通信系统原理教程

第17讲 基本的数字调制系统之二

通信教研室　杨春萍

本讲内容

- 概述
- 二进制振幅键控
- 二进制频移键控
- 二进制相移键控
- 二进制差分相移键控
- 二进制数字键控传输系统性能比较
- 多进制数字键控

二进制频移键控（2FSK）

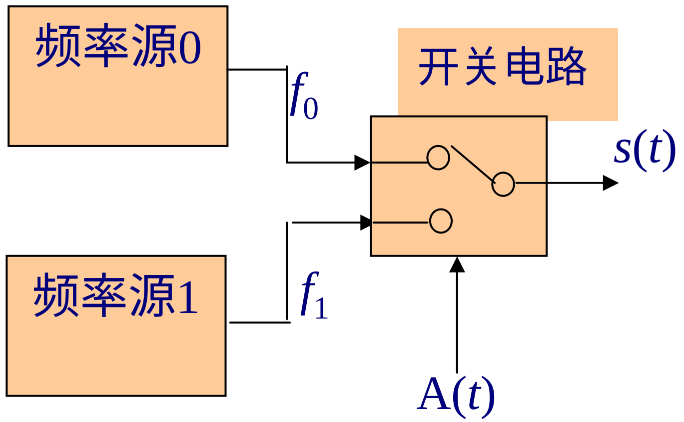
6.3.1 基本原理

- 表示式：

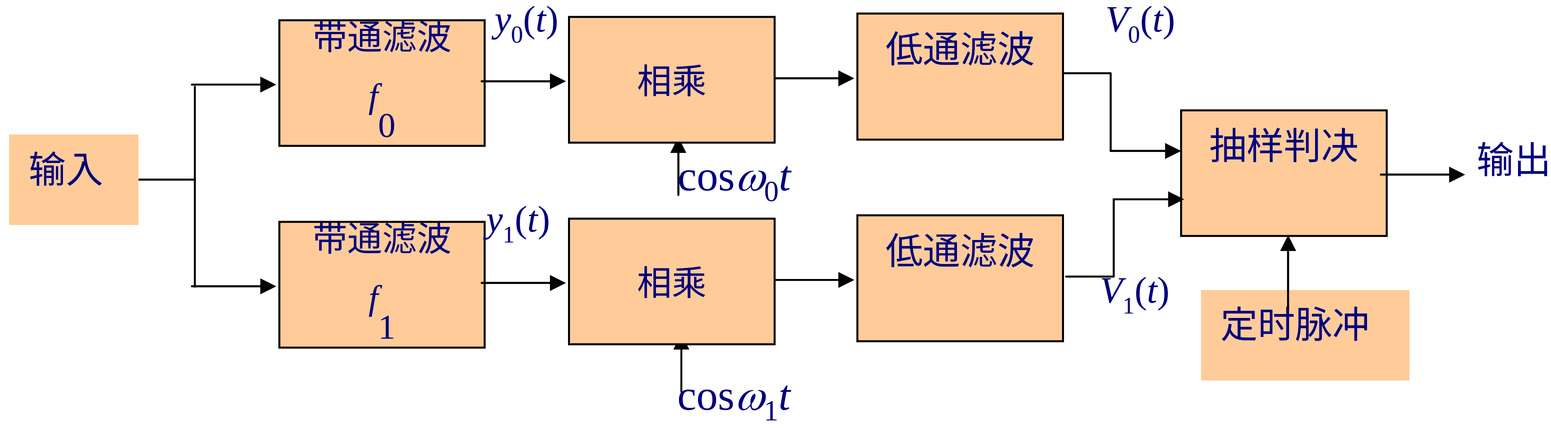
$$s(t)=\begin{cases}A\cos(\omega_1 t+\varphi_1) & \text{当发送“1”时}\\ A\cos(\omega_0 t+\varphi_0) & \text{当发送“0”时}\end{cases}$$

