

基于四维混沌系统的 OFDM 同步算法

唐良瑞, 左琪, 崔维新

(华北电力大学 电气与工程学院, 北京 102206)

摘 要: 针对传统同步算法计算复杂度高, 符号同步和载波同步精度低, 保密性差等缺点, 提出一种基于四维混沌系统的 OFDM 同步算法。首先通过分析该四维系统的动力学特性、对初始值的敏感性和计算 Lyapunov 指数等方式, 证明该系统是一个新混沌系统, 并分析生成的混沌序列相关性质。然后将混沌序列用于构造一个 L 等分的同步训练序列, 基于该同步训练序列提出一种新的 OFDM 系统符号同步和载波同步方法。理论分析和仿真结果表明新算法计算复杂度低, 符号同步和载波同步精度高, 增强了系统保密性。

关键词: OFDM 系统; 同步; 四维混沌系统; 混沌序列

中图分类号: TN919.3

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2010)01-0073-07

Synchronization scheme using four-dimensional chaotic system for OFDM

TANG Liang-rui, ZUO Qi, CUI Wei-xin

(Institute of Electric and Electronic, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: As the traditional synchronization algorithm had the shortcoming of the high computational complexity, the low accuracy of the timing synchronization and carrier synchronization and the weak system confidentiality, it presented a kind synchronization scheme using four-dimensional chaotic system for OFDM. Firstly it proved that the system was a new chaotic system through the analysis of the dynamics of four-dimensional system, the sensitivity to the initial value and the calculation for Lyapunov, and analyzed the nature of the chaotic sequence generated by this new system. Then a sub- L training synchronization sequence used the chaotic sequence was constructed, and a novel timing synchronization and frequency-offset estimation scheme was proposed. Theoretical analysis and experiment results demonstrate that the algorithm has low computing complexity, high precision of timing synchronization and carrier synchronization, strong system confidentiality in contrast with the traditional algorithm.

Key words: OFDM systems; synchronization; four-dimensional chaotic system; chaotic sequences

1 引言

OFDM 是一种多载波调制技术, 它将高速串行数据流分配到传输速率相对较低的若干个子信道上进行并行传输。近年来, OFDM 由于具有频谱利用率高、抗多径和符号干扰能力强等优点, 已成为各种通信系统的关键技术。但作为一种正交的多载波调制系统, 它对定时偏差和频率偏差非常敏感,

其中定时偏差会引起符号间干扰和输出信号的相偏, 频率偏差会导致子信道间的干扰, 破坏子载波之间的正交性, 从而导致系统性能下降。因此, 实现快速、精确、可靠的同步是该系统的关键。

目前, 同步算法是 OFDM 系统中的一个研究热点。许多文献都对此进行了探讨, 可以归结为 2 类: 第 1 类是数据辅助估计算法^[1~10], 第 2 类是非数据辅助估计算法 (盲估计)^[11~14]。其中第 1 类比第 2

类估计精度要高，但训练序列的加入降低了系统的有效传输效率，而以牺牲较小的传输效率为代价来提高同步的精度是值得的。常规的训练序列是由线性移位反馈寄存器产生，其缺陷是码数量有限，且产生码的特征多项式容易获得，保密性差。另外随着训练序列周期的增长所需的存储容量和实现的电路单元都要大大增加，而混沌序列只由非线性映射和初始值决定，容易产生和存储，保密性好，可产生长周期的序列，具有良好的相关性和伪随机特性^[15]。

本文利用混沌序列替代常规的 PN 序列，构造 L 等分的同步训练序列结构，提出一种多符号统计判决法进行符号同步和一种基于二次相关运算的频偏估计方法。与文献[4]和文献[7]算法相比，本文算法降低了计算复杂度，提高了符号同步和频偏估计精度。同时，由于混沌序列是由混沌系统方程、初始值决定，且对初始值极为敏感使得系统的保密性得到了较大的提高。

2 新的四维混沌系统及其混沌序列的分析

本文提出新的四维混沌系统方程如下：

$$\begin{cases} \dot{x}' = a(-x + y) + yzu; \\ \dot{y}' = b(x + y) - xzu; \\ \dot{z}' = cy - u + dxyu; \\ \dot{u}' = -eu + xyz \end{cases} \quad (1)$$

