结果

Fig. 8 Simulation results with different values of c_1, c_2, k_η

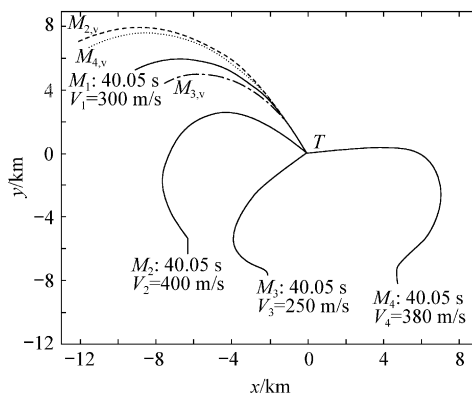


图 9 各导弹速度不同时的仿真结果

Fig. 9 Simulation results with different velocities

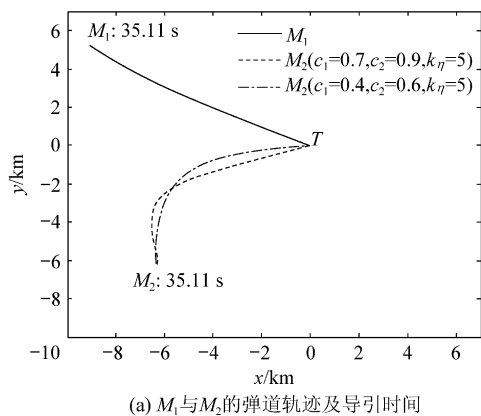
图 9 中, M_1 处的虚线、点划线、点线分别为 M_2, M_3, M_4 的虚拟领弹弹道轨迹,实际上并不存在,为了直观上显示各虚拟领弹与真实领弹的同步性,这里将其显示出来。

仿真结果表明,本文的多导弹时间协同导引方法,可以实现多导弹按照领弹的攻击时间来同时攻击目标,并且可以通过选取不同的 c_1, c_2, k_η 值来调整被领弹与领弹达到协同状态所需的时间和所需过载的大小。

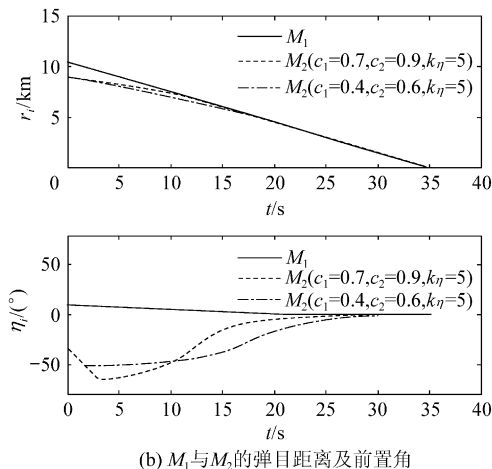
6 结束语

针对多导弹时间协同攻击目标问题,提出了一种新颖的领弹-被领弹策略。领弹向被领弹传递其状态参数 r_1 与 η_1 (在各弹速度不同时,还需传递 V_1),被领弹接受领弹的控制,使各枚被领弹都按照领弹的攻击时间同时攻击目标,从而实现多导弹时间协同导引。所传参数易于测量,便于工程实现。仿真结果表明,该方法可用于反舰导弹的饱和攻击。

如何将本文方法推广应用到三维空间导引和



(a) M_1 与 M_2 的弹道轨迹及导引时间



(b) M_1 与 M_2 的弹目距离及前置角

速度时变的情况,并进一步考虑导引头视场的限制等实际问题,这是值得进一步研究的课题。

参 考 文 献

- [1] Mclain T W, Beard R W. Coordination variables, coordination functions and cooperative timing missions[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2005, 28(1): 150-161.
- [2] Belangert J, Desbienst A, Gagnon E. UAV guidance with control of arrival time [C] // *Proceedings of the 2007 American Control Conference*. 2007; 4488-4493.
- [3] Jung B, Kim Y. Guidance laws for anti-ship missiles using impact angle and impact time [R]. AIAA-2006-6432, 2006.
- [4] Jeon I S, Lee J I, Tahk M J. Impact-time-control guidance law for anti-ship missiles[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14(2): 260-266.
- [5] 赵世钰,周锐. 基于协调变量的多导弹协同制导[J]. *航空学报*, 2008, 29(6): 1605-1611.
Zhao Shiyu, Zhou Rui. Cooperative guidance for multi-missiles using cooperative variables[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2008, 29(6): 1605-1611. (in Chinese)
- [6] Lee J I, Jeon I S, Tahk M J. Guidance law to control impact time and angle[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(1): 301-310.
- [7] 张友安,马培蓓. 带有攻击角度和攻击时间控制的三维制导[J]. *航空学报*, 2008, 29(4): 1020-1026.
Zhang Youan, Ma Peibei. Three-dimensional guidance laws with impact angle and impact time constraints[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2008, 29(4): 1020-1026. (in Chinese)
- [8] 张友安,王宏然,梁国强. 应用鲁棒动态逆和三时标分离的飞航导弹过载控制系统设计[J]. *宇航学报*, 2006, 27(增刊): 6-10.
Zhang Youan, Wang Hongran, Liang Guoqiang. Overload control system design for winged missile using robust dynamic inversion and three time-scale separation [J]. *Journal of Astronautics*, 2006, 27(Sup): 6-10. (in Chinese)
- [9] Lavaei J, Momeni A, Aghdam A G. High-performance decentralized control for formation flying with leader-follower structure[C] // *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*. 2006; 5947-5954.
- [10] Choi J, Kim Y. Fuel efficient three dimensional controller for leader-follower UAV formation flight [C] // *International Conference on Control, Automation and Systems*. 2007; 806-811.
- [11] Sun Z, Li B, Cai W C, et al. Virtual leader based robust adaptive formation control of multi-unmanned ground vehicles (UGVs) [C] // *Proceedings of the 2007 American Control Conference*. 2007; 1876-1881.

作者简介:

张友安(1963—) 男,教授,博士生导师。主要研究方向:先进控制技术及其在飞行器中的应用。

Tel: 0535-6635655-803

E-mail: zhangya63@sina.com

马国欣(1983—) 男,硕士研究生。主要研究方向:导航、制导与控制。

Tel: 0535-6635655-806

E-mail: ma_guoxin@163.com

王兴平(1962—) 男,博士,副教授。主要研究方向:非线性系统控制及应用。

E-mail: xingpingwang2003@yahoo.com.cn

(责任编辑:张利平,孔琪颖)