- 产生方法：
  - 调频法：相位连续

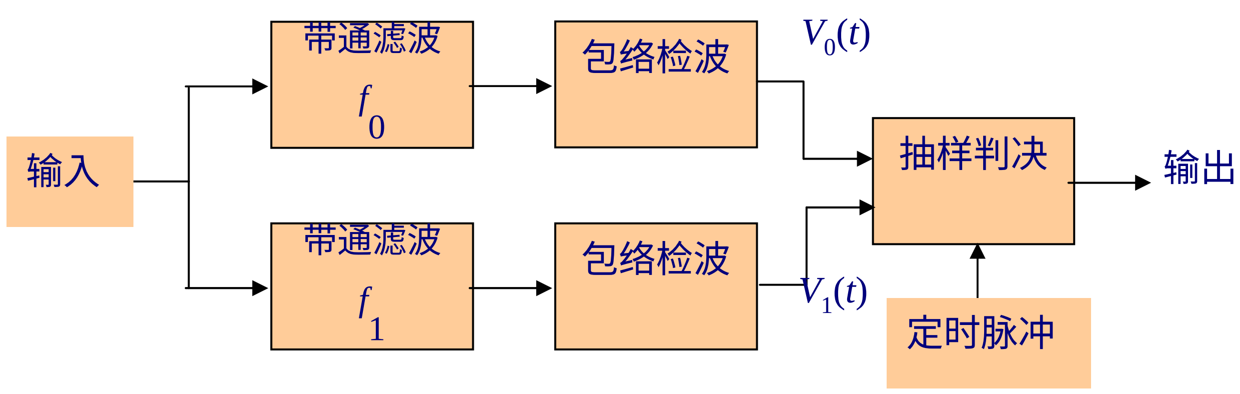
  - 开关法：相位不连续



- 接收方法：
  - 相干接收：

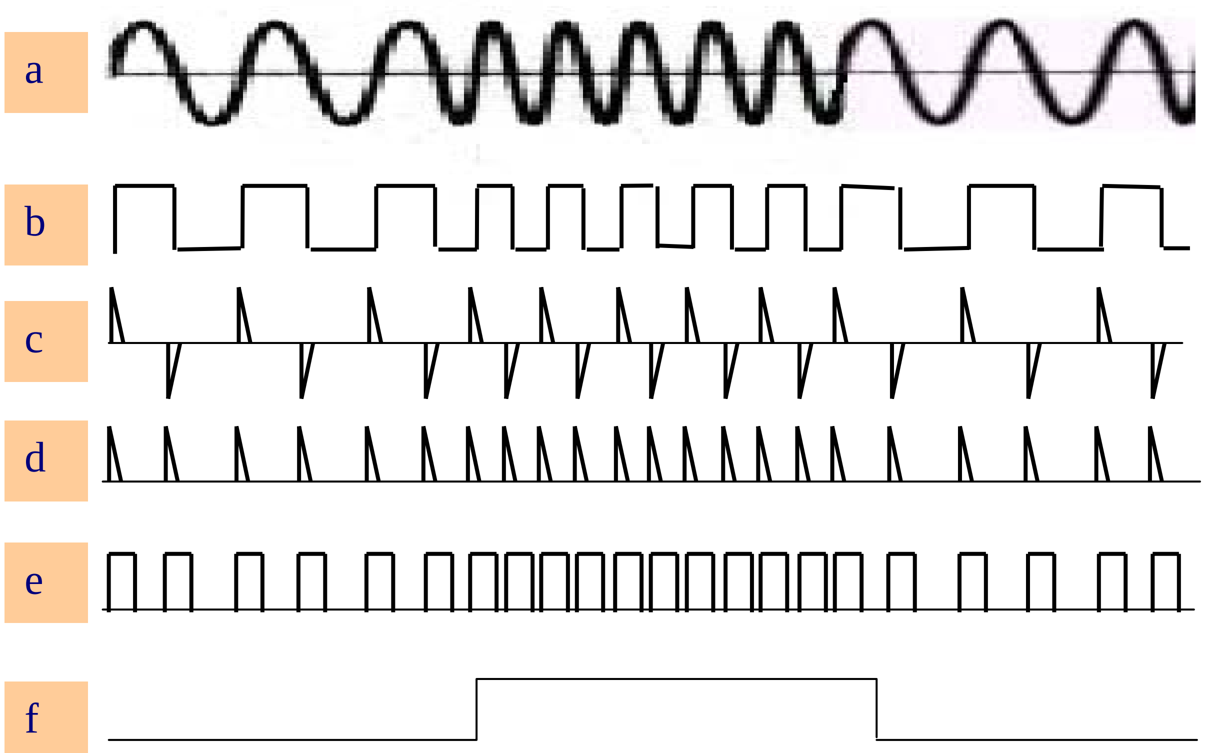


  - 非相干接收：
    - 包络检波法：



- 过零点检测法

带通滤波 → 放大限幅 → 微分 → 整流 → 脉冲展宽 → 低通 →



6.3.2功率谱密度

开关法产生的2FSK信号可以看作是两个不同频率2ASK信号的叠加： $s(t)=A_1(t)\cos\omega_1 t+A_0(t)\cos\omega_0 t$

式中， $A_1(t)=\sum_n a_n$ $A_0(t)=\sum_n \overline{a}_n$ $\overline{a_n}=a_n\oplus 1$

∵ 2ASK信号的功率谱密度可以表示为：

$$P_s(f)=\frac{1}{4}[P_A(f+f_0)+P_A(f-f_0)]$$

∴2FSK信号的功率谱密度是两个不同频率2ASK信号的功率谱密度之和：

$$P_s(f)=\frac{1}{4}[P_{A1}(f+f_1)+P_{A1}(f-f_1)]+\frac{1}{4}[P_{A0}(f+f_0)+P_{A0}(f-f_0)]$$

∵已知2ASK信号功率谱密度为：

$$P_A(f)=f_cP(1-P)|G(f)|^2+f_c^2(1-P)^2|G(0)|^2\delta(f)$$

将其代入上式，得到2FSK信号的功率谱密度为：

$$P_s(f)=\frac{1}{4}f_cP(1-P)\left[|G(f+f_1)|^2+|G(f-f_1)|^2\right]+\frac{1}{4}f_cP(1-P)\left[|G(f+f_0)|^2+|G(f-f_0)|^2\right]+$$
$$\frac{1}{4}f_c^2(1-P)^2|G(0)|^2[\delta(f+f_1)+\delta(f-f_1)]+\frac{1}{4}f_c^2P^2|G(0)|^2[\delta(f+f_0)+\delta(f-f_0)]$$

当发送“1”和发送“0”的概率相等时，概率$P = 1/2$，上式化简为：

$$P_s(f)=\frac{1}{16}f_c\left[|G(f+f_1)|^2+|G(f-f_1)|^2+|G(f+f_0)|^2+|G(f-f_0)|^2\right]+$$
$$\frac{1}{16}f_c^2|G(0)|^2[\delta(f+f_1)+\delta(f-f_1)+\delta(f+f_0)+f(f-f_0)]$$