其中 \dot{x}' 、 \dot{y}' 、 \dot{z}' 、 \dot{u}' 分别表示对 x 、 y 、 z 、 u 的微分运算，通过分析混沌吸引子、计算 Lyapunov 指数和 Lyapunov 维数证明：当参数 $a=35, b=10, c=80, d=0.5, e=10$ 时，系统存在一个典型的混沌吸引子，该系统属于新的混沌系统。

本文采用四阶 Runge-Kutta 离散化算法，得到吸引子如图 1 所示。从图中可以看出吸引子的空间结构十分复杂，轨线无穷延伸、压缩和折叠。图中其轨线在特定的吸引域内具有遍历性。在三维自治动力系统中一般有 4 种吸引子：定常吸引子、周期吸引子、拟周期吸引子和混沌吸引子。其中只有混沌吸引子才有正的 Lyapunov 指数，即对于混沌系统，至少有一个 Lyapunov 指数必须大于零^[16, 17]。本文利用奇异值分解的方法计算出吸引子的 4 个 Lyapunov 指数为 $\lambda_1=8.2994, \lambda_2=0.6784, \lambda_3=-5.9576, \lambda_4=-37.148$ ，存在 2 个大于零的 Lyapunov 指数，所以该吸引子是混沌吸引子，且该系统具有 2 个正

的 Lyapunov 指数，具有超混沌的特征，系统的动态行为将更难预测。其中最大 Lyapunov 指数为 8.2994，远大于文献[15]中所提出的四维混沌系统最大 Lyapunov 指数，本文混沌系统更为复杂，加强本文算法的保密性。新的四维混沌系统的 Lyapunov 维数 $D_L = j + \frac{1}{\lfloor \lambda_{j+1} \rfloor} \sum_{i=1}^j \lambda_i = 3.0813$ ，具有典型的分数维。

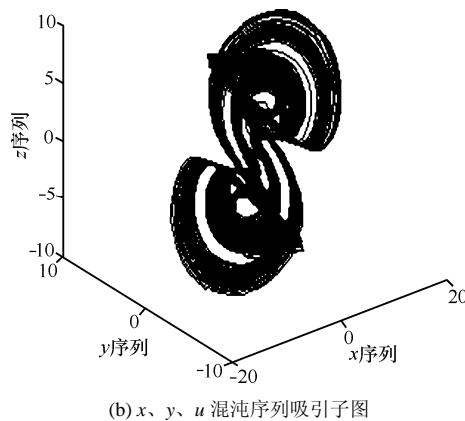
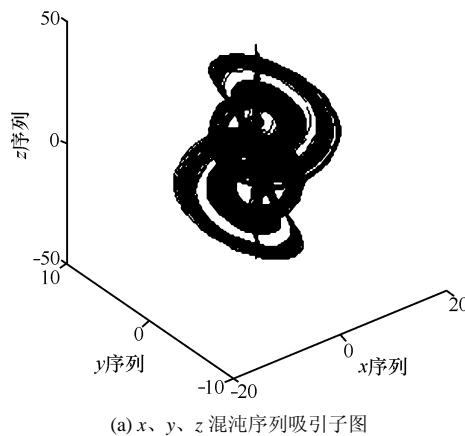
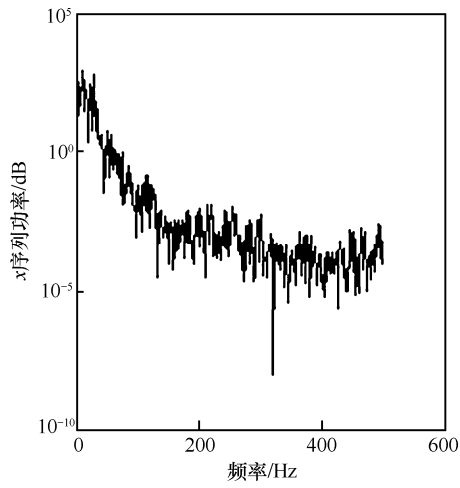
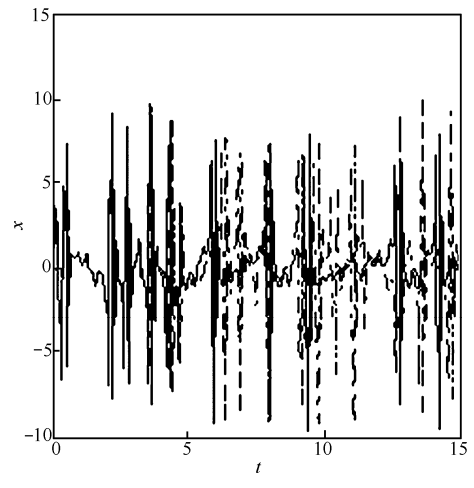


