

文章编号:1000-6893(2009)06-1048-05

# 考虑小载荷强化的模糊疲劳寿命预测理论

朱顺鹏<sup>1</sup>, 黄洪钟<sup>1</sup>, 谢里阳<sup>2</sup>

(1. 电子科技大学 机械电子工程学院, 四川 成都 610054)

(2. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110004)

## Prediction of Fuzzy Fatigue Life Under Low Amplitude Loading Strengthening

Zhu Shunpeng<sup>1</sup>, Huang Hongzhong<sup>1</sup>, Xie Liyang<sup>2</sup>

(1. School of Mechatronics Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

(2. College of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

**摘要:** 在实际工程应用中,多选用 Miner 法则进行疲劳寿命预测。由于小载荷特别是在疲劳极限附近的载荷对结构或材料的损伤不容忽略,考虑到小载荷的每一次循环对材料产生损伤的同时还产生了强化作用,建立了基于小载荷强化损伤的寿命预测模型以及相应的模糊疲劳寿命计算公式。该模型不但考虑了低于疲劳极限的载荷的强化作用,还引入隶属函数来描述小载荷的累积损伤的模糊性,完善了 Miner 法则的适用范围,提高了预测精度。两个不同载荷谱的疲劳寿命预测实例验证了该模型的有效性。

**关键词:** 疲劳寿命; 强化作用; 模糊累积损伤 Miner 法则; 隶属函数; 寿命预测

**中图分类号:** TQ330 **文献标识码:** A

**Abstract:** For the usual failure mode of structural components under variable loading, fatigue life prediction is very important for the selection, design, and safety assessments of these components. The linear damage model (Miner's rule) is used most widely for life prediction in practical engineering application. However, the fatigue damage caused by small loads cannot be ignored, especially when the load is near the constant amplitude of fatigue limit of a component. This article discusses in detail an accumulative fatigue damage model and the corresponding formula of fuzzy fatigue life based on the damage and coxing effect caused by each loading cycle on a metallic material. The fatigue life of structures depends on both the damage and coxing effect of the small load and a new approach is proposed. This model has improved the application of Miner's rule not only by considering the coxing effect caused by a stress lower than the fatigue limit, but also by introducing membership functions in the fuzzy accumulative damage caused by small loads. In order to apply the proposed model conveniently, different membership functions that affect the result of estimating fatigue life are investigated. Two examples are given in which the structural fatigue life is estimated by two different load spectrums. By comparing the results, the law of selecting membership functions for different load spectrums is found, and the errors of predicted fatigue life are reduced. The examples show that the prediction of fatigue life by the proposed method is more accurate than by the traditional method.

**Key words:** fatigue life; coxing effect; fuzzy accumulative damage Miner's rule; membership functions; life prediction

对于多级扰动载荷下的寿命预测,现有很多方法均是建立在疲劳累积损伤模型之上的<sup>[1]</sup>。目前有关专家学者提出了多种疲劳累积损伤理论,应用比较广泛的主要有线性累积损伤理论(Miner 法则)、双线性累积损伤理论(Grover-Manson 理论)、非线性疲劳累积损伤理论(Corten-Dolan

理论)等。由于双线性累积损伤理论、非线性累积损伤理论的计算模型复杂,理论计算与实验结果有出入,因此 Miner 法则在工程中得到了广泛应用。疲劳累积损伤理论的基本假设<sup>[2]</sup>是:

(1) 在任何高于疲劳极限的循环应力幅作用下都将产生疲劳损伤,疲劳损伤的严重程度不但与该应力幅作用次数有关,还与材料在该应力幅下达到破坏的循环次数有关。

(2) 材料或构件在每个应力幅下产生的损伤

收稿日期:2008-05-03; 修订日期:2008-09-27

基金项目:国家“863”计划(2006AA04Z408);国家自然科学基金(50775026);教育部博士点基金(20060614016)

通讯作者:黄洪钟 E-mail: hzhuang@uestc.edu.cn

是累积的,并且在不同应力幅循环作用下所产生的累积总损伤等于每一应力水平下损伤之和。

依据上述假设,传统 Miner 法则并未考虑低于疲劳极限的载荷的强化作用和损伤,把寿命预测不准仅归因于载荷作用次序的不同<sup>[3]</sup>。

本文针对疲劳极限以下的小载荷的损伤及其强化作用,建立疲劳累积损伤模型,并对其模糊化处理后进行寿命预测,结合两个实例来验证该模糊累积损伤模型的可行性并探讨疲劳寿命预测的具体参数的选择问题。

