

文章编号:1000-6893(2009)06-1077-07

# 线振动下惯导平台参数辨识的实现

唐江河<sup>1</sup>, 付振宪<sup>1</sup>, 余贞宇<sup>2</sup>, 邓正隆<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工业大学 航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

(2. 北京航天控制仪器研究所, 北京 100854)

## Realization of Parameter Identification of Inertial Platform Under Linear Vibration

Tang Jianghe<sup>1</sup>, Fu Zhenxian<sup>1</sup>, Yu Zhenyu<sup>2</sup>, Deng Zhenglong<sup>1</sup>

(1. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

(2. Beijing Aerospace Control Device Institute, Beijing 100854, China)

**摘要:** 研究了软性连接条件下线振动试验辨识惯导平台陀螺参数的方法。由于在此条件下原始模型不便于辨识参数,为此提出了平台漂移的平均模型。对比静态模型指出了线振动对模型参数辨识的实质作用。由于利用平均模型来辨识平台参数存在参数冗余的局限性,因此利用两组不同幅值的线振动试验数据来进行辨识。最后验证了这种辨识方案不仅避免了静态条件下高阶陀螺参数难以收敛的问题,同时也解决了平均模型中参数冗余的局限性问题。

**关键词:** 线振动; 惯导平台; 陀螺; 辨识; 参数冗余

**中图分类号:** V294.322 **文献标识码:** A

**Abstract:** This article studies the parameter identification for gyros on inertial platforms with buffered connection under linear vibration. Since the original drift model of inertial platform is unsuitable for parameter identification under such conditions, an average model is presented, and a comparison between the average model and the static model demonstrates the essential influence of linear vibration on parameter identification. Meanwhile, since the limitation of parameter redundancy exists in the average model, a new identification method is proposed which is based on two sets of data obtained from linear vibration tests with different vibration amplitudes. The new method not only ensures the convergence of high order gyro parameters for estimation, which is difficult under static conditions, but also overcomes the limitation of parameter redundancy of the average model.

**Key words:** linear vibration; inertial platform; gyro; identification; parameter redundancy

平台产生漂移主要是由和陀螺与加表相关的各种误差源导致的。为了提高平台精度,除了从硬件上改良(例如依靠改进平台、惯性仪表的设计和制造工艺)以外,在现有元件的基础上,辨识出模型参数,再对平台漂移进行补偿,是提高系统精度的更经济有效的途径<sup>[1-2]</sup>。

静基座下,对平台模型中的低阶误差系数的辨识已取得较为满意的效果。但受重力激励源幅值限制,对二次项和交叉项误差系数辨识效果尚不明显。虽然能提供大幅加速度激励的线振动台已经在惯导平台的测漂中应用已久,但迄今还都只是用来考察平台在线振动情况下的漂移大小及其他特征,仅限于定性的分析<sup>[3-4]</sup>。这主要是由于线振动试验中平台与振动台之间是通过减震垫来

连接的,导致实际加载到平台上的加速度幅值和相位都无法预知。因此无法直接用扩展 Kalman 滤波(EKF)直接辨识<sup>[5]</sup>。

为解决上述矛盾,提出了基于平台漂移平均模型的辨识方法,平均模型是将原始模型中正弦加速度信号信息压减为幅值常量,大大简化了原模型。本文指出平均模型实质相当于增大了二次项和交叉项误差参数的静态模型。同时论证了平均模型中的各误差参数是有冗余的,为此提出了变幅值线振动试验方法来消除这种冗余。

### 1 线振动试验中的限制及平均模型的确立

本文提出平均模型来削弱加速度信号对模型的影响。

#### 1.1 线振动试验的限制

为说明减震垫在线振动试验中产生的影响,

收稿日期:2008-04-07; 修订日期:2008-07-24

基金项目:国家“973”基础研究(JW132006093)

通讯作者:唐江河 E-mail: hittangjianghe@163.com

将试验模型简化,如图1所示<sup>[6-7]</sup>。质量为  $m$  的平台通过减震垫安置在振动台上,振动台产生加速度  $A(t) = a \sin(\omega t)$  (为方便假设初始相位为0),则位移为  $Y(t) = -\frac{a}{\omega^2} \sin(\omega t)$  (初始位移同样假设为0),两者方向都定义为向上。振动台传到平台上的加速度和位移分别为  $A_1(t)$  和  $X(t)$ 。

