通信系统原理教程

第11讲 模拟信号的数字化之四

通信教研室 杨春萍

本讲内容

- 模拟信号的抽样
- 抽样信号的量化
- 脉冲编码调制
- 差分脉冲编码调制
- 增量调制

差分脉冲编码调制

- 线性预测基本原理
  - 利用前面的几个抽样值的线性组合来预测当前的抽样值，称为线性预测。
  - 当前抽样值和预测值之差，称为预测误差。
  - 由于相邻抽样值之间的相关性，预测值和抽样值很接近，即误差的取值范围较小。
  - 对较小的误差值编码，可以降低比特率。

线性预测编解码器原理方框图：

- 编码器：见右图

  $s(t)$ － 输入信号；

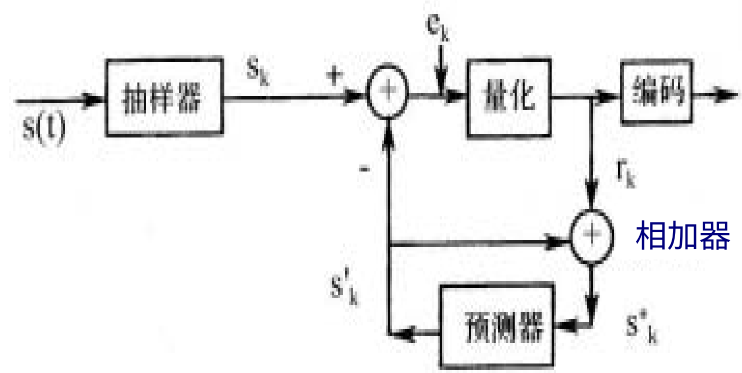
  $s_k = s(kT)$ － $s(t)$的抽样值；

  s'_k － 预测值；

  e_k － 预测误差；

  r_k － 量化预测误差；

  s^*_k － 预测器输入；



(a) 编码器

s^*_k 的含义：当无量化误差时，$e_k = r_k$，则由图可见：

$$s_k^* = r_k + s_k' = e_k + s_k' = \left(s_k - s_k'\right) + s_k' = s_k$$

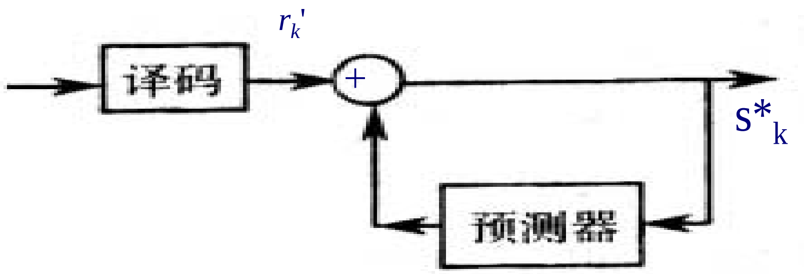
故s^*_k是带有量化误差的s_k。

预测器的输入～输出关系：

$$s_k' = \sum_{i=1}^{p} a_i s_{k-i}^*$$

式中，p是预测阶数，a_i是预测系数。

- 解码器：



(b) 解码器

- 编码器中预测器和相加器的连接电路和解码器中的完全一样。故当无传输误码时，即当编码器的输出就是解码器的输入时，这两个相加器的输入信号相同，即 $r_k = r'_k$。所以，此时解码器的输出信号 $s_k^{*\prime}$ 和编码器中相加器输出信号 s_k^* 相同，即等于带有量化误差的信号抽样值 s_k。

- **DPCM基本原理**：当 $p = 1$，$a_1 = 1$时，$s'_k = s^*_{k-1}$，预测器简化成延迟电路，延迟时间为T。这时，线性预测就成为**DPCM**。