图 1 新的四维混沌的吸引子图

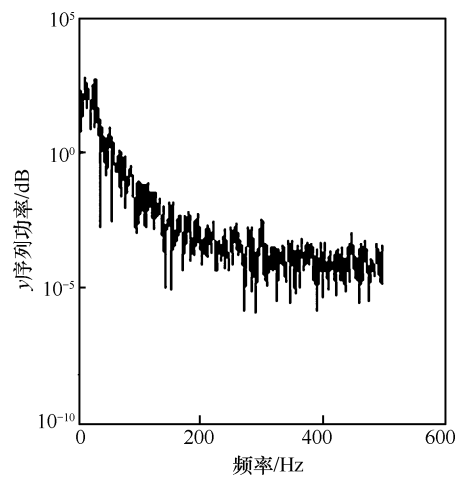
图 2 为混沌序列 x 、 y 的功率谱图，如图所示功率谱是连续的，且峰值连成一片，符合混沌的特性。图 3 为时域波形图，图中实线表示初值 $x_0=1, y_0=1, z_0=1, u_0=1$ 时混沌序列 x 、 y 的时域波形图，虚线表示初值 $x_0=1.001, y_0=1, z_0=1, u_0=1$ 时的时域波形图，从图中可以看出新系统的时域波形具有非周期性，且仅当初值 x_0 发生微小的变化时，待 $t \geq 4$ s，序列表现出明显的不同，即解的流对初始值极为敏感。如图 4 所示是混沌序列 x 、 y 的相关性图，选择混沌序列用于生成同步训练序列时，理论上希望序列的自相关函数为 δ 函数，互相关函数