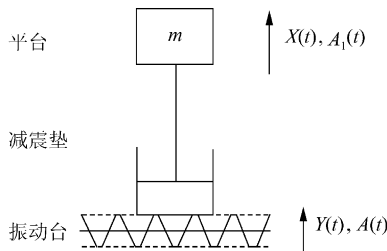


图1 振动试验的简略图

Fig.1 Schematic of linear vibration experiment

减震垫可视为一个二阶系统,产生的作用力  $F(t)$  与其位移  $X(t)$  的关系为

$$F(t) = k_0 X(t) + k_1 \dot{X}(t) + k_2 \ddot{X}(t) \quad (1)$$

设式(1)的特征根为  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$ ,则可以求得

$$\left. \begin{aligned} X(t) &= C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + \frac{a_0}{\omega^2} \sin(\omega t + \varphi) \\ A_1(t) &= \ddot{X}(t) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中:

$$a_0 = a \sqrt{\frac{K_2^2 + (k_1 \omega)^2}{K_1^2 + (k_1 \omega)^2}} \quad (3)$$

$$\varphi = -\arctan \frac{K_1(k_1 \omega) + K_2(k_1 \omega)}{K_2 K_1 - (k_1 \omega)^2} \quad (4)$$

$$C_1 = \frac{a_0 \lambda_2 \sin \varphi - a_0 \lambda_1 \cos \varphi}{\omega^2 (\lambda_1 - \lambda_2)} \quad (5)$$

$$C_2 = \frac{-a_0 \lambda_1 \sin \varphi + a_0 \lambda_2 \cos \varphi}{\omega^2 (\lambda_1 - \lambda_2)} \quad (6)$$

在式(3)和式(4)中:

$$K_1 = k_0 - (m + k_2)\omega^2, \quad K_2 = k_0 - k_2\omega^2$$

容易证明方程特征根  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的实部小于0,微分方程是稳定的。由通解式(2)可看出,实际加载到平台上的加速度  $A_1(t)$  不再是纯粹的正弦信号,而是以  $C_1 \lambda_1^2 e^{\lambda_1 t} + C_2 \lambda_2^2 e^{\lambda_2 t}$  为中心的仿正弦信号,但这个中心线会快速趋近于0;正弦部分的幅值和初始相位与振动台上提供的都不一致,其幅值的衰减倍数是随着振动频率变化而改变的:

$$\frac{a_0}{a} = \sqrt{\frac{K_2^2 + (k_1 \omega)^2}{K_1^2 + (k_1 \omega)^2}} \quad (7)$$

## 1.2 模型的平均模型

由1.1节的讨论可知,线振动试验中由于减震垫的存在使得实际加载到平台的幅值和初始相位无法事先确定,这给辨识带来很大困难。平均模型就是将模型中这个不确定成分简化成未知的幅值常量来处理。

仅考虑陀螺内部误差源对平台漂移的影响而忽略安装误差角、陀螺控制力矩以及平台框架稳定回路的角速率伺服误差带来的影响,则在加载了振动之后平台漂移误差原始模型为<sup>[2]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{\cos \gamma}{\cos \beta} & -\frac{\sin \gamma}{\cos \beta} & 0 \\ \sin \gamma & -\cos \gamma & 0 \\ -\frac{\cos \gamma}{\cos \beta} \sin \beta & -\frac{\sin \gamma}{\cos \beta} \sin \beta & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_{px} \\ \omega_{py} \\ \omega_{pz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \\ \dot{\mathbf{D}} &= \boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \omega_{px} \\ \omega_{py} \\ \omega_{pz} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} D_{ix} + (D_{ix} a_{ix} + D_{ox} a_{ox} + D_{sx} a_{sx})(1 + A_1) \\ D_{iy} + (D_{iy} a_{iy} + D_{oy} a_{oy} + D_{sy} a_{sy})(1 + A_1) \\ D_{iz} + (D_{iz} a_{iz} + D_{oz} a_{oz} + D_{sz} a_{sz})(1 + A_1) \end{bmatrix} - \\ &\quad \begin{bmatrix} (D_{iix} a_{ix}^2 + D_{oix} a_{ox}^2 + D_{sxx} a_{sx}^2)(1 + A_1)^2 \\ (D_{iyy} a_{iy}^2 + D_{ooy} a_{oy}^2 + D_{syy} a_{sy}^2)(1 + A_1)^2 \\ (D_{iiz} a_{iz}^2 + D_{ooz} a_{oz}^2 + D_{ssz} a_{sz}^2)(1 + A_1)^2 \end{bmatrix} - \\ &\quad \begin{bmatrix} (D_{iox} a_{ix} a_{ox} + D_{isx} a_{ix} a_{sx} + D_{osx} a_{ox} a_{sx})(1 + A_1)^2 \\ (D_{ioy} a_{iy} a_{oy} + D_{isy} a_{iy} a_{sy} + D_{osy} a_{oy} a_{sy})(1 + A_1)^2 \\ (D_{ioz} a_{iz} a_{oz} + D_{isz} a_{iz} a_{sz} + D_{osz} a_{oz} a_{sz})(1 + A_1)^2 \end{bmatrix} \\ &\quad \mathbf{C}_r^p \boldsymbol{\omega}_r^i \end{aligned}$$