4.5.1 DPCM系统的量化噪声和信号量噪比

- 量化噪声：即量化误差q_k，其定义为

$$q_k = s_k - s_k^* = (s_k' + e_k) - (s_k' + r_k) = e_k - r_k$$

- 式中，s_k 一编码器输入模拟信号抽样值；

  s_k^* 一量化后带有量化误差的抽样值。

设：$(+\sigma, -\sigma)$ 一预测误差e_k的范围；

M 一 量化器的量化电平数；

Δv 一 量化间隔；

则有

$$\Delta v = \frac{2\sigma}{(M-1)}, \qquad \sigma = \frac{(M-1)}{2}\Delta v$$

设：量化误差q_k在$(-\Delta v, +\Delta v)$间均匀分布

则q_k的概率分布密度$f(q_k)$可以表示为：

$$f(q_k) = \frac{1}{\Delta v}$$

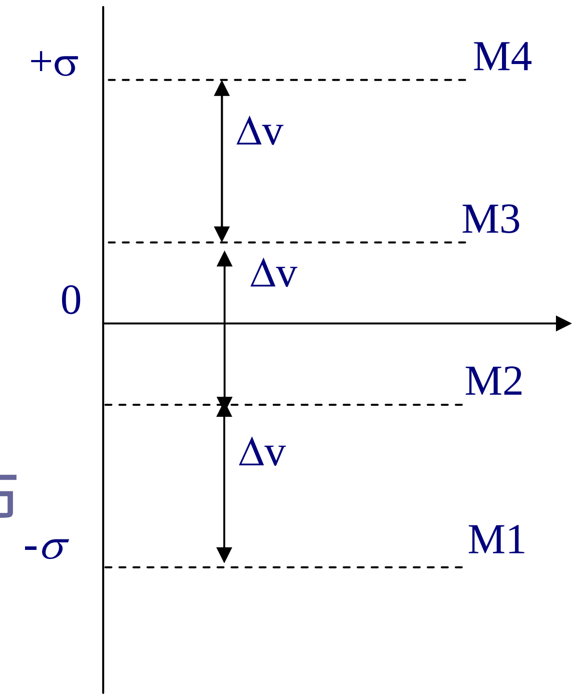


图4.5.2 σ, 和M之间关系

并且，q_k的平均功率可以表示成：

$$E(q_k^2)=\int_{-\Delta v/2}^{\Delta v/2} q_k^2 f(q_k)dq_k = \frac{1}{\Delta v}\int_{-\Delta v/2}^{\Delta v/2} q_k^2 dq_k = \frac{(\Delta v)^2}{12}$$

设：f_s — 抽样频率，

$N=\log_2 M$ — 每个抽样值编码的码元数，

Nf_s — DPCM编码器输出的码元速率，

$E(q_k^2)$在$(0, Nf_s)$间均匀分布，

则$E(q_k^2)$的功率谱密度为：

$$P_q(f)=\frac{(\Delta v)^2}{12Nf_s}, \qquad 0<f<f_s$$

此量化噪声通过截止频率为f_L的低通滤波器之后，其功率等于： — DPCM系统输出的量化噪声

$$N_q = P_q(f)f_L = \frac{(\Delta v)^2}{12N}\left(\frac{f_L}{f_s}\right)$$

□信号功率：

- 当预测误差e_k的范围限制在$(+\sigma, -\sigma)$时，同时也限制了信号的变化速度。

  这就是说，在相邻抽样点之间，信号抽样值的增减不能超过此范围。一旦超过此范围，编码器将发生过载。若抽样点间隔为$T = 1/f_s$，则将限制信号的斜率不能超过σ/T。

- 设：输入信号是一个正弦波：$m(t) = A\sin\omega_0 t$

  式中，A – 振幅； ω_0 – 角频率

  其斜率为 $\dfrac{dm(t)}{dt} = A\omega_0\cos\omega_0 t$ — 最大斜率等于 $A\omega_0$

  为了不发生过载，信号的最大斜率不应超过σ/T，即要求

  $$A\omega_0 \le \sigma/T = \sigma f_s$$

  故最大允许信号振幅为：$A_{\max} = \sigma f_s/\omega_0$

  最大允许信号功率为：$S = \dfrac{A_{\max}^2}{2} = \dfrac{\sigma^2 f_s^2}{2\omega_0^2} = \dfrac{\sigma^2 f_s^2}{8\pi^2 f_0^2}$

将

$$\sigma = \frac{(M-1)}{2}\Delta v$$

代入

$$S = \frac{A_{\max}^2}{2} = \frac{\sigma^2 f_s^2}{2\omega_0^2} = \frac{\sigma^2 f_s^2}{8\pi^2 f_0^2}$$

得到

$$S = \frac{\left(\frac{M-1}{2}\right)^2 (\Delta v)^2 f_s^2}{8\pi^2 f_0^2} = \frac{(M-1)^2 (\Delta v)^2 f_s^2}{32\pi^2 f_0^2}$$