式中，$G(f)$为基带脉冲的频谱：

$$G(f)=T\frac{\sin\pi fT}{\pi fT} \quad 及 \quad G(0)=T$$

将$G(f)$代入上式，得到2FSK信号功率谱密度最终表示式为：

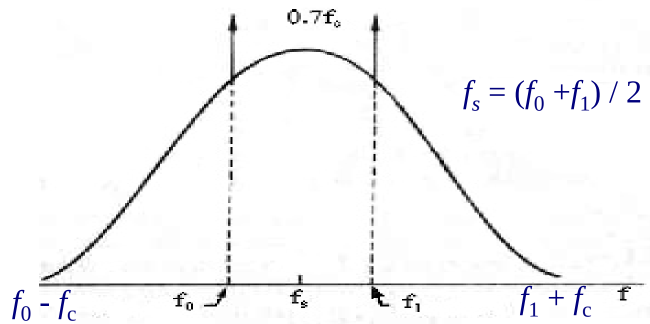
$$P_s(f)=\frac{1}{16}\left[\left|\frac{\sin\pi(f+f_1)T}{\pi(f+f_1)T}\right|^2+\left|\frac{\sin\pi(f-f_1)T}{\pi(f-f_1)T}\right|^2+\left|\frac{\sin\pi(f+f_0)T}{\pi(f+f_0)T}\right|^2+\left|\frac{\sin\pi(f-f_0)T}{\pi(f-f_0)T}\right|^2\right]+$$
$$\frac{1}{16}[\delta(f+f_1)+\delta(f-f_1)+\delta(f+f_0)+\delta(f-f_0)]$$

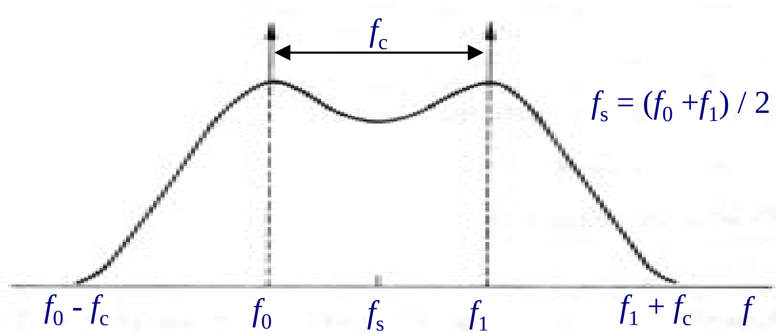
$$P_s(f)=\frac{1}{16}\left[\left|\frac{\sin\pi(f+f_1)T}{\pi(f+f_1)T}\right|^2+\left|\frac{\sin\pi(f-f_1)T}{\pi(f-f_1)T}\right|^2+\left|\frac{\sin\pi(f+f_0)T}{\pi(f+f_0)T}\right|^2+\left|\frac{\sin\pi(f-f_0)T}{\pi(f-f_0)T}\right|^2\right]+$$

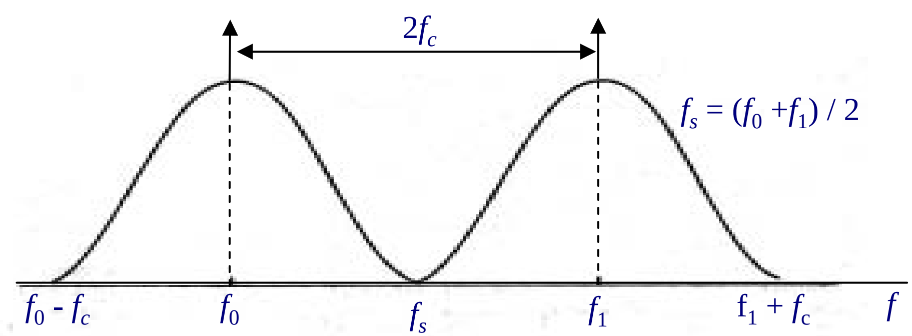
$$\frac{1}{16}\left[\delta(f+f_1)+\delta(f-f_1)+\delta(f+f_0)+\delta(f-f_0)\right]$$

由上式可以看出，前4项是连续谱部分，后4项是离散谱。

- 曲线：







- 带宽： $\Delta f = |f_1 - f_0| + 2f_c$

6.3.3 最小频率间隔

在原理上，若两个信号互相正交，就可以把它完全分离 。

- 对于非相干接收：设: 2FSK信号为

$$s(t)=\begin{cases}A\cos(\omega_1 t+\varphi_1) & \text{当发送“1”时}\\ A\cos(\omega_0 t+\varphi_0) & \text{当发送“0”时}\end{cases}$$

为了满足正交条件，要求 ：$\int_0^T [\cos(\omega_1 t+\varphi_1)\cdot\cos(\omega_0 t+\varphi_0)]dt=0$