$\alpha, \beta$  和  $\gamma$  分别为平台的外环角、内环角和台体角;  $\mathbf{D}$  为30维的列向量,其元素为陀螺的所有各阶误差参数;  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  和  $\boldsymbol{\varepsilon}$  对应相应维的白噪声;  $D_{ij}, D_{ij}, D_{oj}, D_{sj}, D_{ij}, D_{ooj}, D_{ssj}, D_{ioj}, D_{isj}$  和  $D_{osj}$  ( $j=x, y, z$ ) 分别为相应阶次的误差参数;  $a_{ij}, a_{oj}$  和  $a_{sj}$  ( $j=x, y, z$ ) 分别为沿陀螺组件的输入、输出和自旋轴的外施加加速度;  $A_1 = a_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$  为经衰减后实际加载到平台的振动加速度;  $\boldsymbol{\omega}_r^i$  为地球相对惯性空间的自转角速度在地理坐标系中的表示;  $\mathbf{C}_r^p$  为从地理坐标系到平台坐标系的变换阵。

由式(8)可知,由于原始模型中加速度信号  $A_1$  无法实时确定使得模型不可辨识。实际中的

振动台要求频率非常高,至少要达到 15 Hz。考虑将式(8)中的状态空间模型两端都在一个振动周期内(振动周期设为  $T$ )取平均,在如此短的一个振动周期里可以将 3 个框架角的输出看成是一个常数,这是由于它的每个输出分量曲线是一条在趋势曲线上以相同频率振动的光滑曲线,而且振动幅值非常小,其值在一个振动周期内变化不超过  $1/3\ 000^\circ$ 。那么上面模型在一个振动周期内只有  $A_1$  一个变量,其余全近似为常数,因此有:

$$\dot{\bar{\alpha}} = \begin{bmatrix} \frac{-\cos \bar{\gamma}}{\cos \bar{\beta}} & \frac{-\sin \bar{\gamma}}{\cos \bar{\beta}} & 0 \\ \sin \bar{\gamma} & -\cos \bar{\gamma} & 0 \\ \frac{-\cos \bar{\gamma}}{\cos \bar{\beta}} \sin \bar{\beta} & \frac{-\sin \bar{\gamma}}{\cos \bar{\beta}} \sin \bar{\beta} & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{\omega}_{px} \\ \bar{\omega}_{py} \\ \bar{\omega}_{pz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\epsilon}_1 \\ \bar{\epsilon}_2 \\ \bar{\epsilon}_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$\dot{\mathbf{D}} = \bar{\boldsymbol{\epsilon}}$

式中:

$$\begin{aligned} [\bar{\alpha} \quad \bar{\beta} \quad \bar{\gamma}] &= \frac{1}{T} \int_t^{t+T} [\alpha \quad \beta \quad \gamma] dt \\ \begin{bmatrix} \bar{\omega}_{px} \\ \bar{\omega}_{py} \\ \bar{\omega}_{pz} \end{bmatrix} &= \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \begin{bmatrix} \omega_{px} \\ \omega_{py} \\ \omega_{pz} \end{bmatrix} dt = \\ &= \begin{bmatrix} D_{ix} + (D_{ix}a_{ix} + D_{ox}a_{ox} + D_{sx}a_{sx}) \\ D_{iy} + (D_{iy}a_{iy} + D_{oy}a_{oy} + D_{sy}a_{sy}) \\ D_{iz} + (D_{iz}a_{iz} + D_{oz}a_{oz} + D_{sz}a_{sz}) \end{bmatrix} - \\ &\left(1 + \frac{1}{2}a_0^2\right) \begin{bmatrix} D_{iix}a_{ix}^2 + D_{oox}a_{ox}^2 + D_{sxx}a_{sx}^2 \\ D_{iyy}a_{iy}^2 + D_{ooy}a_{oy}^2 + D_{syy}a_{sy}^2 \\ D_{iiz}a_{iz}^2 + D_{ooz}a_{oz}^2 + D_{szz}a_{sz}^2 \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} D_{iox}a_{ix}a_{ox} + D_{isx}a_{ix}a_{sx} + D_{osx}a_{ox}a_{sx} \\ D_{ioy}a_{iy}a_{oy} + D_{isy}a_{iy}a_{sy} + D_{osy}a_{oy}a_{sy} \\ D_{ioz}a_{iz}a_{oz} + D_{isz}a_{iz}a_{sz} + D_{osz}a_{oz}a_{sz} \end{bmatrix} - \mathbf{C}_r^p \boldsymbol{\omega}_{ir}^r \end{aligned}$$

$\bar{\boldsymbol{\epsilon}}$  及  $\bar{\epsilon}_i (i=1,2,3)$  为有色噪声,其自相关函数满足:

$$R(t_1 - t_2) = \begin{cases} 0 & t_1 \geq t_2 + T \\ \frac{\sigma_i^2}{T^2} (t_2 + T - t_1) & t_2 < t_1 < t_2 + T \end{cases}$$

平均模型式(9)一方面简化了原始模型式(8),另一方面,比较平均模型和静态模型(即为式

(8)中  $A_1=0$  时)可知:平均模型实质是这样一个静态模型,模型零次项和一次项误差参数不变,仍为  $D_{ij}, D_{ij}, D_{sj}$  和  $D_{oj}$ ;而二次项和交叉项误差参数为原参数的  $(1 + \frac{1}{2}a_0^2)$  倍,这一点说明了线振动下陀螺参数易于辨识的原因,平均模型将高次项参数增大,相对于静态模型更易激励出相应误差。

