

文章编号:1000-6893(2009)01-0046-06

# 基于支持向量机改进 SMO 算法的直升机旋翼自转着陆过程建模

王书舟<sup>1</sup>, 伞冶<sup>1</sup>, 张允昌<sup>2</sup>

(1. 哈尔滨工业大学 控制与仿真中心, 黑龙江 哈尔滨 150001)

(2. 空军哈尔滨飞行仿真技术研究所, 黑龙江 哈尔滨 150001)

## Modeling for Landing Process of Helicopter with Rotator Self-rotating Based on Modified SMO Algorithm of Support Vector Machine

Wang Shuzhou<sup>1</sup>, San Ye<sup>1</sup>, Zhang Yunchang<sup>2</sup>

(1. Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

(2. The Flight Simulation Research Institute of Air Force, Harbin 150001, China)

**摘要:** 为了建立高精度的直升机仿真模型,把支持向量机(SVM)引入到直升机智能化建模领域,建立了直升机自转着陆过程的旋翼转速模型。根据凸二次优化问题在对偶间隙为零时取得最优解的性质,对序列最小优化算法的停机准则进行改进,并用于所建模型的训练。仿真结果表明:与神经网络模型比较,这种 SVM 模型具有结构简单、运算速度快和泛化能力强等优点。

**关键词:** 支持向量机; 建模; 直升机旋翼; 序列最小优化; 仿真模型

**中图分类号:** V212.4; TP391.9 **文献标识码:** A

**Abstract:** Aimed at building simulation model of helicopter with high precision, the support vector machine (SVM) method is introduced to the field of intelligent modeling for a helicopter. A simulation model of a helicopter with rotator self-rotating for the landing process is built. The global minimum of a quadratic programming will be reached when the dual gap is zero. According to this feature, the halt criteria in the sequential minimal optimization algorithm is modified, and the modified algorithm is applied to training the SVM simulation model. Compared with neural network model, it is shown by simulation results that the SVM simulation model of helicopter possesses some advantages, such as simple structure, fast convergence speed and high generalization ability.

**Key words:** support vector machine; modeling; helicopter rotors; sequential minimal optimization; simulation model

直升机旋翼自转着陆,特别是双发停车后的自转着陆,是飞行员培训中的重大风险科目,也是飞行模拟器研制中需要着重考虑的方面,因此对这种特殊飞行状态仿真模型的开发,既具有一定的理论意义,也具有很大的实用价值。

用传统的机理建模方法建立直升机的仿真模型是可行的,但是这种建模方法需要复杂的空气动力学知识<sup>[1]</sup>,而神经网络具有良好的非线性映射能力,因此可用它来建立直升机的仿真模型。例如, G. Z. Ma 等<sup>[2]</sup>建立了微型直升机航向和高度的神经网络模型; S. Suresh 等<sup>[3]</sup>建立了直升机的横向和纵向神经网络模型;文献<sup>[4]</sup>建立了旋翼、机身气动

干扰的神经网络模型;文献<sup>[5]</sup>设计了基于神经网络的直升机控制系统等。尽管神经网络有很多优点,但在建模过程中出现的难以确定网络结构、维数灾、过拟合和欠拟合等却是非常棘手的问题。支持向量机(SVM)是近年发展起来的一种新方法,在许多应用领域都表现出了很好的性能<sup>[6-7]</sup>。目前训练 SVM 的有效方法是序列最小优化算法,起初它主要用于模式分类问题,后来得到扩展并应用于回归问题<sup>[8-9]</sup>。序列最小优化算法需要大量的迭代运算,一般采用 Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件的停机准则<sup>[10-11]</sup>,在迭代刚开始时目标函数变化很快,优化后期则可能进展缓慢,从而影响了训练的速度。所以,在 SVM 的研究中,如何提高训练速度,减少训练时间,建立实用的学习算法,仍是一个亟待解决的问题。

收稿日期:2007-10-31; 修订日期:2008-03-07

基金项目:国家自然科学基金(60474069)

通讯作者:王书舟 E-mail: seek2000@163.com

为避免神经网络建模过程中出现的问题,本文把 SVM 引入到直升机智能化建模领域,选取直升机旋翼自转着陆这一特殊飞行状态,建立直升机的 SVM 仿真模型,并对 SVM 训练算法进行改进。完整的直升机仿真模型包括直升机平动动力学和转动动力学模型。旋翼转速模型是直升机完整仿真模型的一部分,如果用 SVM 建立了旋翼的转速模型,就可以尝试用同样的方法,建立直升机自转着陆过程完整的仿真模型。因此本文仅建立直升机自转着陆过程的旋翼转速模型。

