通信系统原理教程

第9讲 模拟信号的数字化之二

通信教研室　杨春萍

本讲内容

- 模拟信号的抽样
- 抽样信号的量化
  - 量化原理
  - 均匀量化
  - 非均匀量化
- 脉冲编码调制
- 差分脉冲编码调制
- 增量调制

抽样信号的量化

4.3.1 量化原理

- 量化的目的：
  将抽样信号数字化。
- 量化的方法：
  - 设$s(kT)$ － 抽样值，
  - 若用N位二进制码元表示

则只能表示$M = 2^N$个

不同的抽样值。

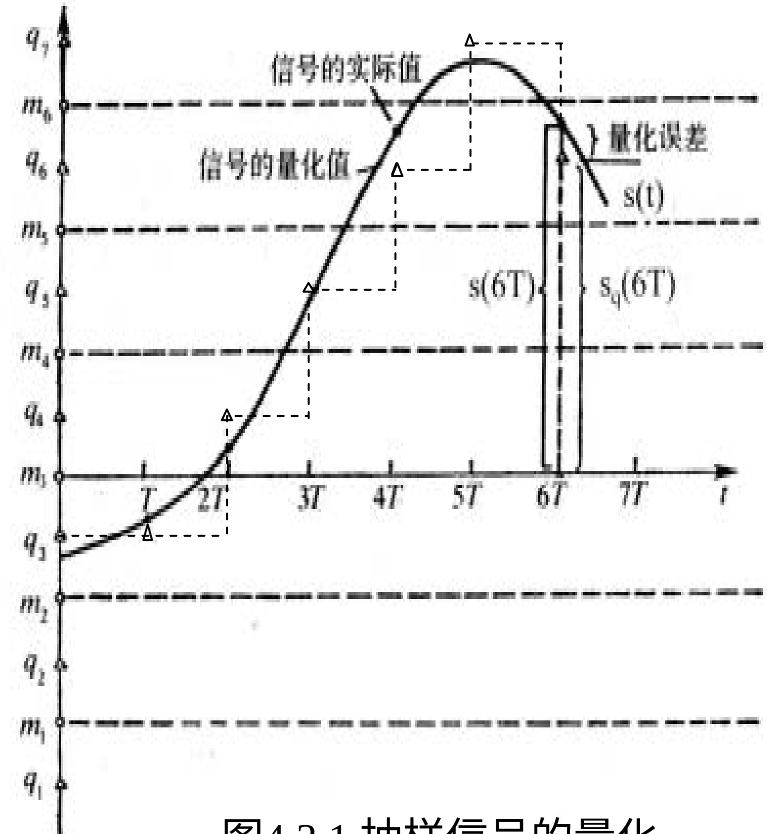


图4.3.1 抽样信号的量化

- 共有M个离散电平，它们称为量化电平。
- 用这M个量化电平表示连续抽样值的方法称为量化。
- 例：图示为均匀量化。

$$s_q(kT) = q_i, \quad 当 m_{i-1} \le s(kT) < m_i$$

4.3.2 均匀量化

- 设：模拟抽样信号的取值范围：a～b

  量化电平数 ＝ M

  则均匀量化时的量化间隔为：$\Delta v = (b - a) / M$

  量化区间的端点为：$m_i = a + i\Delta v$

- 若量化输出电平q_i取为量化间隔的中点，则有

$$q_i = \frac{m_i + m_{i-1}}{2}, \qquad i = 1,2,\ldots,M$$

- 量化噪声＝量化输出电平－量化前信号的抽样值
- 信号功率/量化噪声（简称信号量噪比）

- 求量化噪声功率的平均值N_q：

$$N_q = E[(s_k - s_q)^2] = \int_a^b (s_k - s_q)^2 f(s_k) ds_k = \sum_{i=1}^{M} \int_{m_{i-1}}^{m_i} (s_k - q_i)^2 f(s_k) ds_k$$