## 2 平均模型在辨识过程中的局限性

前面已经提及到,平均模型其实可以看成是一个将二次项和交叉项误差参数放大而零次项和一次项误差参数不变的静态模型。这导致利用平均模型来辨识时就会存在一些局限性。

### 2.1 平均模型中参数的冗余性

平均模型和一个相应静态模型相当,它自然存在静态模型的参数冗余的局限性。

其实只要基座在恒定加速度  $g_0$  环境下,  $x, y$  和  $z$  轴上的 3 个陀螺外施加速度都满足:

$$a_{ij}^2 + a_{oj}^2 + a_{sj}^2 = g_0^2 \quad (j = x, y, z) \quad (10)$$

而陀螺的输出  $\omega_{oj}$  有:

$$\begin{aligned} \omega_{oj} &= D_{ij} + D_{ij}a_{ij} + D_{oj}a_{oj} + D_{sj}a_{sj} + D_{ij}a_{ij}^2 + \\ &D_{ooj}a_{oj}^2 + D_{ssj}a_{sj}^2 + D_{ioj}a_{ij}a_{oj} + D_{isj}a_{ij}a_{sj} + \\ &D_{osj}a_{aj}a_{sj} + \omega_{ij} + \omega_{cmd} \quad (j = x, y, z) \end{aligned}$$

式中:  $\omega_{ij}$  为输入角速度;  $\omega_{cmd}$  为由陀螺控制力矩提供的外施角速率。

参考式(10)可以得到:

$$\begin{aligned} \omega_{oj} &= (D_{ij} + D_{ooj}g_0^2) + D_{ij}a_{ij} + D_{oj}a_{oj} + D_{sj}a_{sj} + \\ &(D_{ij} - D_{ooj})a_{ij}^2 + (D_{ssj} - D_{ooj})a_{sj}^2 + D_{ioj}a_{ij}a_{oj} + \\ &D_{isj}a_{ij}a_{sj} + D_{osj}a_{oj}a_{sj} + \omega_{ij} + \omega_{cmd} \quad (j = x, y, z) \end{aligned} \quad (11)$$

由式(11)可以看出:恒定加速度下,平台误差参数是有冗余的,进一步说,同一振幅下,平均模型中的误差参数无论如何是辨识不完全的。这种冗余主要是由参数  $D_{ij}, D_{ij}, D_{ooj}$  和  $D_{ssj} (j=x, y, z)$  之间的线性关系引起的。

对于这种局限性有两种处理方法,如果对于精度要求不是太严格可以通过忽略这 4 个参数中的一个参数来处理以破坏它们之间的线性关系,在工程上往往忽略  $D_{ooj}$ 。由式(11)可知,这种方法会对  $D_{ij}, D_{ij}, D_{ssj}$  这 3 个参数的辨识带来误差,但对其余参数的辨识毫无影响;为了提高精度,第 2 种处理方法可以通过测试两组不同幅值的试验数据将所有参数都辨识出来。在 3.4 节将具体介绍。

## 2.2 加载到平台上的加速度幅值的限制

在辨识平台的所有参数时,一般是将陀螺参数和加表参数分别进行辨识:通过处理框架角输出来辨识陀螺参数,加表输出用来得到加表参数。而平均模型式(9)虽然大大简化了原始模型,但是仍然存在未知的幅值常量,并且它无法通过框架角输出来获得,而只能借助加表的输出。具体算法在3节介绍。

## 3 平台各陀螺参数的辨识

本文只对平台中陀螺各参数进行辨识,辨识过程中会涉及到试验位置选取、幅值估计、对平均模型的修正以及冗余参数的确定等问题。

### 3.1 试验位置的选取

在平台辨识的多位置方案中位置的选取是至关重要的,位置选取的原则就是要求选取的位置能将所有要求辨识的参数都尽可能地激励出来,用灵敏度分析的观点来说就是要求待辨识的参数都有位置使得参数相对于系统的灵敏度达到最大。可以选取一组位置如表1所示。

表1 选定的14个位置  
Table 1 14 selected positions

标号	$\alpha/(^{\circ})$	$\beta/(^{\circ})$	$\gamma/(^{\circ})$
1	0	0	0
2	0	0	45
3	0	0	90
4	0	0	180
5	180	0	45
6	45	0	0
7	45	0	90
8	90	0	90
9	90	0	180
10	180	0	270
11	270	0	0
12	270	0	90
13	-45	0	0
14	-45	0	90

### 3.2 加速度信号幅值的估计

在2.2节中已经提到,平均模型中的加速度幅值必须独立于平均模型估计出来,它的值依靠加表的输出来获得。

在忽略了加表的安装误差的情况下, $x, y$ 和 $z$ 轴上3个加表的输出 $A_x, A_y$ 和 $A_z$ 满足:

$$A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 \triangleq S(t) = (1 + A_1(t))^2 \quad (12)$$