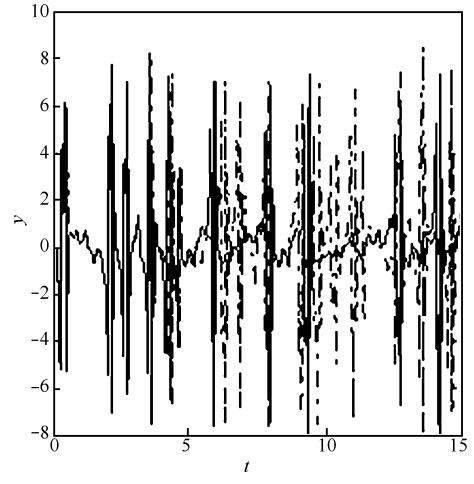
(a) x 混沌序列的频谱图



(a) x 混沌序列的时域波形图



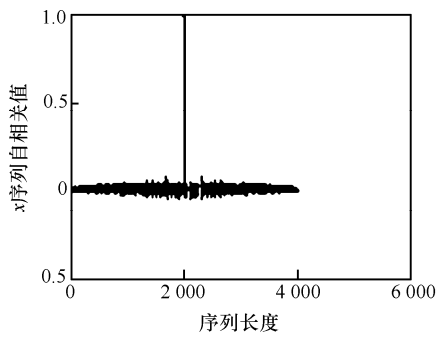
(b) y 混沌序列的频谱图



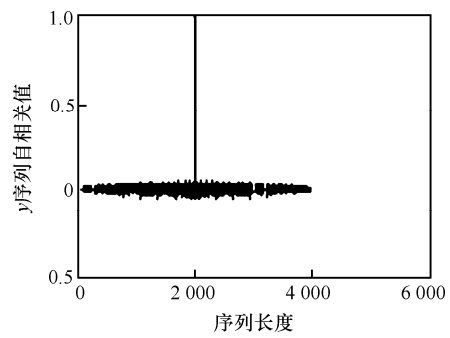
(b) y 混沌序列的时域波形图

图 2 混沌序列的频谱图

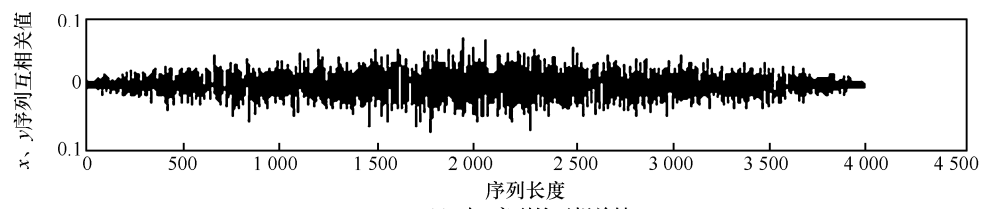
图 3 时域波形图



(a) x序列的自相关性



(b) y序列的自相关性



(c) x与y序列的互相关性

图 4 混沌序列的相关性

为零，但是实际上由于有限精度的影响，序列并非无限长，自相关旁瓣和互相关旁瓣不是恒为零。从图中可以看出 x 、 y 序列的自相关函数接近于 δ 函数，互相关函数的旁瓣也非常小。

3 基于四维混沌系统的同步算法

3.1 OFDM 系统描述

设基带采样时间间隔为 T_s ，OFDM 系统的有效符号点数为 N （一般情况下 $N = 2^p$ ），与之对应的有效符号周期为 $T = NT_s$ 。在发送端，经过编码映射后的频域数据 $\{a(i) | (i = 0, 1, \dots, N-1)\}$ （ $a(i)$ 第 i 个子载波上的加载的数据）被置入发送端的串并变换模块；经过 IFFT 变换，在发送端并串变换模块的输出端得到时域数据 $\{s(k) | (k = 0, 1, \dots, N-1)\}$ （ $s(k)$ 是第 k 个采样点的数据）。

$$s(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} a(i) e^{j \frac{2\pi}{N} ik} \quad (0 \leq k \leq N-1) \quad (2)$$

为了对抗 ISI，添加 N_g 点的循环前缀，于是每个 OFDM 符号含点数为 N_{sym} ，再插入同步训练序列后整个信号通过信道到达接收端。在接收端，将接收信号送入同步单元模块，完成符号同步和载波同步后分离出同步训练序列，再删去循环前缀，在接收端串并变换模块的输出端得到时域数据 $\{r(n) | (n = 0, 1, \dots, N-1)\}$ （ $r(n)$ 是第 n 个采样点的数据），最后经过 FFT、频域均衡模块，在接收端并串变换模块的输出端得到解调的频域数据。

考虑定时误差 d ，收端和发端之间由于晶体振荡器的频率不稳定或多普勒频移所造成的载波频偏 Δf ，定义接收信号为

$$r(n) = s(n-d)h(n)e^{j \frac{2\pi}{N} \Delta f n} + w(n) \quad (3)$$

其中， $h(n)$ 为第 n 个子载波上的信道传输函数， $w(n)$ 为叠加在时域信号上的加性高斯白噪声。

3.2 构造同步训练序列

本文采用 L 等分的 OFDM 同步序列结构，是 m 点长度的序列经过 L 倍周期延拓生成。因为混沌序列 x 、 y 具有良好的相关性和对初始值敏感性，所以本文将选取的 m 点长度的混沌序列 x 为 $c_1(k)$ ，选取的 m 点长度混沌序列 y 为 $c_2(k)$ ，则

$$c_3(k) = c_1(k) + jc_2(k) \quad (4)$$

$$c(n) = \text{IFFT}(c_3(k)) \quad (5)$$

对 $c(n)$ 进行 L 倍周期延拓生成同步训练序列 $t(n)$ ，其延拓方式为

$$t(n) = c[n \bmod m] \quad n \in \{1, 2, \dots, N_1\} \quad (6)$$

其中， $L = N_1/m$ ， L 、 N_1 、 m 都为整数，每一等分训练符号称为一个 slot 信号。

利用 OFDM 有用时域数据序列 $d(n)$ ，加入同步训练序列 $t(n)$ 和循环前缀，构成 OFDM 符号 $s(n)$ 。

$$s(n) = \begin{cases} c(n + N_1 - N_{g1}), n \in [1, N_{g1}] \\ c(n - N_{g1}), n \in [N_{g1} + 1, N_1 + N_{g1}] \\ d(n + N - N_1 - N_{g1} - N_{g2}), \\ n \in [N_1 + N_{g1} + 1, N_1 + N_{g1} + N_{g2}] \\ d(n - N_{g1} - N_{g2} - N_1), \\ n \in [N_1 + N_{g1} + N_{g2} + 1, N + N_1 + N_{g1} + N_{g2}] \end{cases} \quad (7)$$