式中，s_k为信号的抽样值，即$s(kT)$

s_q为量化信号值，即$s_q(kT)$

$f(s_k)$为信号抽样值s_k的概率密度

E表示求统计平均值

M为量化电平数

$$m_i = a + i\Delta v \qquad q_i = a + i\Delta v - \frac{\Delta v}{2}$$

- 求信号s_k的平均功率：

$$S = E(s_k{}^2) = \int_a^b s_k{}^2 f(s_k) ds_k$$

- 由上两式可以求出平均量化信噪比。

□ **【例4.1】**设一个均匀量化器的量化电平数为M，其输入信号抽样值在区间$[-a, a]$内具有均匀的概率密度。试求该量化器的平均信号量噪比。

解：

$$N_q = \sum_{i=1}^{M} \int_{m_{i-1}}^{m_i} (s_k - q_i)^2 f(s_k) ds_k = \sum_{i=1}^{M} \int_{m_{i-1}}^{m_i} (s_k - q_i)^2 \left(\frac{1}{2a}\right) ds_k$$

$$= \sum_{i=1}^{M} \int_{-a+(i-1)\Delta v}^{-a+i\Delta v} (s_k + a - i\Delta v + \frac{\Delta v}{2})^2 \left(\frac{1}{2a}\right) ds_k$$

$$= \sum_{i=1}^{M} \left(\frac{1}{2a}\right)\left(\frac{\Delta v^2}{12}\right) = \frac{M(\Delta v)^3}{24a}$$

$$M\Delta v = 2a \qquad N_q = \frac{(\Delta v)^2}{12} \qquad S = \int_{-a}^{a} s_k^2 \left(\frac{1}{2a}\right) ds_k = \frac{M^2}{12}(\Delta v)^2$$

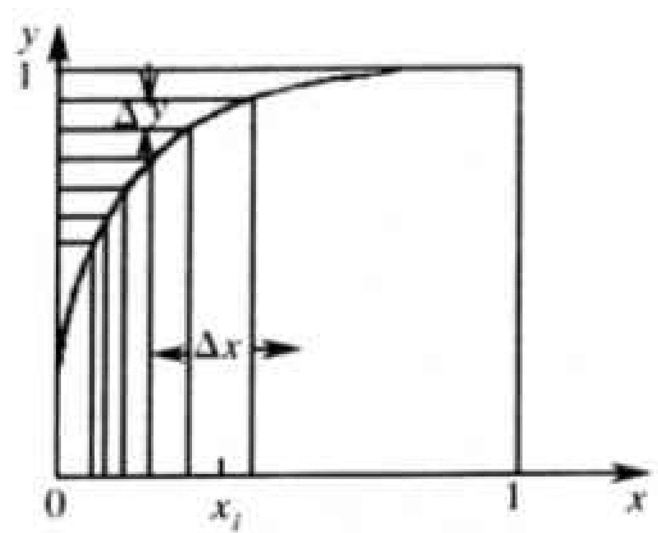
$$\therefore \left(\frac{S}{N_q}\right)_{dB} = 20\lg M$$ 或 $$\frac{S}{N_q} = M^2$$ **dB**

4.3.3 非均匀量化

- 均匀量化的缺点：量化噪声N_q是确定的。但是，信号的强度可能随时间变化，例如语音信号。当信号小时，信号量噪比也就很小。非均匀量化可以改善小信号时的信号量噪比。
- 非均匀量化原理：用一个非线性电路将输入电压 x 变换成输出电压 y：　　$y = f(x)$

当量化区间划分很多时，在每一量化区间内压缩特性曲线可以近似看作为一段直线。因此，这段直线的斜率可以写为

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = y' \quad 或 \quad \Delta x = \frac{dx}{dy}\Delta y$$



设x和y的范围都限制在0和1之间，且纵坐标y在0和1之间均匀划分成N个量化区间，则有区间间隔为：

$$\Delta y = \frac{1}{N} \qquad \therefore \qquad \Delta x = \frac{dx}{dy}\Delta y = \frac{1}{N}\frac{dx}{dy}$$