那么加速度信号 $A_1(t) = a_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$ 的幅值可以根据傅里叶级数的方法求得:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2} \sqrt{c_1^2 + s_1^2} \\ c_1 &= \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} S(iT) \cos(i\omega T) \\ s_1 &= \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} S(iT) \sin(i\omega T) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

### 3.3 对平均模型的修正

不同于静态模型,平均模型中含有未知的幅值常数,因而平均模型本身是非确定的,应时刻将估计的幅值代入模型进行修正。值得一提的是,由1.2节中提到的平均模型和静态模型的关系知,这种修正对辨识的收敛性并没有影响,而只会影响收敛速度。

### 3.4 冗余参数的确定

在2.1节中指出,由于存在线性关系,模型中定义的参数是有冗余的。在单一幅值的线振动下无法确定参数 $D_{ij}, D_{ij}, D_{ooj}$ 和 $D_{ssj} (j=x, y, z)$ ,而只能通过变动幅值来获得这些参数的值,具体如下:

**步骤1** 在幅值为 $a^{(1)}$ 的线振动下测试如表1所示各位置数据,而实际加载到平台的幅值设为 $a_1$ (它的值如3.2节同步估计)。对数据进行Kalman滤波来辨识参数,而事先假定 $D_{ooj} = 0 (j=x, y, z)$ 。那么由式(11)可知辨识出来的参数除下面几个参数的值会由于这个假设而受到影响外,其余参数不受其影响:

$$\left. \begin{aligned} D_{ij}^{(1)} &= D_{ij} + \left(\frac{1}{2}a_1^2 + 1\right)D_{ooj}, D_{ij}^{(1)} = D_{ij} - D_{ooj} \\ D_{ssj}^{(1)} &= D_{ssj} - D_{ooj}, D_{ooj}^{(1)} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中: $D_{ij}, D_{ij}, D_{ooj}$ 和 $D_{ssj} (j=x, y, z)$ 为模型中参数的实际值,上标(1)表示对应于步骤1的辨识值。

**步骤2** 振动频率不变,改变幅值为 $a^{(2)}$ ,而对应的加载到平台的幅值设为 $a_2$ 。同上处理则可得一个新的辨识值:

$$D_{ij}^{(2)} = D_{ij} + \left(\frac{1}{2}a_2^2 + 1\right)D_{ooj} \quad (15)$$

式中:上标(2)表示对应于步骤2的辨识值。

而其余参数辨识值与步骤1的辨识值是一样

的。联合式(14)和式(15),得到:

$$\left. \begin{aligned} D_{ij} &= \frac{(a_1^2 + 2)D_{ij}^{(2)} - (a_2^2 + 2)D_{ij}^{(1)}}{a_1^2 - a_2^2} \\ D_{ij} &= D_{ij}^{(1)} + \frac{2(D_{ij}^{(1)} - D_{ij}^{(2)})}{a_1^2 - a_2^2} \\ D_{ssj} &= D_{ssj}^{(1)} + \frac{2(D_{ij}^{(1)} - D_{ij}^{(2)})}{a_1^2 - a_2^2} \\ D_{ooj} &= \frac{2(D_{ij}^{(1)} - D_{ij}^{(2)})}{a_1^2 - a_2^2} \end{aligned} \right\} (16)$$

为了提高辨识的收敛速度,由式(13)进行幅值估值时可以利用步骤 1 中的幅值估值,考察式(7)可知,理想情况下,在振动频率不变时,振动台提供的幅值和实际加载到平台上的幅值是成正比的。有:

$$a_2 = a_1 \frac{a^{(2)}}{a^{(1)}} \quad (17)$$

同时考虑到实际中减震垫的作用并不能非常理想化地满足式(7),其值仅作为参考的初始值。而随着采样点数的增加,这个参考值应当被逐渐遗忘,从而可以考虑遗忘因子。当采样  $n$  个点时,利用此  $n$  个采样数据由式(13)估计的幅值记为  $a'_2(n)$ 。此时幅值可估计为

$$a_2(n) = \lambda^n a_2 + (1 - \lambda^n) a'_2(n) \quad (18)$$

式中: $\lambda$  为遗忘因子,一般取为 0.95;上标  $n$  为第  $n$  次,是采样的点数。

另一个需注意的地方是:加载线振动目的是为了激励起二次项和交叉项误差参数,因此步骤 1 和步骤 2 中两个试验的振动幅值  $a_1$  和  $a_2$  都必须足够大以达到激励目的。同时由式(16)可知,  $a_1$  和  $a_2$  不能相差太小,否则会影响式(16)中各参数的辨识精度。

总结 3.1 节~3.4 节,可简单画出平均模型的辨识过程,如图 2 所示。图中: $A_j^{(1)}$  和  $A_j^{(2)}$  分别为  $j(j=x,y,z)$  轴加表的两套输出; $a_1(n)$  为利