其中， $s(n)$ 为待发送的数据， N_1 为训练序列的长度， N 为有用数据的长度， N_{g1} 、 N_{g2} 分别为训练序列和有用数据的循环前缀的长度。

3.3 符号同步

本文提供的符号同步算法称为“多符号统计判决法”。通过对接收信号 $r(n)$ 做延时为 1 点，窗口长度为 m 点的延时相关运算，得到 $p(d)$ 如下

$$p(d_i) = \sum_{j=1}^m \text{conj}(c(j)) \times r(j+i-1) \quad (8)$$

其中， $i \in \{1, 2, \dots, N_1 + N_{g1} + N_{g2} + N - m\}$ ， $c(j)$ 是一个 slot 信号，同时也作为本地训练序列 1。根据式 (8)，得到 $p(d_i)$ 的集合 $p(d) = \{p(d_1), p(d_2), \dots, p(d_{N_1+N_{g1}+N_{g2}+N-m})\}$ 。

从式 (8) 可以看出，因为训练序列的重复性， $p(d)$ 将出现 L 个波峰，利用 L 个波峰联合判决出正确的 OFDM 符号起始位置，完成精确的符号同步。

图 5 为 $p(d)$ 数值图形， $p(d)$ 出现 L 个波峰，且 L 个波峰都是非常的尖锐，假设 p_m 为 L 个波峰值中最大的波峰值，则

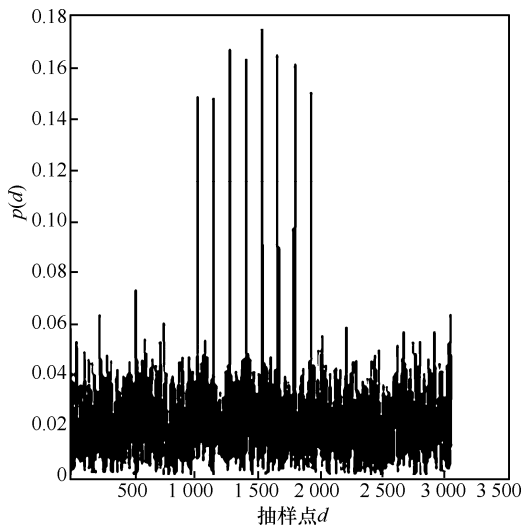
$$p_m = \max\{p_1(d), p_2(d), \dots, p_{N_1+N_{g1}+N_{g2}+N-m}(d)\} \quad (9)$$

假设 L 个波峰值为 $p(d'_i)$ ，其中 $d'_i \in \{d'_1, d'_2, \dots, d'_L\}$ ，则 $p(d'_i)$ 必须满足

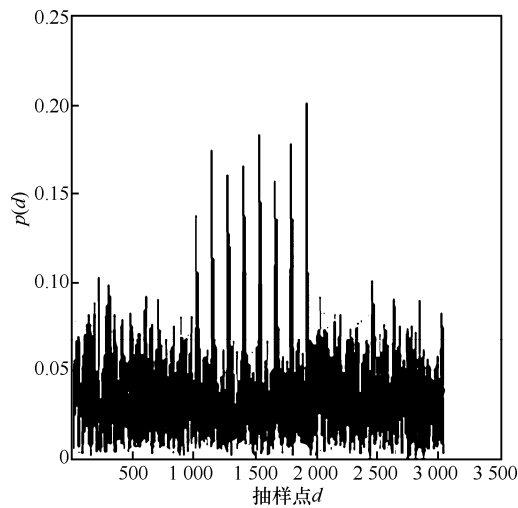
$$|p(d'_i) - p_m| \leq \varepsilon \quad (10)$$

其中， ε 是与检测峰值精确度有关的门限值。经过

判决统计得到 L 个满足式 (10) 的相关峰值，第一个相关峰值对应的位置为所要寻找的 OFDM 符号起始位置。



(a) 高斯信道



(b) 多径瑞利衰弱信道

图5 $p(d)$ 数值图形

3.4 载波同步

本文提出的频偏估计方法是由粗频偏估计和细频偏估计 2 部分组成。其中，粗频偏估计包括 2 个步骤：1) 为本地训练序列 2 与接收信号的同步训练序列对应元素共轭相乘，得到一个新的序列；2) 对所得新序列进行差分相关运算。细频偏估计方法是利用循环前缀和假设 $cor1$ 为第一次相关运算值， $cor2$ 为第二次相关运算值。则

$$\begin{aligned} cor1(i) &= \text{conj}(t(i-d+1)) \times r(i) \\ &= |t(i-d+1)|^2 \exp(j2\pi\Delta f i / N) \end{aligned} \quad (11)$$