即要求： $\frac{1}{2}\int_0^T \{\cos[(\omega_1+\omega_0)t+\varphi_1+\varphi_0]+\cos[(\omega_1+\omega_0)t+\varphi_1-\varphi_0]\}dt=0$

上式积分结果为：

$$\frac{\sin[(\omega_1+\omega_0)T+\varphi_1+\varphi_0]}{\omega_1+\omega_0}+\frac{\sin[(\omega_1-\omega_0)T+\varphi_1-\varphi_0]}{\omega_1-\omega_0}-\frac{\sin(\varphi_1+\varphi_0)}{(\omega_1+\omega_0)}-\frac{\sin(\varphi_1-\varphi_0)}{(\omega_1-\omega_0)}=0$$

假设，上式左端第1和3项近似等于零，则它可以化简为

$$\cos(\varphi_1-\varphi_0)\sin(\omega_1-\omega_0)T+\sin(\varphi_1-\varphi_0)[\cos(\omega_1-\omega_0)T-1]=0$$

$$\cos(\varphi_1-\varphi_0)\sin(\omega_1-\omega_0)T+\sin(\varphi_1-\varphi_0)[\cos(\omega_1-\omega_0)T-1]=0$$

由于φ_1和φ_0是任意常数，故必须同时有

$$\sin(\omega_1-\omega_0)T=0 \quad 和 \quad \cos(\omega_1-\omega_0)T=1$$

上式才等于0。即要求：

$$(\omega_1-\omega_0)T=n\pi \quad 和 \quad (\omega_1-\omega_0)T=2m\pi$$

式中，n和m均为整数。

为了同时满足这两个要求，应当令

$$(\omega_1-\omega_0)T=2m\pi \qquad 即令 \quad f_1-f_0=m/T$$

所以，当取m = 1时是最小频率间隔，它等于1 / T。

- 对于相干接收：可以令 $\varphi_1-\varphi_0=0$

于是，式 $\cos(\varphi_1-\varphi_0)\sin(\omega_1-\omega_0)T+\sin(\varphi_1-\varphi_0)[\cos(\omega_1-\omega_0)T-1]=0$

化简为： $\sin(\omega_1-\omega_0)T=0$ 因此，要求满足 $f_1-f_0=n/2T$

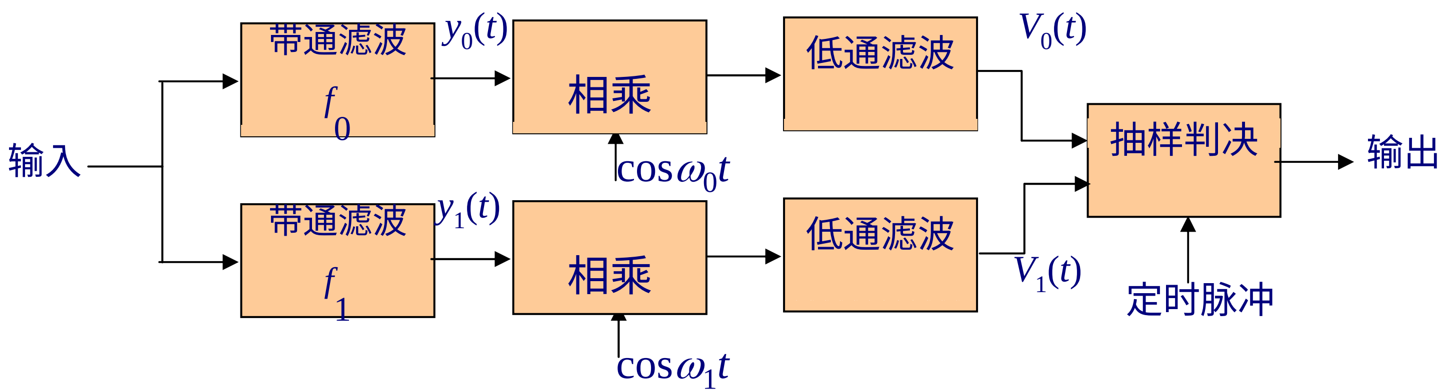
即，最小频率间隔等于1 / 2T 。

6.3.3 误码率

设：接收滤波器输出电压波形为：

$$y(t)=\begin{cases} A\cos\omega_1 t+n(t) & \text{当发送“1”时} \\ A\cos\omega_0 t+n(t) & \text{当发送“0”时} \end{cases}$$