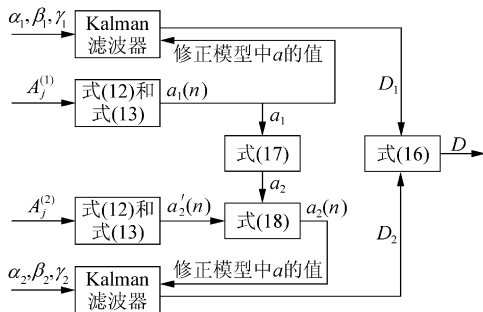


图 2 基于平均模型的辨识过程方框图

Fig. 2 Block diagram of identification procedure based on average model

用  $A_j^{(1)}$  由式(12)和式(13)所得估计幅值; $D_1$  和  $D_2$  分别为步骤 1 和步骤 2 所得各误差参数辨识值; $D$  为经修正后的辨识值。

### 3.5 算法精度的研究

如前所述,算法中由于借助了加表的输出来估计振动幅值。为此,本节将研究加表输出的介入给算法带来的误差。由于篇幅有限,推导过程在此不详加说明。

$$\hat{a}_0 = a_0 + \frac{a_0}{7}(4\Delta k_{1x} + 4\Delta k_{1y} + 8\Delta k_{1z} + \Delta\psi)$$

式中: $\Delta\psi = -\psi_{ox} - \psi_{ix} - \psi_{oy} + \psi_{iy} + \psi_{oz} + \psi_{iz}$ ;  $\hat{a}_0$  为振动幅值  $a_0$  的估计值; $k_{1j}$  为输出标度因数,  $k_{1j} = 1 + \Delta k_{1j}$ ,  $\Delta k_{1j}$  为标度因数的不确定性; $\psi_{ij}$  为平面内偏角; $\psi_{oj}$  为平面外偏角; $j=x,y,z$ 。

由算法反馈到平台陀螺参数误差百分比为

$$\Delta = \frac{\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\hat{a}_0^2 + 1\right)} - \frac{1}{\left(\frac{1}{2}a_0^2 + 1\right)}}{\frac{1}{\left(\frac{1}{2}a_0^2 + 1\right)}} = \frac{a_0^2 - \hat{a}_0^2}{\hat{a}_0^2 + 2}$$

那么在较大振动幅值下,安装误差角在  $100''$  以内、精度为  $10^{-4} g$  的加表会带来误差  $\Delta = 0.129\%$ 。

### 4 仿真实验

为验证上述算法,选用表 1 各位置进行试验仿真。仿真中振动频率取 15 Hz,设定此频率下的幅值衰减倍数为 1.5 倍(减震垫衰减倍数和频率密切相关,频率越高衰减越多。设定的倍数和实际试验相符)。考虑 3 组仿真试验:试验 1 在振动台幅值为  $a^{(1)} = 9g$  和  $a^{(2)} = 7g$  下测试 14 个位置框架角和加表输出;试验 2 测试幅值为  $a^{(1)} = 0g$ (即静态时的情形)和  $a^{(2)} = 2g$  时的输出;试验 3 数据直接取用试验 1 中当  $a^{(1)} = 9g$  时的输出。为复现加表输出中加速度信号信息,采样频率和振动频率之间必须满足香农定理,每个位置上都以 25 ms 的采样周期进行采样 100 s。分别对 3 组数据进行辨识,试验 1 和试验 2 数据如图 2 中流程处理;而试验 3 数据不考虑模型中参数的冗余性直接对所有陀螺参数进行辨识。限于篇幅仅绘出  $y$  轴陀螺各参数辨识曲线,如图 3 所示,其中左边各图是试验 1 和试验 2 数据辨识对比曲线,右边各图为试验 1 和试验 3 的辨识比较曲线。