## 1 Miner 法则及其局限性

试件的一个加载周期由  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r$  等  $r$  级不同的应力水平组成,各应力水平下发生破坏时的寿命和循环数分别为  $N_1, N_2, \dots, N_r$  和  $n_1, n_2, \dots, n_r$ , 则可得出

$$D = \sum_{i=1}^r \frac{n_i}{N_i} \quad (1)$$

当损伤  $D$  等于 1 时,零件发生破坏,即

$$\sum_{i=1}^r \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (2)$$

式(2)为 Palmgren-Miner 法则的基本表达式,它是多级循环载荷下的破坏条件,也是线性累积损伤理论的计算公式<sup>[4-5]</sup>。

传统 Miner 法则的使用条件<sup>[6-8]</sup>如下:

(1) 疲劳累积损伤只产生在应力大于材料的疲劳极限的范围内,小于材料疲劳极限的应力不引起损伤而具有无限寿命。

(2) 各循环应力所产生的损伤分量之和为 1 时,试样发生破坏。

(3) 试样达到破坏时的总损伤量是一个常数,且损伤与载荷的加载次序无关。

在预测疲劳寿命的过程中,常将疲劳极限以上的载荷称做大载荷,而将疲劳极限以下的载荷称做小载荷。通过分析上述使用条件式(1)可知,认为只有大载荷才引起损伤,而小载荷不引起损伤,这与实际不符。小载荷引起的损伤及强化作用,即结构在位于一个低幅交变载荷区间的有强化作用的载荷反复作用下,使其疲劳强度得到不同程度的提高,此现象亦称为低载强化<sup>[9]</sup>。

疲劳破坏是一个连续发展的过程,因而损伤也是一个连续累积的过程,在疲劳极限附近的小载荷也会造成一定的损伤,该损伤具有模糊性。传统方法中载荷是否造成损伤取决于疲劳极限的

划定,过于绝对化。对于有色金属和腐蚀疲劳,不存在真正的疲劳极限(只能用条件疲劳极限来描述其材料特性)。处于疲劳极限附近的小载荷对材料是否构成损伤且构成损伤的大小均呈现出模糊性。Miner 累积损伤模型忽略小载荷的强化作用,成为疲劳寿命预测估计不准的一个重要因素。

试验表明,Miner 法则与试验结果并不完全符合,主要是疲劳损伤的积累,不但与当前的应力状况有关,还与过去的应力历程有关,材料以前的应力历程对以后的循环的损伤有干涉效应,Miner 法则忽略了载荷应力级间的相互作用<sup>[2,10]</sup>。

针对上述传统 Miner 法则预测寿命存在误差和缺陷,本文探讨了弥补这些影响因素的更加贴近工程实际的预测方法。

## 2 基于小载荷强化的模糊 Miner 法则

### 2.1 考虑小载荷强化作用的 Miner 法则

通过分析 Miner 法则,可以把试件的应力水平  $\sigma_i (i=1, 2, \dots, r)$  由疲劳极限划开,有  $k$  级应力水平大于或等于疲劳极限  $\sigma_e$ , 每种应力水平作用下的破坏循环数为  $N_i$ , 剩下的  $r-k$  级应力水平低于疲劳极限,每种应力水平对应的破坏循环数为  $N_0$ , 则由式(1)和式(2)得

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (3)$$

本文通过构造一个强化函数来体现载荷的循环强化作用与载荷间的相互干涉作用。强化函数是建立在损伤的基础之上的。对于强化效果很小甚至可以忽略不计的小载荷,其相应的强化函数值为 1。

构件在应力水平  $\sigma_i$  作用下,  $n_i$  为该应力水平下的循环数,可以假设在该级应力作用下的强化函数为  $\exp(-m'\sigma_i)$ , 且在强化过程中,某次循环造成的损伤可以由其前次循环的损伤乘以强化函数求得。由此推出第  $r-k$  级的小载荷的强化损伤值。在应力水平  $\sigma_i$  作用  $n_i$  次后的强化损伤为

$$\frac{\exp(m'\sigma_i)}{m'\sigma_i} [1 - \exp(-m'\sigma_i n_i)] \frac{1}{N_i} \quad (k+1 \leq i \leq r) \quad (4)$$

由材料或构件的 S-N 曲线的指数形式<sup>[4]</sup>知,式(4)中  $1/N_i$  为第 1 次循环造成的损伤,  $N_i$  表示应力  $\sigma_i$  单独作用时使材料发生疲劳破坏的应力循环次数。