□ 由 $\Delta x = \frac{dx}{dy}\Delta y = \frac{1}{N}\frac{dx}{dy}$ 有 $\frac{dx}{dy} = N\Delta x$

为了保持信号量噪比恒定，要求： $\Delta x \propto x$

即要求：$dx/dy \propto x$ 或 $dx/dy = kx$， 式中 k =常数

由上式解出：$\ln x = ky + c$

为了求 c，将边界条件(当 $x = 1$ 时，$y = 1$)，代入上式，得到 $\ln x = ky - k$ $y = 1 + \frac{1}{k}\ln x$

$k + c = 0$， 即求出： $c = -k$， 将 c 值代入上式，得到 由上式看出，为了保持信号量噪比恒定，在理论上要求压缩特性为对数特性。

对于电话信号，ITU制定了两种建议，即A压缩律和 μ 压缩律，以及相应的近似算法 — 13折线法和15折线法。

□A压缩率

$$y=\begin{cases}\dfrac{Ax}{1+\ln A}, & 0<x\le\dfrac{1}{A}\\[2ex] \dfrac{1+\ln Ax}{1+\ln A}, & \dfrac{1}{A}\le x\le 1\end{cases}$$

式中，x为压缩器归一化输入电压；

y为压缩器归一化输出电压；

A为常数，决定压缩程度。

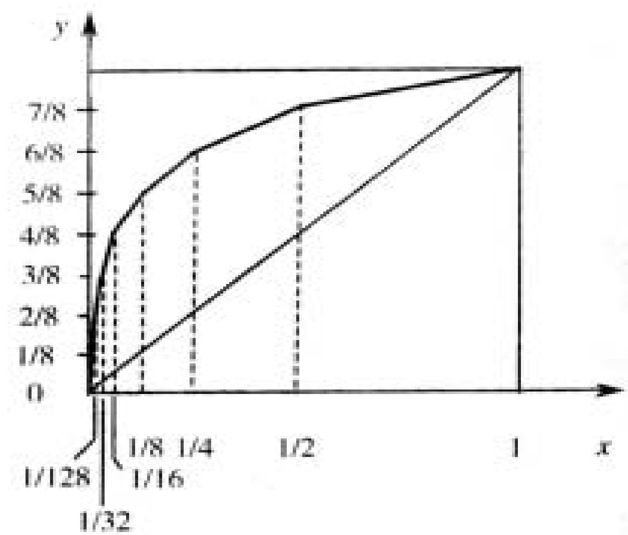
A律中的常数A不同，则压缩曲线的形状不同。它将特别影响小电压时的信号量噪比的大小。在实用中，选择A等于87.6。

□13折线压缩特性 — *A*律的近似

- *A*律是平滑曲线，用电子线路很难准确地实现，但很容易用数字电路来近似实现。
- 13折线特性就是近似于*A*律的特性。
- 图中x在0～1区间中分为不均匀的8段。1/2至1间的线段称为第8段；1/4至1/2间称为第7段；1/8至1/4间称为第6段；依此类推，直到0至1/128间的线段称为第1段。
- 纵坐标y则均匀地划分作8段。将这8段相应的座标点(x, y)相连，就得到了一条折线。
- 除第1和2段外，其他各段折线的斜率都不相同：

折线段号	1	2	3	4	5	6	7	8
斜　率	16	16	8	4	2	1	½	¼

- 对交流信号，正负第1和2段斜率相同，故共有13段折线。



A律和13折线法比较

i	8	7	6	5	4	3	2	1	0
y =1-i/8	0	1/8	2/8	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8	1
A律x值	0	1/128	1/60.6	1/30.6	1/15.4	1/7.79	1/3.93	1/1.98	1
13折线法 $x=1/2i$	0	1/128	1/64	1/32	1/16	1/8	¼	½	1

折线段号	1	2	3	4	5	6	7	8
折线斜率	16	16	8	4	2	1	½	¼

从表中看出，13折线法和A = 87.6时的A律压缩法十分接近。

μ压缩律和15折线压缩特性

- *A*律中，选用*A*=87.6有两个目的:

1. 使曲线在原点附近的斜率＝16，使16段折线简化成13段；
2. 使转折点上*A*律曲线的横坐标*x*值 ≈ $1/2^i$ ($i = 0, 1, 2, \ldots, 7$)。

- 若仅要求满足第二个目的：仅要求满足
  当 $x = 1/2^i$ 时，$y = 1 - i/8$，则可以得到μ律：

$$y = \frac{\ln(1+\mu x)}{\ln(1+\mu)}$$

- 15折线：近似μ律

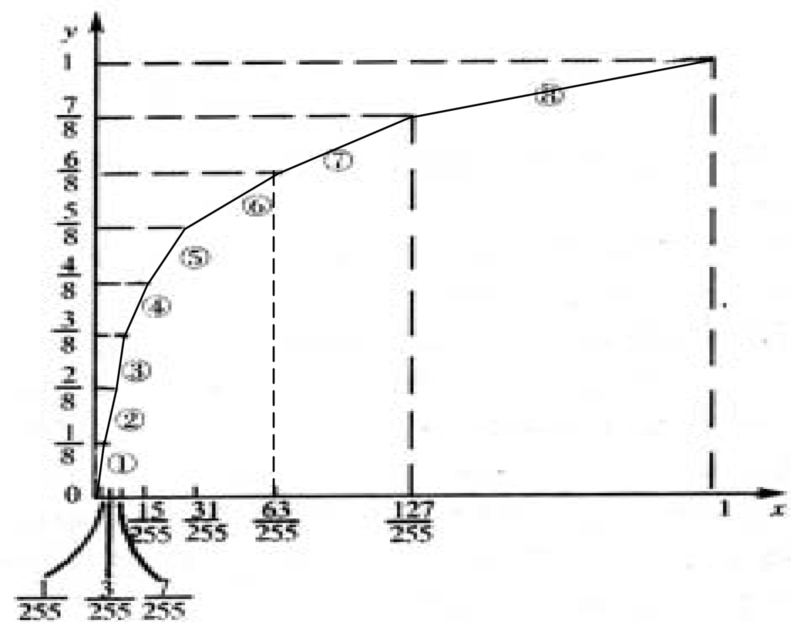
$$x = \frac{256^y - 1}{255} = \frac{256^{i/8} - 1}{255} = \frac{2^i - 1}{255}$$

15折线法的转折点坐标和各段斜率

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$y = i/8$	0	1/8	2/8	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8	1
$x=(2i - 1)/255$	0	1/255	3/255	7/255	15/255	31/255	63/255	127/255	1

斜率 × 255	1/8	1/16	1/32	1/64	1/128	1/256	1/512	1/1024
段号	1	2	3	4	5	6	7	8

- 由于其第1段和第2段的斜率不同，不能合并为一条直线，故考虑交流电压正负极性后，共得到15段折线。



□13折线法和15折线法比较

比较13折线特性和15折线特性的第一段斜率可知，15折线特性第一段的斜率（255/8）大约是13折线特性第一段斜率（16）的两倍。

所以，15折线特性给出的小信号的信号量噪比约是13折线特性的两倍。

但是，对于大信号而言，15折线特性给出的信号量噪比要比13折线特性时稍差。这可以从对数压缩式(4.3-22)看出，在A律中A值等于87.6；但是在m律中，相当A值等于94.18。A值越大，在大电压段曲线的斜率越小，即信号量噪比越差。

□非均匀量化和均匀量化的比较

现以13折线法为例作一比较。若用13折线法中的（第1和第2段）最小量化间隔作为均匀量化时的量化间隔，则13折线法中第1至第8段包含的均匀量化间隔数分别为16、16、32、64、128、256、512、1024，共有2048个均匀量化间隔，而非均匀量化时只有128个量化间隔。因此，在保证小信号的量化间隔相等的条件下，均匀量化需要11比特编码，而非均匀量化只要7比特就够了。

返回