由所有试验 1 和试验 2 的比较曲线可看出,

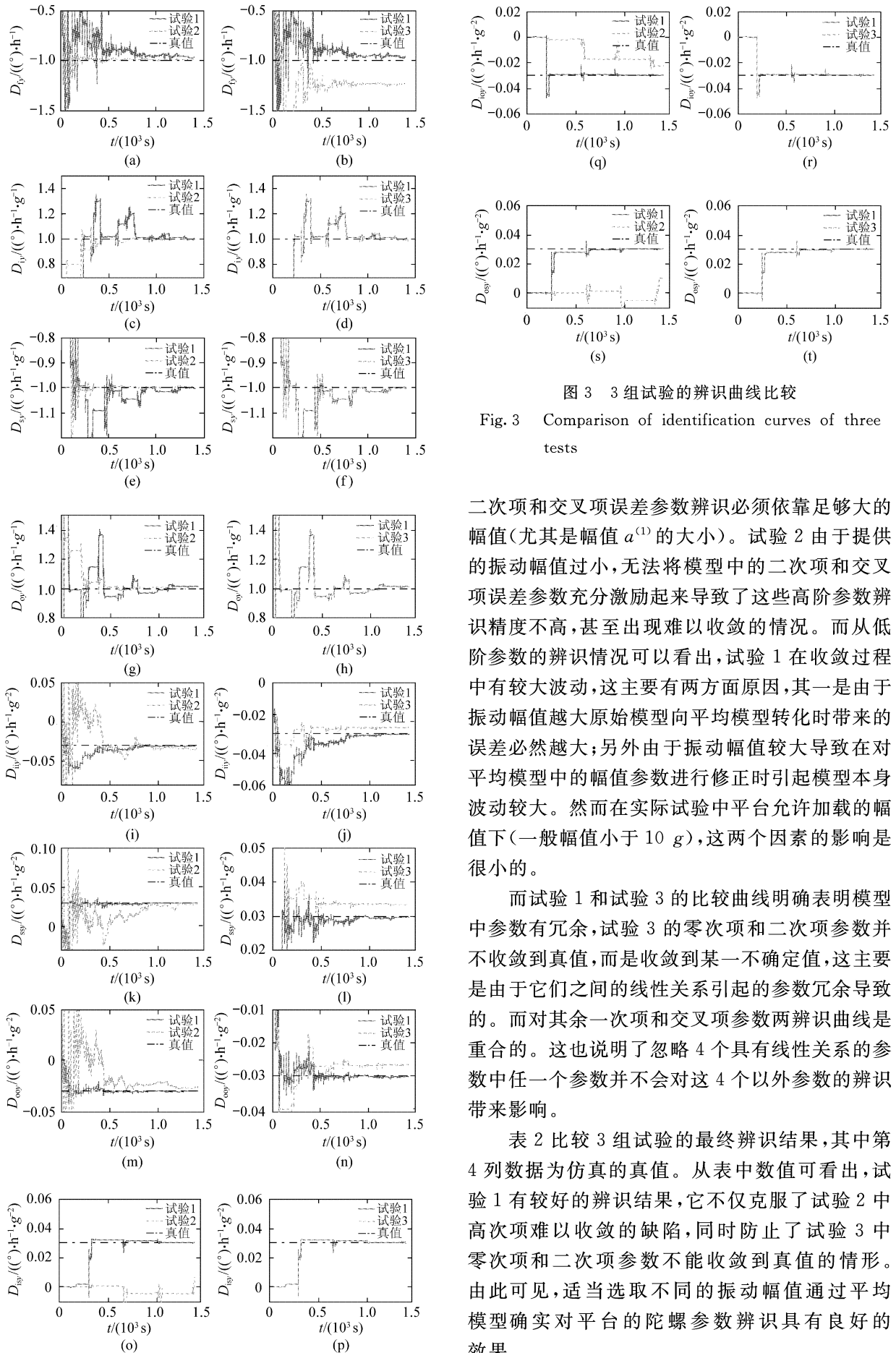


图3 3组试验的辨识曲线比较

Fig. 3 Comparison of identification curves of three tests

二次项和交叉项误差参数辨识必须依靠足够大的幅值(尤其是幅值  $a^{(1)}$  的大小)。试验2由于提供的振动幅值过小,无法将模型中的二次项和交叉项误差参数充分激励起来导致了这些高阶参数辨识精度不高,甚至出现难以收敛的情况。而从低阶参数的辨识情况可以看出,试验1在收敛过程中有较大波动,这主要有两方面原因,其一是由于振动幅值越大原始模型向平均模型转化时带来的误差必然越大;另外由于振动幅值较大导致在对平均模型中的幅值参数进行修正时引起模型本身波动较大。然而在实际试验中平台允许加载的幅值下(一般幅值小于  $10g$ ),这两个因素的影响是很小的。

而试验1和试验3的比较曲线明确表明模型中参数有冗余,试验3的零次项和二次项参数并不收敛到真值,而是收敛到某一不确定值,这主要是由于它们之间的线性关系引起的参数冗余导致的。而对其余一次项和交叉项参数两辨识曲线是重合的。这也说明了忽略4个具有线性关系的参数中任一个参数并不会对这4个以外参数的辨识带来影响。

表2比较3组试验的最终辨识结果,其中第4列数据为仿真的真值。从表中数值可看出,试验1有较好的辨识结果,它不仅克服了试验2中高阶项难以收敛的缺陷,同时防止了试验3中零次项和二次项参数不能收敛到真值的情形。由此可见,适当选取不同的振动幅值通过平均模型确实对平台的陀螺参数辨识具有良好的效果。