## 1 旋翼转速 SVM 模型的构造

SVM 的基本思想是:利用一个非线性映射把训练数据映射到一个高维特征空间,然后在这个空间建立一个线性回归函数。SVM 与正则化理论有着紧密的联系。对于观测样本  $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^n, y_i \in \mathbf{R}, i=1,2,\dots,l$ , SVM 的原始优化问题可以表示为

$$\min \left[ \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + \frac{C}{l} \sum_{i=1}^l (\zeta_i + \zeta_i^*) \right] \quad (1)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} (\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_i + b) - y_i \leq \varepsilon + \zeta_i & \zeta_i \geq 0 \\ y_i - (\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_i + b) \leq \varepsilon + \zeta_i^* & \zeta_i^* \geq 0 \end{cases}$$

式中:  $\frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (\zeta_i + \zeta_i^*)$  为逼近误差;  $\frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2$  为正则化项;  $\mathbf{w}$  为超平面的法向量;  $C > 0$  为常数。由最优化理论可知,优化问题式(1)的拉格朗日函数对于变量  $\mathbf{w}, b, \varepsilon, \zeta_i, \zeta_i^*$  的偏导数为零,于是得到 KKT 条件:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{w} &= \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) \phi(\mathbf{x}_i), \quad \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0 \\ v_i &= C - \alpha_i, \quad v_i^* = C - \alpha_i^* \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中:  $\phi(\cdot)$  为非线性映射。把 KKT 条件式(2)代入优化问题式(1)的目标函数中,根据对偶原理和核函数的性质  $k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \phi(\mathbf{x}) \phi(\mathbf{y})$ , 可以得到此优化问题的对偶优化问题:

$$\left. \begin{aligned} \max & \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l \Delta \alpha_{ij} k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) - \varepsilon \sum_{j=1}^l (\alpha_j + \alpha_j^*) + \sum_{i=1}^l y_i (\alpha_i - \alpha_i^*) \right] \\ \text{s. t. } & \begin{cases} \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0 \\ 0 \leq \alpha_i, \alpha_i^* \leq C \quad (i = 1, 2, \dots, l) \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中:  $\Delta \alpha_{ij} = (\alpha_i - \alpha_i^*) (\alpha_j - \alpha_j^*)$ 。

由这个优化问题的解可以得到 SVM 的输出

为

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) + b \quad (4)$$

式(4)所表示的学习机器就是  $\varepsilon$ -SVM, 它实际上是基于  $\varepsilon$ -不敏感损失函数得到的。

构造直升机旋翼转速的 SVM 模型,首先需要确定与旋翼转速有关的物理量。通过对直升机自转着陆过程原理的分析,可知与旋翼转速  $N$  有关的主要参量为:总桨距角操纵量  $\delta$ , 纵向周期变距  $B_C$ , 直升机前飞速度  $v_F$  和直升机下降速度  $v_D$ 。考虑到直升机是一个非线性动力学系统,把转速的一阶延迟引入到输入端,并且综合 SVM 的表达式(4),可建立直升机旋翼转速的 SVM 模型,其结构如图 1 所示。

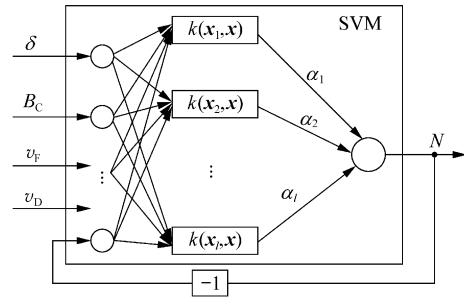


图 1 旋翼转速的 SVM 模型

Fig. 1 SVM model for rotational speed of rotator

## 2 旋翼转速 SVM 模型的训练算法

求解优化问题式(3)的方法,即 SVM 的训练算法,归结为一个受约束凸二次规划的求解问题。序列最小优化(SMO)算法是目前 SVM 处理大规模数据较为有效的方法。SMO 算法主要的步骤是:两个训练点的选取、两个变量优化问题的解析求解和停机准则<sup>[10]</sup>。下面给出 SMO 算法实现的主要步骤,并对其停机准则进行改进。

### 2.1 两个训练点的选取

SMO 算法采用两层循环的启发式策略选择训练点,设待求的两个优化变量为  $\bar{\alpha}_a$  和  $\bar{\alpha}_b$ 。外部循环是对第 1 个优化变量  $\bar{\alpha}_b$  的选择:首先遍历训练样本的非边界样本,找出违反 KKT 条件的样本,若找不到则在整个训练集遍历,以找出这样的样本点,如果还是没有则退出循环,结束程序。