- 信号量噪比：

$$\frac{S}{N_q} = \frac{3N(M-1)^2}{8\pi^2} \cdot \frac{f_s^3}{f_0^2 f_L}$$

返回

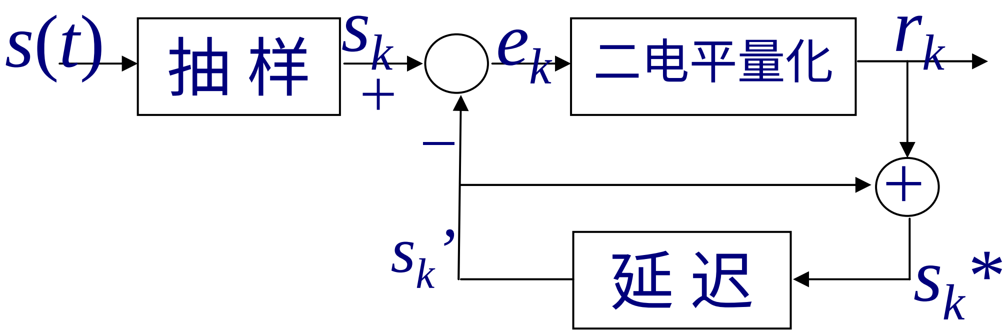
上式表明，信号量噪比随编码位数N和抽样频率f_s的增大而增加。

增量调制

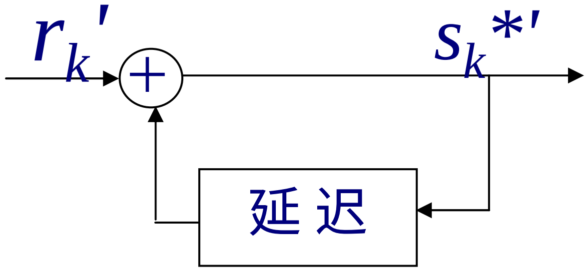
4.6.1 增量调制(DM)原理

- 增量调制：当DPCM系统中量化器的量化电平数取为2，且预测器仍是一个延迟时间为T的延迟线时，此DPCM系统就称作增量调制系统。

- 原理方框图



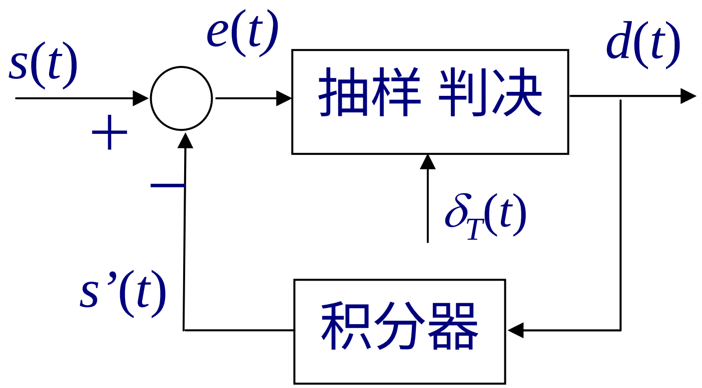
(a) 编码器



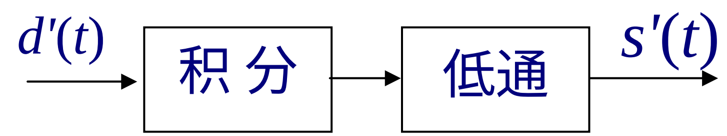
(b)解码器

- 预测误差$e_k = s_k - s_k'$被量化成两个电平 +Δ 和－Δ 。
- Δ 值称为量化台阶。
- r_k只取两个值+Δ 或－Δ 。
- 例如，可以用“1”表示“+Δ”，及用“0”表示“－Δ”。
- 当无传输误码时，$s_k^{*\prime} = s_k^*$。

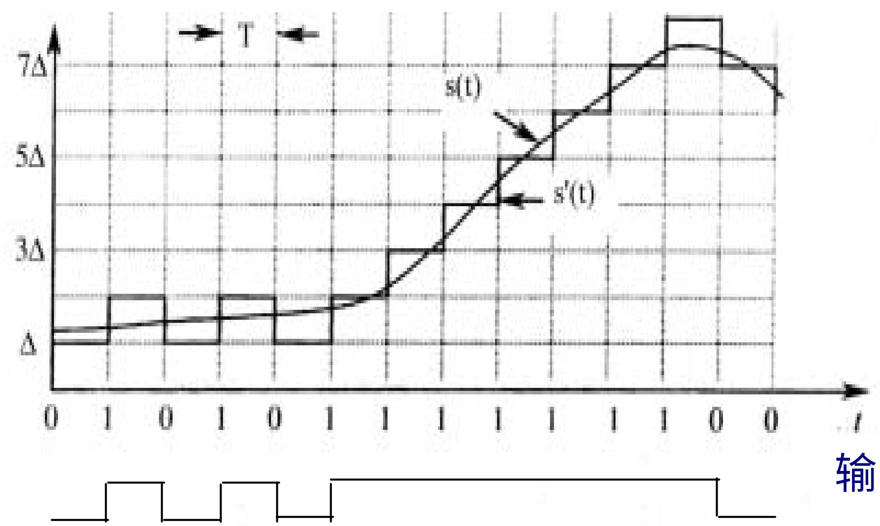
- 在实用中，为了简单起见，通常用一个积分器来代替上述“延迟相加电路”，如下图所示。