其中， $i = d, d+1, \dots, d+N_1-1$ 。

得到的新序列为：

$$cor1 = \left\{ |t(1)|^2 e^{j\frac{2\pi\Delta f d}{N}}, |t(2)|^2 e^{j\frac{2\pi\Delta f *(d+1)}{N}}, \dots, |t(N)|^2 e^{j\frac{2\pi\Delta f (d+N_1-1)}{N}} \right\}$$

将其记为： $cor1 = \{cor1(1), cor1(2), \dots, cor1(N)\}$ ，则：

$$\begin{aligned} cor2 &= \sum_{i=1}^{N_1-L_{inter}} \text{conj}(cor1(i)) \times cor1(i+L_{inter}) \\ &= \exp(j2\pi\Delta f L_{inter} / N) |x| \end{aligned} \quad (12)$$

其中， $|x|$ 为一个实数，且 $|x| = \sum_{i=d}^{d+N_1-L_{inter}} |t(i-d+1)|^2 \times |t(i-d+1+L_{inter})|^2$ ， $t(i)$ 是同步训练序列，同时作为本地序列 2， $\text{conj}()$ 为求共轭函数， L_{inter} 是一个与同步估计范围有关的长度。

得到粗频偏估计 f_r 为

$$f_r = \frac{\arg(cor2) \times N}{2\pi L_{inter}} \quad (13)$$

其中， $\arg()$ 是取相角函数。

首先对接收信号进行粗频偏补偿，然后将补偿后的接收信号进行细频偏补偿。本文采用的细频偏估计是采用基于循环前缀的同步方法，通过计算循环前缀与 OFDM 符号的相关值，进而得到细频偏。

$$cor_cp = \sum_{i=1}^{N_g} \text{conj}(r(\hat{a}+i)) \times r(N_1+N+i+1) \quad (14)$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \arg(cor_cp) \quad (15)$$

其中， \hat{a} 是 OFDM 训练序列最末尾位置。

本文利用二次相关运算进行载波频偏估计，且在时域中完成，频偏估计范围可达 $[-N/2L_{inter}, N/2L_{inter}]$ (其中 L_{inter} 是相关运算中的一个参数)。文献[4]算法所能估计的频偏范围随着相关搜索范围的扩大而增大，其计算复杂度会不断上升，每搜索一个频点，就需要约 $\frac{N}{2}$ 次复数相乘，整个同步过程中需进行 $N + \frac{N}{2} \ln N$ 次复数相乘。与文献[4]相比，文献[7]的频偏估计过程增加了 FFT 变换。尽管文献[7]提出了一种快速蝶形算法，即完成一次 N 点的 FFT 运算需进行 N 次复数乘法以及 $2N$ 次复数加法，

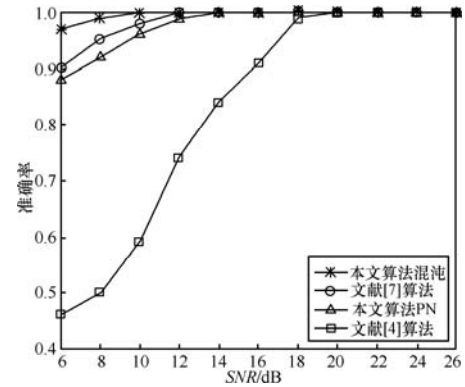
但相比之下，由于需要进行时频转换，其运算复杂度有所增加。与文献[4]和文献[7]相比，本文提出的频率同步方法仅在时域中完成，没有复杂的时频转换，完成一次频率同步只需进行 $2N - L_{inter}$ 次复数相乘， $N - L_{inter}$ 次复数相加，计算复杂度大大降低。