- 相干检测法的误码率



当发送码元“1”时，通过两个带通滤波器后的两个接收电压：

$$y_1(t)=[A+n_{1c}(t)]\cos\omega_1 t-n_{1s}(t)\sin\omega_1 t$$

$$y_0(t)=n_{0c}(t)\cos\omega_0 t-n_{0s}(t)\sin\omega_0 t$$

它们和本地载波相乘，并经过低通滤波后，得出

$V_1(t)=A+n_{1c}(t)$ 和 $V_0(t)=n_{0c}(t)$

$V_1(t) = A + n_{1c}(t)$ 和 $V_0(t) = n_{0c}(t)$

$n_{1c}(t)$和$n_{0c}(t)$都是高斯过程，故在抽样时刻其抽样值V_1和V_0都是正态随机变量。而且，V_1的均值为A，方差为σ_n^2；V_0的均值为0，方差也为σ_n^2。

当 $V_1 < V_0$时，将发生误码，故误码率为

$$P_{e1} = P(V_1 < V_0) = P[(A + n_{1c}) < n_{0c}] = P(A + n_{1c} - n_{0c} < 0)$$

令$(A + n_{1c} - n_{0c}) = z$，则$z$也是正态随机变量，其均值等于$A$，方差为

$$\sigma_z^2 = \overline{(z - \bar{z})^2} = \overline{(n_{1c} - n_{0c})^2} = 2\sigma_n^2$$

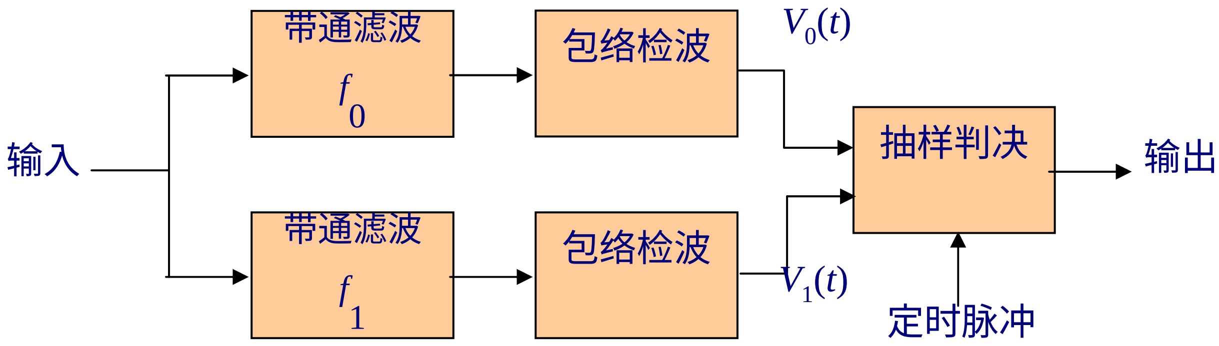
于是，有

$$P_{e1} = P(z < 0) = \int_{-\infty}^{0} f(z)dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z}\int_{-\infty}^{0} e^{-(z-A)^2/2\sigma_z^2}dz = \frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)$$

式中，$r = A^2/2\sigma_n^2$

$\because P_{e0}$和P_{e1}相等，故总误码率为：$P_e = \frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)$

包络检波法的误码率



当发送码元"1"时，抽样判决器的两个输入电压分别为

$$V_1(t)=\sqrt{[A+n_{c1}(t)]^2+n_{s1}^2(t)}$$ 和 $$V_0(t)=\sqrt{n_{c0}^2(t)+n_{s0}^2(t)}$$