(a) 编码器



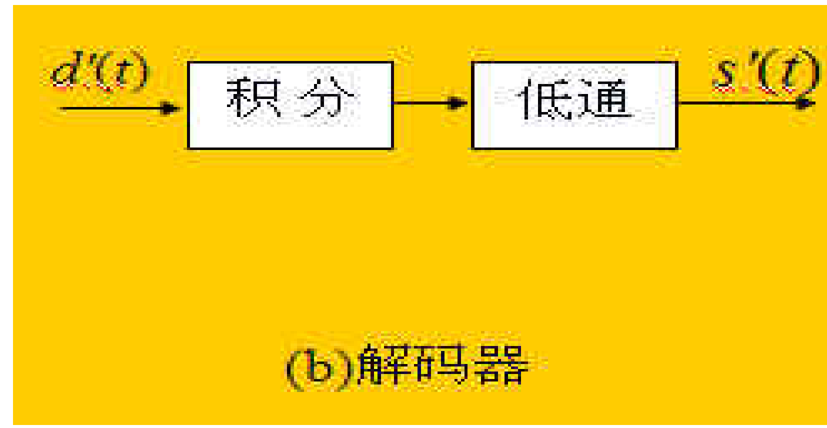
(b)解码器



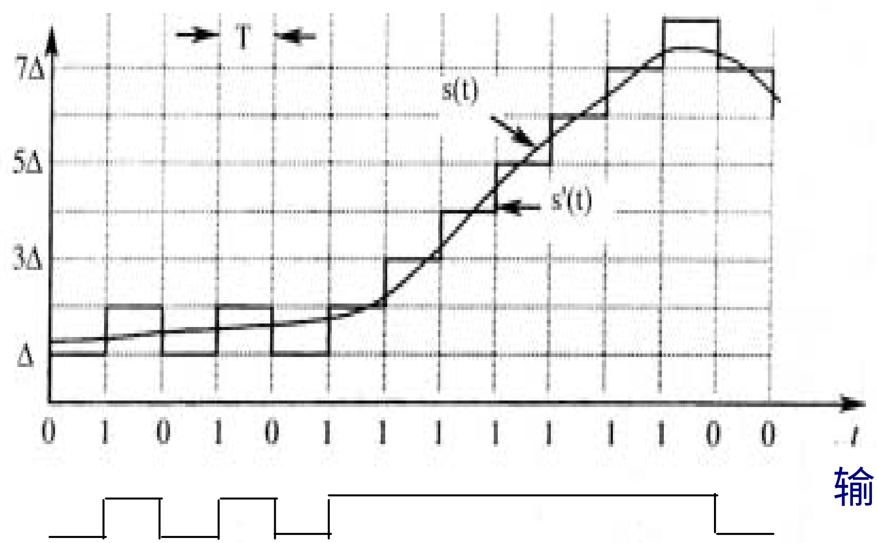
输出二进制波形

□解码原理：

在解码器中，积分器只要每收到一个“1”码元就使其输出升高Δ V，每收到一个“0”码元就使其输出降低Δ V，这样就可以恢复出图中的阶梯形电压。这个阶梯电压通过低通滤波器平滑后，就得到十分接近编码器原输入的模拟信号。