4 仿真结果分析

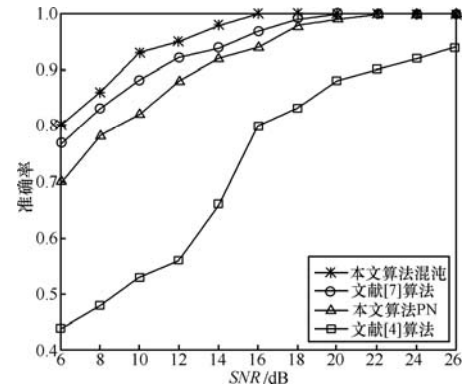
为了测试本文算法和混沌序列作为训练序列的优越性，将混沌序列与常规 PN 训练序列执行本文算法进行性能比较，本文算法与文献[4,7]算法进行性能比较。性能仿真图均采用循环累积求平均的方式。仿真的主要参数为：系统带宽为 6.528MHz，子载波数为 1 024，子载波间隔为 6.375kHz，循环前缀的长度为 100，OFDM 序列长度、混沌序列和 PN 序列长度均为 1 024。

文献[4]是利用两等分结构的训练序列来实现符号同步，但由于训练序列的前缀与训练序列的相似性，使得其定时测度曲线存在一个平台区，极大地影响符号同步的检测精度。文献[7]算法的定时测度虽然存在一个峰值，但峰值的旁瓣太大，同样会影响符号同步检测的精度。如图 5 所示的混沌训练序列执行本文符号同步算法时的定时测度曲线，其峰值非常的尖锐。图 6 为混沌序列和 PN 序列分别执行本文符号同步算法、文献[7]符号同步算法与文献[4]符号同步算法的性能比较。混沌序列执行本文符号算法无论是在高斯白噪声信道下，还是在多径瑞利衰落信道下，符号同步的准确率要明显高于文献[4,7]算法，且混沌训练序列执行本文算法的性能要优于 PN 训练序列执行本文算法，充分显示混沌序列在 OFDM 符号同步算法中的优势。在低信噪比的情况下，本文算法正确率仍然不能达到 1，存在错误检测，在瑞利衰落信道下，符号同步的准确率虽然高于传统算法，但是相比在高斯信道下的性能要差。

图 7 是归一化频偏为 10.5 时，混沌序列执行本文同步算法、PN 序列执行本文同步算法、文献[4,7]载波同步算法分别在多径瑞利衰落信道下的性能比较。从图中可以看出混沌训练序列执行本文载波同步算法的频偏估计精度最高。本文所构造的混沌同步训练序列性能明显优于传统 PN 训练序列，充分体现混沌序列在 OFDM 同步中的优越性。由于本文算法所采用的本地训练序列都

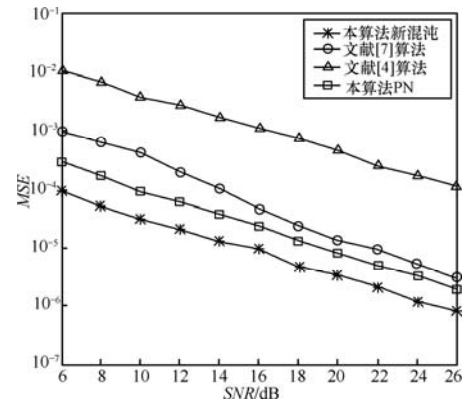


(a) 高斯白噪声信道

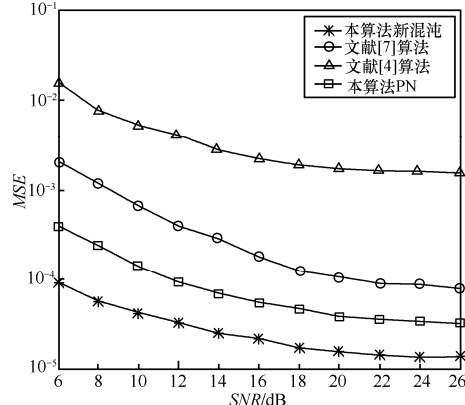


(b) 多径瑞利衰落信道

图 6 符号同步性能比较



(a) 高斯白噪声信道



(b) 多径瑞利衰落信道

图 7 载波同步性能比较

是由混沌序列构造, 而混沌序列是由混沌系统方程、初始值决定, 且对初始值非常敏感, 对方在不知道混沌系统方程或不能较准确的预知初始值的情况下, 无法得到与发送端相同的混沌序列, 也就无法构造本地训练序列。而本文所提出的载波同步算法需在已知本地训练序列的情况下, 将本地训练序列与接收信号的训练序列进行二次相关运算估计出载波频率偏差。这种方式极大地增加了系统的保密性。