式中，$V_1(t)$ — 频率f_1的码元通路信号包络（广义瑞利分布）

$V_0(t)$ — 频率f_0的码元通路信号包络（瑞利分布）。

这时误码率为：

$$P_{e1}=P(V_1<V_0)=\int_0^{\infty} f_1(V_1)\left[\int_{V_0=V_1}^{\infty} f_0(V_0)dV_0\right]dV_1=\int_0^{\infty}\frac{V_1}{\sigma_n^2}I_0\left(\frac{AV_1}{\sigma_n^2}\right)\exp\left[\left(-2V_1^2-A^2\right)/2\sigma_n^2\right]dV_1$$

$$P_{e1} = P(V_1 < V_0) = \int_0^\infty f_1(V_1)\left[\int_{V_0=V_1}^\infty f_0(V_0)dV_0\right]dV_1 = \int_0^\infty \frac{V_1}{\sigma_n^2} I_0\left(\frac{AV_1}{\sigma_n^2}\right)\exp\left[\left(-2V_1^2 - A^2\right)/2\sigma_n^2\right]dV_1$$

令 $t = \dfrac{\sqrt{2}V_1}{\sigma_n}$, $z = \dfrac{A}{\sqrt{2}\sigma_n}$

代入上式，并简化后，得到：$P_{e1} = \dfrac{1}{2}e^{-z^2/2}\int_0^\infty tI_0(zt)e^{-(t^2+z^2)/2}dt$

将 $Q(z,0) = \int_0^\infty tI_0(zt)e^{-(t^2+z^2)/2}dt = 1$

代入上式，得到：

$$P_{e1} = \frac{1}{2}e^{-z^2/2} = \frac{1}{2}e^{-r/2}$$

式中 $r = z^2 = A^2/2\sigma_n^2$ — 信噪比

当发送码元“0”时，情况一样，故2FSK的总误码率为：

$$P_e = \frac{1}{2}e^{-r/2}$$

- 相干检测法和包络检波法的误码率比较：
  - 在大信噪比条件下两者相差不很大。
  - 实际应用中，多采用包络检波法。
- 2FSK与2ASK信号的误码率比较：
  - 包络检波
    - 2ASK： $P_e = \frac{1}{2} e^{-r/4}$
    - 2FSK： $P_e = \frac{1}{2} e^{-r/2}$

    差 3 dB
  - 相干检测
    - 2ASK： $P_e = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{r}/2\right)$
    - 2FSK： $P_e = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)$

    差 3 dB

- 【例6.2】设有一2FSK传输系统，其传输带宽等于2400 Hz。2FSK信号的频率分别等于f_0 = 980 Hz，f_1 = 1580 Hz。码元速率R_B = 300 Baud。接收端输入的信噪比等于6 dB。试求：

  1. 此2FSK信号的带宽；
  2. 用包络检波法时的误码率；
  3. 用相干检测法时的误码率。

【解】

1. 信号带宽：$\Delta f = |f_1 - f_0| + 2f_c = 1580 - 980 + 2 \times 300 = 1200$
2. 包络检波法的误码率：

   带通滤波器的带宽应等于：$B = 2R_B$ = 600 Hz

   带通滤波器输入端和输出端的带宽比：2400/600 = 4

   带通滤波器输出端的信噪功率比：$r = 4 \times 4 = 16$

   $$\therefore \quad P_e = \frac{1}{2}e^{-r/2} = \frac{1}{2}e^{-8} = 1.7 \times 10^{-4}$$

3. 相干检测法的误码率

- 用查表法得出：

$$P_e = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right) = \frac{1}{2}\left[1 - erf\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)\right] = \frac{1}{2}\left[1 - erf\left(\sqrt{8}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[1 - erf\left(2.8284\right)\right] = \frac{1}{2}\left[1 - 0.99993\right] = 3.5 \times 10^{-5}$$

- 用近似式得出：

$$P_e = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} e^{-r/2} = \frac{1}{\sqrt{32\pi}} e^{-8} = 3.39 \times 10^{-5}$$

- 两者基本一样。

返回