表2 3组试验辨识结果比较

Table 2 Comparison of results of three tests

参数	试验1	试验2	试验3	真值
$D_{lx}/((^\circ) \cdot h^{-1})$	0.933 6	0.995 4	0.969 2	1
$D_{ly}/((^\circ) \cdot h^{-1})$	-0.964 9	-0.990 8	-1.235 0	-1
$D_{lz}/((^\circ) \cdot h^{-1})$	0.980 0	0.988 0	1.220 0	1
$D_{ix}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-1})$	-1.009 9	-0.999 5	-1.009 9	-1
$D_{iy}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-1})$	1.000 9	0.998 4	1.000 9	1
$D_{iz}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-1})$	-1.017 4	-1.004 7	-1.017 4	-1
$D_{sx}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-1})$	1.001 6	1.002 5	1.001 6	1
$D_{sy}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-1})$	-1.001 4	-0.995 8	-1.001 4	-1
$D_{sz}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-1})$	0.994 4	0.997 3	0.994 4	1
$D_{ox}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-1})$	-0.983 2	-0.997 2	-0.983 2	-1
$D_{oy}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-1})$	1.016 3	1.004 4	1.016 3	1
$D_{oz}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-1})$	-1.006 2	-1.011 3	-1.006 2	-1
$D_{iix}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	0.030 8	0.032 5	0.030 4	0.03
$D_{iyy}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	-0.030 6	-0.034 1	-0.026 9	-0.03
$D_{iiz}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	0.030 2	0.034 5	0.026 9	0.03
$D_{ssx}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	-0.029 2	-0.020 1	-0.029 6	-0.03
$D_{ssy}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	0.029 6	0.027 9	0.033 3	0.03
$D_{ssz}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	-0.029 5	-0.016 9	-0.033 1	-0.03
$D_{oox}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	0.030 6	0.021 9	0.030 3	0.03
$D_{ooy}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	-0.030 3	-0.026 0	-0.026 8	-0.03
$D_{ooz}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	0.029 7	0.024 3	0.027 0	0.03
$D_{isx}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	-0.029 8	-0.004 0	-0.029 8	-0.03
$D_{isy}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	0.030 1	0.012 3	0.030 1	0.03
$D_{isz}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	-0.029 9	-0.027 8	-0.029 9	-0.03
$D_{iox}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	0.030 6	0.018 2	0.030 6	0.03
$D_{ioy}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	-0.029 7	-0.022 5	-0.029 7	-0.03
$D_{ioz}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	0.029 7	0.010 7	0.029 7	0.03
$D_{osx}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	-0.029 9	-0.017 4	-0.029 9	-0.03
$D_{osy}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	0.030 0	0.010 2	0.030 0	0.03
$D_{osz}/((^\circ) \cdot h^{-1} \cdot g^{-2})$	-0.030 0	-0.018 7	-0.030 0	-0.03

## 5 结论

本文研究的是线振动下平台陀螺参数辨识的实现问题。实际试验中由于平台须通过减震垫与振动台连接,给数据的处理带来极大的不便,本文在处理这个问题时得到以下几个结论:

(1) 平均模型的提出大大简化了原始模型,同时解释了线振动对陀螺参数实质的影响是增大了陀螺的二次项和交叉项参数,并且指出了增大的具体倍数。

(2) 指出平均模型实质是一个增大了高次项误差参数的静态模型,这导致平均模型必然有静态模型的一个固有的缺陷,即模型中的参数是有冗余的,这种冗余性可通过忽略某些参数来处理,但却会使得零次项和二次项参数的辨识偏离真值。

(3) 为了修正零次项和二次项这些冗余参数的值,提出用两组不同振动幅值的数据来辨识,仿真也证实了这种方法的有效性。

## 参 考 文 献

- [1] Hellings F J. Application of extended Kalman filtering to a dynamic laboratory calibration of an inertial navigation system[R]. AD-763718, 1976.
- [2] Kitizersw R A. Design, development, and laboratory test results of Kalman filter system-level IMU calibration technique[R]. AD-A046257, 1978.
- [3] Jiang Y F, Lin Y P. Error estimation of INS ground alignment through observability analysis[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1992, 28(1): 92-96.
- [4] 傅振宪,邵长胜,邓正隆.一类含陀螺安装误差角的惯导平台漂移模型的修正[J].控制与决策,2002,17(3):368-371. Fu Zhenxian, Shao Changsheng, Deng Zhenglong. Modification of inertial navigation platform drift model containing gyro misalignment angles[J]. Control and Decision, 2002, 17(3):368-371. (in Chinese)
- [5] Carl E J. Analysis of fatigue, fatigue-crack propagation and fracture data[R]. NASA CR-132332, 1973.
- [6] Julier S J, Uhlmann J K. A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems[C]//Proceedings of AeroSense: The 11th International Symposium on Aerospace/Defense Sensing, Simulation and Controls, Multi Sensor Fusion, Tracking and Resource Management II. New York: SPIE, 1997,3068:182-193.
- [7] Deng Z L, Xu S Y, Fu Z X. The research of identifying the coefficients in the platform drift error model [C] // IC-NGC2001 International Conference on Navigation, Guidance and Control 2001. Harbin: Harbin Engineering University Press, 2001,10(6):45-49.

### 作者简介:

唐江河(1979-)男,博士研究生。主要研究方向:非线性滤波。

Tel: 0451-86401380

E-mail: hittangjianghe@163.com

(责任编辑:张利平,孔琪颖)