5 结束语

本文首先利用混沌序列替代传统的 PN 序列, 构造 L 等分的同步训练结构, 然后利用延时相关运算完成较为准确的符号同步, 最后基于二次相关运算完成载波同步。载波同步分为粗频偏估计和细频偏估计。较之于传统方法, 本文算法计算复杂度低, 符号同步与载波同步精确, 频偏估计范围大。由于本文提出的新的四维混沌系统的一个重要的特征就是对初始条件极为敏感, 即系统初始状态的任何微小误差都将引起系统行为随时间呈指数规律发散, 最终导致不可估计和不可预测的结果。对方无法获得混沌序列来完成系统中的同步, 从而实现了通信系统的高度保密性。

参考文献:

- [1] MOOSE P H. A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction[J]. IEEE Transactions on Communications, 1994, 42(10): 2908-2914.
- [2] KIM Y H, HAHM Y K, JUNG H J, *et al.* An efficient frequency offset estimator for timing and frequency synchronization in OFDM systems[A]. IEEE Pacific Rim Conference on Communications Computers and Signal Processing[C]. Victoria: IEEE Press, 1999: 580-583.
- [3] KIM Y H, SONG I, YOON S, *et al.* An efficient frequency offset estimator for OFDM systems and its performance characteristics[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2001, 50(5): 1307-1312.
- [4] SCHMIDL T M, COX D C. Robust frequency and timing synchronization for OFDM[J]. IEEE Transactions on Communications, 1997, 45(12): 1613-1621.
- [5] 周一青, 胡爱群. 利用训练帧进行 OFDM 系统同步的新算法[J]. 通信学报, 2001, 22(4): 13-18.
ZHOU Y Q, HU A Q. A new synchronization algorithm for OFDM systems using training frame[J]. Journal of China Institute of Communications, 2001, 22(4): 13-18.
- [6] 曾路, 葛建华. 利用叠加导频技术进行 OFDM 系统同步的算法[J]. 通信技术, 2002(5): 22-25.
ZENG L, GE J H. A synchronization algorithm for OFDM system using superimposed pilot technique[J]. Communication Technology, 2001, 22(4): 13-18.
- [7] 刘俊琳, 邓单, 朱近康等. 一种基于频域相关实现 OFDM 时频同步的方法[J]. 电子与信息学报, 2006, 28(8): 1354-1359.
LIU J L, DENG D, ZHU J K, *et al.* OFDM time and frequency synchronization based on frequency domain correlation[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2006, 28(8): 1354-1359.
- [8] 王亚莉, 何非, 张海林等. 一种适用于锐利衰落信号的有效 OFDM 时频同步体制[J]. 通信学报, 2003, 24(1): 18-23.
WANG Y L, HE F, ZHANG H L, *et al.* A burst time and frequency for OFDM transmission Rayleigh fading channels[J]. Journal of China Institute of Communications, 2003, 24(1): 18-23.
- [9] 朱光喜, 张青春, 蔡玮. 一种衰落信道下的 OFDM 载频同步跟踪算法[J]. 华中科技大学学报, 2004, 32(1): 56-59.
ZHU G X, ZHANG Q C, CAI W. Tracking algorithm of OFDM carrier frequency synchronization on fading channels[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2004, 32(1): 56-59.
- [10] 曹雪虹. OFDM 系统中的联合同步和信道估计[J]. 电子学报, 2006, 34(3): 508-512.
CAO X H. Combined synchronization and channel estimation for OFDM[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(3): 508-512.
- [11] BEEK J J V D, SANDELL M, BORJESSON P O. ML estimation of time and frequency offset[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45(7): 1800-1805.
- [12] TURELI U, KIVANC D, LIU H. Experimental and analytical studies on a high-resolution OFDM carrier frequency offset estimator[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2001, 50(2): 629-642.
- [13] TURELI U, LIU H, MICHAEL D Z. OFDM blind carrier offset estimation: ESPRIT[J]. IEEE Transactions on Communications, 2000, 48(9): 1459-1461.
- [14] 郭里婷, 朱近康. 一种 OFDM 系统同步参数盲估计方法[J]. 通信学报, 2005, 26(9): 35-45.
GUO L T, ZHU J K. Approach to blind synchronization parameters estimation for OFDM systems[J]. Journal of China Institute of Communications, 2005, 26(9): 35-45.
- [15] 仓诗建, 陈增强, 袁著祉. 一个新四维非自治超混沌系统的分析与电路实现[J]. 物理学报, 2008, 57(3): 1493-1501.