(b)解码器

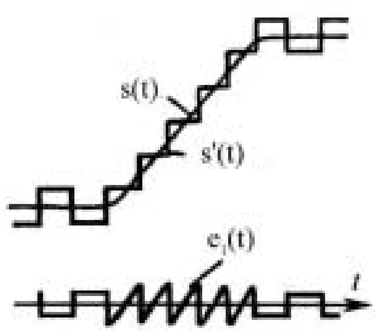


4.6.2 增量调制系统中的量化噪声

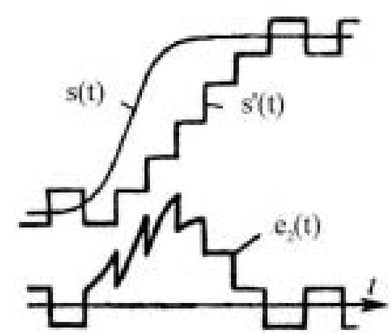
量化噪声的产生

- 两种产生原因：**1.** 由于编解码时用的阶梯波形本身的电压突跳产生的，见图**(a)**。这是基本量化噪声，称为$e_1(t)$。它伴随着信号永远存在，即只要有信号，就有这种噪声。

  2. 过载量化噪声，见图**(b)**。它发生在输入信号斜率的绝对值过大时。若信号上升的斜率超过阶梯波的最大可能斜率，则阶梯波的上升赶不上信号的上升，就发生了过载量化噪声$e_2(t)$。图中示出的这两种量化噪声是经过低通滤波器前的波形。



(*a*) 基本量化噪声



(*b*) 过载量化噪声

降低量化噪声的途径

- 基本量化噪声：减小量化台阶Δ。
- 过载量化噪声：

设抽样周期为T，抽样频率为$f_s = 1/T$，量化台阶为Δ，则一个阶梯台阶的斜率k为：

$$k = \Delta / T = \Delta \cdot f_s$$ — 最大跟踪斜率

当输入信号斜率 > 最大跟踪斜率时，将发生过载量化噪声。

- 避免发生过载量化噪声的途径：使$\Delta \cdot f_s$的乘积足够大。
- 因若取Δ值太大，将增大基本量化噪声。所以，只能用增大f_s的办法增大乘积$\Delta \cdot f_s$，才能保证基本量化噪声和过载量化噪声两者都不超过要求。
- 实际中增量调制采用的抽样频率f_s值比PCM和DPCM的抽样频率值都大很多。
- 当输入电压 < $\Delta/2$ 时，输出为“1”和“0”交替序列。
- 起始编码电平：$\Delta/2$

□量化噪声功率

假设：无过载量化噪声，仅考虑基本量化噪声。

低通滤波前，基本量化噪声$e(t)$为均匀分布：

$$f(e)=\frac{1}{2\Delta}, \qquad -\Delta \le e \le +\Delta$$

则$e(t)$的平均功率为：

$$E[e^2(t)]=\int_{-\Delta}^{\Delta} e^2 f(e)de=\frac{1}{2\Delta}\int_{-\Delta}^{\Delta} e^2 de=\frac{\Delta^2}{3}$$

假设此功率均匀分布在$0 \sim f_s$间，则其功率谱密度为：

$$P(f)=\frac{\Delta^2}{3f_s}, \qquad 0<f<f_s$$

故通过截止频率为f_L的低通滤波器之后，量化噪声功率为

$$N_q=P(f)f_L=\frac{\Delta^2}{3}\left(\frac{f_L}{f_s}\right)$$

由上式看出，它只和量化台阶Δ与(f_L / f_s)有关，和输入信号大小无关。

返回

量化信噪比

- 求信号功率：设输入信号为：$s(t) = A\sin\omega_0 t$

则其斜率为：$\dfrac{ds(t)}{dt} = A\omega_0 \cos\omega_0 t$ — 斜率最大值等于$A\omega_0$

为了保证不发生过载，要求 ：$\mathbf{A}\omega_0 \le \dfrac{\Delta}{T} = \Delta \cdot f_s$

∴ 保证不过载的临界振幅A_{max}应该等于：$A_{max} = \dfrac{\Delta \cdot f_s}{\omega_0}$

由上式得最大信号功率 ：$S_{max} = \dfrac{A_{max}^2}{2} = \dfrac{\Delta^2 f_s^2}{2\omega_0^2} = \dfrac{\Delta^2 f_s^2}{8\pi^2 f_0^2}$

- 求出量化信噪比：$\dfrac{S_{max}}{N_q} = \dfrac{\Delta^2 f_s^2}{8\pi^2 f_0^2}\left[\dfrac{3}{\Delta^2}\left(\dfrac{f_s}{f_L}\right)\right] = \dfrac{3}{8\pi^2}\left(\dfrac{f_s^3}{f_0^2 f_L}\right)$

- 上式表明，最大量化信噪比和 f_s^3成正比，而和f_0^2成反比。所以，提高抽样频率f_s将能显著增大量化信噪比。