在多级载荷作用下,计入小载荷的强化作用,则 Miner 法则表达式(2)修改为

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} + \sum_{i=k+1}^r \frac{\exp(m'\sigma_i)}{m'\sigma_i} \cdot [1 - \exp(-m'\sigma_i n_i)] \frac{1}{N_i} = 1 \quad (5)$$

式中: $m'$ 为常数,可根据疲劳极限条件决定。对于构件,该模型能够很好地估算多级载荷的累积损伤。但对于小载荷的损伤,该模型还有一个亟待解决的问题,就是小载荷是否对构件造成损伤呈现出的模糊性。低于疲劳极限的载荷对构件的损伤,可以引入模糊数学中的隶属函数予以描述。

## 2.2 考虑小载荷强化的 Miner 法则的模糊化研究

用模糊集  $\tilde{D}$  来表示每次载荷循环的损伤。对应某级应力  $\sigma_i$  一次循环造成的损伤为  $D(\sigma_i)$ , 疲劳极限  $\sigma_e$  处对应的损伤为  $D_e$ , 因此可以用模糊数学描述为:

当  $\sigma_i \in [0, \sigma_e)$  时,  $\tilde{D}$  的隶属函数为

$$\mu_{\tilde{D}}(\sigma_i) = D(\sigma_i)/D_e$$

当  $\sigma_i \in [\sigma_e, \sigma_M]$  时( $\sigma_M$  为某级应力中最大的载荷应力值), 应力对结构一定产生损伤, 则  $\mu_{\tilde{D}}(\sigma_i) = 1$ 。于是在论域  $[0, \sigma_M]$  上有

$$\mu_{\tilde{D}}(\sigma_i) = \begin{cases} \frac{D(\sigma_i)}{D_e} & \sigma_i \in [0, \sigma_e) \\ 1 & \sigma_i \in [\sigma_e, \sigma_M] \end{cases} \quad (6)$$

在恒幅载荷作用下  $\sigma_i$  为定值,  $N_i$  为其疲劳寿命, 则每次循环的损伤为  $D(\sigma_i) = 1/N_i^{[4]}$ , 由此得

$$D(\sigma_i)N_i = D_e N_0 = 1 \quad (7)$$

通过前面的分析和定义式(6)、式(7), 可得模糊 S-N 曲线模型为

$$N_i = \begin{cases} N_0/\mu_{\tilde{D}}(\sigma_i) & \sigma_i \in [0, \sigma_e) \\ N_0(\sigma_e/\sigma_i)^m & \sigma_i \in [\sigma_e, \sigma_M] \end{cases} \quad (8)$$

将式(8)代入式(5)可得

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} + \sum_{i=k+1}^r \frac{\exp(m'\sigma_i)}{m'\sigma_i} \cdot [1 - \exp(-m'\sigma_i n_i)] \frac{\mu_{\tilde{D}}(\sigma_i)}{N_0} = 1 \quad (9)$$

式(9)即为包含了小载荷强化的模糊 Miner 法则, 将前半部分记为

$$D_1 = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} \quad (10)$$

则后半部分即为小载荷强化的累积模糊损伤, 即

$$\Delta D = \sum_{i=k+1}^r \frac{\exp(m'\sigma_i)}{m'\sigma_i} [1 - \exp(-m'\sigma_i n_i)] \frac{\mu_{\tilde{D}}(\sigma_i)}{N_0} \quad (11)$$

式中:  $0 \leq \mu_{\tilde{D}}(\sigma_i) \leq 1$ 。

## 2.3 隶属函数的拟定

隶属函数的确定过程本质上是客观的, 但又容许一定的人为技巧, 有时这种人为技巧对问题的解决起决定作用; 同时隶属函数又可分别通过模糊统计试验和概率统计的结果予以推理来加以确定<sup>[11-12]</sup>。隶属函数的选取, 可以根据问题的性质选用某种典型的函数形式, 并利用隶属函数所要满足的条件来确定函数中所包含的参数。

式(6)中的隶属函数  $\mu_{\tilde{D}}(\sigma_i)$  是在论域  $[0, \sigma_e)$  上的值域为  $[0, 1]$  的连续递增函数, 在高于疲劳极限的应力区间上其值恒为 1。

在很多情况下, 用一些常见的分布函数作为隶属函数来近似表达模糊变量是最简便的方法, 考虑小载荷的损伤和强化作用的模糊化处理时, 对于那些处于无效的强化区域的过小的载荷, 其强化效果和损伤都可以忽略不计, 因此引入小载荷的下界  $\sigma_L$ , 即  $\sigma_i \in [0, \sigma_L)$  时其隶属函数值为 0。由此拟定的隶属函数如下:

### (1) 直线型隶属函数

$$\mu_{\tilde{D}}(\sigma_i) = \begin{cases} 0 & \sigma_i \in [0, \sigma_L) \\ \frac{\sigma_i - \sigma_L}{\sigma_e - \sigma_L} & \sigma_i \in [\sigma_L, \sigma_e) \\ 1 & \sigma_i \in [\sigma_e, +\infty) \end{cases} \quad (12)$$

### (2) 平方根型隶属函数

$$\mu_{\tilde{D}}(\sigma_i) = \begin{cases} 0 & \sigma_i \in [0, \sigma_L) \\ \left(\frac{\sigma_i - \sigma_L}{\sigma_e - \sigma_L}\right)^{\frac{1}{2}} & \sigma_i \in [\sigma_L, \sigma_e) \\ 1 & \sigma_i \in [\sigma_e, +\infty) \end{cases} \quad (13)$$

### (3) Haibach 型隶属函数<sup>[13]</sup>

Haibach 给出了在论域  $[0, \sigma_e]$  上的疲劳寿命曲线的模型  $\sigma^{2m-1}N = C$ , 于是有

$$\mu_{\tilde{D}}(\sigma_i) = \begin{cases} 0 & \sigma_i \in [0, \sigma_L) \\ \left(\frac{\sigma_i - \sigma_L}{\sigma_e - \sigma_L}\right)^{2m-1} & \sigma_i \in [\sigma_L, \sigma_e) \\ 1 & \sigma_i \in [\sigma_e, +\infty) \end{cases} \quad (14)$$

### (4) 抛物线型隶属函数

$$\mu_{\tilde{D}}(\sigma_i) = \begin{cases} 0 & \sigma_i \in [0, \sigma_L) \\ \left(\frac{\sigma_i - \sigma_L}{\sigma_e - \sigma_L}\right)^2 & \sigma_i \in [\sigma_L, \sigma_e) \\ 1 & \sigma_i \in [\sigma_e, +\infty) \end{cases} \quad (15)$$

而普通 Miner 法则相当于给出如下的隶属函数

$$\mu_D(\sigma_i) = \begin{cases} 0 & \sigma_i \in [0, \sigma_e) \\ 1 & \sigma_i \in [\sigma_e, +\infty) \end{cases} \quad (16)$$

式(12)~式(15)中,取  $\sigma_L = 0.7\sigma_e$ 。

确定隶属函数的各种方法尚处于经验阶段,从实践效果中进行反馈,不断校正认识,以达到预定的目标,可见实践效果是检验和调整隶属函数的依据。在隶属函数的选取和拓展方面,刘克格<sup>[7]</sup>、黄洪钟<sup>[11]</sup>、陈胜军<sup>[14]</sup>等做了相关研究。

### 3 模糊疲劳寿命预测应用实例

#### 3.1 实例分析

为了验证模型的正确性,本例以文献[13]中的两个疲劳试验 CFD1 和 CFD2 为例。试验相关的原始数据为: $m = 5.1, N_0 = 2 \times 10^6$ , 疲劳极限  $\sigma_e = 173.5 \text{ MPa}$ , 根据疲劳极限条件决定的常数  $m' = 1.3 \times 10^{-7}$ ; CFD1, CFD2 的试验数据分别见表 1 和表 2, 表中  $N_i$  的数值由疲劳曲线得到。试验 CFD1 实测疲劳寿命  $N_{r1}$  为  $2.0 \times 10^6$  次, CFD2 实测疲劳寿命  $N_{r2}$  为  $2.2 \times 10^7$  次。利用本文建立的基于小载荷强化作用的模糊 Miner 法则进行寿命预测及比较分析, 各隶属函数下 CFD1 和 CFD2 的寿命预测结果以及传统 Miner 法则和本方法的寿命估算的对比结果见表 3 和表 4。

表 1 CFD1 试验数据

Table 1 Results of CFD1 test

应力级别	$\sigma_i/\text{MPa}$	频次 $n_i$	$N_i$	$n_i/N_i$
1	505	4	$9.00 \times 10^3$	0.000 4
2	475	32	$1.16 \times 10^4$	0.002 8
3	423	560	$2.10 \times 10^4$	0.026 7
4	362	5 440	$4.70 \times 10^4$	0.115 8
5	287	40 000	$1.55 \times 10^5$	0.258 0
6	212	184 000	$8.70 \times 10^5$	0.211 0
7	137	560 000	$\rightarrow \infty$	0
8	63	1 210 000	$\rightarrow \infty$	0

表 2 CFD2 试验数据

Table 2 Results of CFD2 test

应力级别	$\sigma_i/\text{MPa}$	频次 $n_i$	$N_i$	$n_i/N_i$
1	305	44	$5.60 \times 10^4$	0.000 8
2	332	352	$7.40 \times 10^4$	0.004 7
3	298	6 160	$1.30 \times 10^5$	0.047 5
4	254	59 840	$2.80 \times 10^5$	0.214 0
5	201	440 000	$1.25 \times 10^6$	0.352 0
6	149	2 024 000	$\rightarrow \infty$	0
7	96	6 160 000	$\rightarrow \infty$	0
8	44	13 310 000	$\rightarrow \infty$	0

表 3 不同隶属函数下试验 CFD1 的寿命估算结果

Table 3 Results of CFD1 using different membership functions

编号	隶属函数	$D_1$	$\Delta D$	$N_i/10^6$	误差/%
1	传统 Miner 法则	0.614 7	0	3.253 6	62.68
2	直线型	0.614 7	0.804 1	1.409 6	29.52
3	抛物线型	0.614 7	0.424 2	1.925 1	3.74
4	平方根型	0.614 7	1.107 2	1.161 5	41.92
5	Haibach 型	0.614 7	0.618 9	3.231 3	61.56

表 4 不同隶属函数下试验 CFD2 的寿命估算结果

Table 4 Results of CFD2 using different membership functions

编号	隶属函数	$D_1$	$\Delta D$	$N_i/10^7$	误差/%
1	传统 Miner 法则	0.619 0	0	3.554 1	61.55
2	直线型	0.619 0	0.414 0	2.129 7	3.19
3	抛物线型	0.619 0	0.282 7	2.218 0	10.90
4	平方根型	0.619 0	0.501 0	1.964 3	10.71
5	Haibach 型	0.619 0	0.018 1	3.453 1	56.96

#### 3.2 结果分析

由表 1 和表 2 可知, CFD1 的载荷较大, CFD2 的载荷较小。对比分析表 3 和表 4 的计算结果可知, 选取抛物线型隶属函数更适合载荷较大的载荷谱(如 CFD1), 相对于载荷较小的载荷谱(如 CFD2), 则选用直线型更贴近工程实际。对比的传统 Miner 法则计算的累积损伤较小, 从而使预估寿命远大于实际寿命, CFD1 中误差达到 62.68%, 偏于不安全。

考虑小载荷强化损伤的疲劳累积模型,  $\Delta D$  值不为 0, 此值即为小载荷的强化损伤值, 通过选取不同的疲劳参数(如  $\sigma_L, m'$  等), 不同隶属函数有了更准确的估算寿命。在 CFD1 中抛物线型隶属函数预测寿命误差仅为 3.74%, 直线型和平方根型均有较大的提高。在 CFD2 中直线型隶属函数预测寿命误差也仅为 3.19%, 抛物线和平方根型误差分别为 10.90% 和 10.71%, 远低于传统 Miner 法则的预测寿命误差, 所以该模型的预测精度得到提高且偏于安全。

处于具有强化效果的低幅载荷区间的小载荷, 对构件是否产生损伤及强化还与载荷的加载次序有关, 文献[9]中试验结果表明: 结构在经过一定次数的低载锻炼后施加高载荷, 疲劳寿命得到了提高; 在适当的条件下, 高低载荷交替多次作用的低载也可以提高疲劳寿命。因此在一定程度上载荷次序效应影响了该疲劳累积损伤模型的寿命预测精度, 但其寿命预测结果已达较

高的精度。

本文选用的承受多级载荷试验的实例均含有疲劳极限附近的载荷的循环作用,符合载荷谱中具有强化作用的小载荷,该疲劳累积损伤模型考虑了小载荷的模糊损伤及强化作用,从而验证了其在工程实际中的实用价值。

#### 4 结 论

(1) 通过结合低于疲劳极限的应力的强化损伤的疲劳累积损伤模型来估算疲劳寿命,明显地提高了预测精度且结果偏于安全。

(2) 考虑小载荷的损伤且通过模糊数学的方法改进疲劳累积损伤模型,完善了传统 Miner 法则,使其更符合客观实际。

(3) 通过选择不同参数的隶属函数来获得预测估算寿命,在解决具体应用问题的过程中不断对隶属函数加以修正和完善,再根据式(9)进行寿命预测,从而可满足工程实际需要。

(4) 不同加载次序下的小载荷的损伤及强化效果不同,该疲劳累积损伤模型考虑了小载荷的损伤及强化作用,但在反映载荷次序效应方面尚需探讨,以进一步提高其寿命预测精度。

#### 参 考 文 献

- [1] 陈传尧. 疲劳与断裂[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 1-9.  
Chen Chuanyao. Fatigue and fracture[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2002: 1-9. (in Chinese)
- [2] 袁熙, 李舜酩. 疲劳寿命预测方法的研究现状与发展[J]. 航空制造技术, 2005(12): 80-84.  
Yuan Xi, Li Shunming. Research status and development of forecast method of fatigue life[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2005(12): 80-84. (in Chinese)
- [3] 卢曦, 郑松林. 考虑小载荷强化的汽车构件疲劳累积损伤试验研究[J]. 中国机械工程, 2007, 18(8): 994-997.  
Lu Xi, Zheng Songlin. Experimental investigation on cumulative fatigue damage of strengthening under low amplitude loading for automobile structures[J]. China Mechanical Engineering, 2007, 18(8): 994-997. (in Chinese)
- [4] 李舜酩. 机械疲劳与可靠性设计[M]. 北京: 科学出版社, 2006: 78-90.  
Li Shunming. The fatigue and reliability design in mechanics[M]. Beijing: Science Press, 2006: 78-90. (in Chinese)
- [5] Fsatemi A, Yang L. Cumulative fatigue damage and life prediction theories; a survey of the state of the art for the homogeneous materials [J]. International Journal of Fatigue, 1998, 20(1): 9-34.
- [6] 濮良贵. 机械设计[M]. 北京: 高等教育出版社, 1989: 25-34.  
Pu Lianggui. Machine design[M]. Beijing: Higher Education Press, 1989: 25-34. (in Chinese)
- [7] 刘克格, 阎楚良, 张书明. 模糊数学在疲劳寿命估算中的应用[J]. 航空学报, 2006, 27(2): 227-231.  
Liu Kege, Yan Chuliang, Zhang Shuming. Fatigue life estimation for using fuzzy mathematics[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006, 27(2): 227-231. (in Chinese)
- [8] 徐灏. 概率疲劳[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 1994: 303-308.  
Xu Hao. Probability fatigue [M]. Shenyang: Northeastern University Press, 1994: 303-308. (in Chinese)
- [9] 郑松林. 低幅载荷对汽车前轴疲劳寿命影响的试验研究[J]. 机械强度, 2002, 24(4): 547-549.  
Zheng Songlin. Studying the effect of low amplitude loading on fatigue life of truck front axle[J]. Journal of Mechanical Strength, 2002, 24(4): 547-549. (in Chinese)
- [10] Bui-Quoc T. Cumulative damage with interaction effect due to fatigue under torsion loading [J]. Experimental Mechanics, 1982, 22(5): 180-187.
- [11] 黄洪钟. 机械设计模糊优化原理及应用[M]. 北京: 科学出版社, 1997: 51-64.  
Huang Hongzhong. The theory of fuzzy optimization for machine design[M]. Beijing: Science Press, 1997: 51-64. (in Chinese)
- [12] 董玉革. 机械模糊可靠性设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 2000: 20-29.  
Dong Yuge. Design of mechanical fuzzy reliability[M]. Beijing: China Machine Press, 2000: 20-29. (in Chinese)
- [13] 李明, 奥脱·布克斯鲍姆. 结构抗疲劳设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 1987: 224-228.  
Li Ming, Otto Buxbaum. Anti-fatigue design for structural components[M]. Beijing: China Machine Press, 1987: 224-228. (in Chinese)
- [14] 陈胜军. 基于隶属函数的疲劳寿命预测模型[J]. 南京师范大学学报, 2007, 7(2): 6-9.  
Chen Shengjun. Fatigue life time prediction models based on membership function [J]. Journal of Nanjing Normal University, 2007, 7(2): 6-9. (in Chinese)

#### 作者简介:

朱顺鹏(1983—) 男, 博士研究生。主要研究方向: 疲劳可靠性、疲劳强度和寿命。

E-mail: zhu.s.peng@gmail.com

黄洪钟(1963—) 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 可靠性、多学科设计优化。

Tel: 028-83206916

E-mail: hzhuang@uestc.edu.cn

(责任编辑: 李铁柏, 徐晓)