内层循环选择使优化变量的变化量  $|E_a - E_b|$  最大的一个样本:先从违反 KKT 条件的非边界样本中找出使  $|E_a - E_b|$  最大所对应的优化变量  $\bar{\alpha}_a$ , 作为第 2 个优化变量。若这样所选择的  $\bar{\alpha}_a$  不

能产生改进,则遍历非边界样本,从违反 KKT 条件的优化变量中随机找出  $\bar{\alpha}_a$  进行优化。若还是无法使优化变量产生改进,则遍历整个训练集,从违反 KKT 条件的优化变量中随机找出  $\bar{\alpha}_a$  进行优化。若以上假设都不满足,则算法忽略外部循环中所选择的第 1 个样本  $\bar{\alpha}_b$ ,继续外部循环。

## 2.2 两个变量优化问题的解析解

为表达方便,先做变量代换,令

$$\bar{\alpha}_i = \alpha_i - \alpha_i^*, |\bar{\alpha}_i| = \alpha_i + \alpha_i^*, \bar{\alpha}_0 = b \quad (5)$$

则对偶优化问题式(3)变为

$$\left. \begin{aligned} \max W(\bar{\alpha}) = & -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l \bar{\alpha}_i \bar{\alpha}_j k_{ij} - \\ & \epsilon \sum_{i=1}^l |\bar{\alpha}_i| + \sum_{i=1}^l \bar{\alpha}_i y_i \\ \text{s. t. } & \begin{cases} \sum_{i=1}^l \bar{\alpha}_i = 0 \\ -C \leq \bar{\alpha}_i \leq C \quad (i = 1, 2, \dots, l) \end{cases} \end{aligned} \right\} (6)$$

把式(6)的目标函数表示成变量  $\bar{\alpha}_a, \bar{\alpha}_b$  的函数,而把其他拉格朗日乘子视为常数,可得

$$\begin{aligned} L(\bar{\alpha}_a, \bar{\alpha}_b) = & \frac{1}{2} \bar{\alpha}_a^2 k_{aa} + \frac{1}{2} \bar{\alpha}_b^2 k_{bb} + \bar{\alpha}_a \bar{\alpha}_b k_{ab} + \epsilon |\bar{\alpha}_a| + \\ & \epsilon |\bar{\alpha}_b| - \bar{\alpha}_a y_a - \bar{\alpha}_b y_b + \bar{\alpha}_a v_a^* + \bar{\alpha}_b v_b^* + L' \quad (7) \end{aligned}$$

式中:

$$v_i^* = \sum_{j=1, j \neq a, b}^l \bar{\alpha}_j k_{ij} = f_i^* - \bar{\alpha}_a^* k_{ai} - \bar{\alpha}_b^* k_{bi} - \bar{\alpha}_0 \quad (8)$$

式中:  $L'$  为式(6)的目标函数中不含  $\bar{\alpha}_a$  和  $\bar{\alpha}_b$  的项;具有上标“\*”的量为前一次迭代的值。由优化问题式(3)的等式约束,可以假设:

$$s^* = \bar{\alpha}_a^* + \bar{\alpha}_b^* = \bar{\alpha}_a + \bar{\alpha}_b \quad (9)$$

代入式(7),并记

$$\frac{d|x|}{dx} = \text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ \text{待定} & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad (10)$$

并由  $\partial L(\bar{\alpha}_b)/\partial \bar{\alpha}_b = 0$  得

$$\begin{aligned} & \bar{\alpha}_b(k_{bb} + k_{aa} - 2k_{ab}) = \\ & y_b - y_a + f_a^* - f_b^* + \epsilon[\text{sgn}(s^* - \bar{\alpha}_b) - \text{sgn}(\bar{\alpha}_b)] + \\ & \bar{\alpha}_b^*(k_{bb} + k_{aa} - 2k_{ab}) \quad (11) \end{aligned}$$

由式(11)可得变量  $\bar{\alpha}_b$  的递推计算公式:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_b = & \bar{\alpha}_b^* + \eta \{ y_b - y_a + f_a^* - f_b^* + \\ & \epsilon[\text{sgn}(s^* - \bar{\alpha}_b) - \text{sgn}(\bar{\alpha}_b^*)] \} \quad (12) \end{aligned}$$

式中:  $\eta = 1/(k_{bb} + k_{aa} - 2k_{ab})$ 。由于两个符号函数的存在,式(12)是递归的。令  $0^+, 0^-, s^{*+}, s^{*-}$  分别表示 0 和  $s^*$  的正负微小扰动,则可得  $\bar{\alpha}_b$  的更新律:

$$\bar{\alpha}_b = \begin{cases} \bar{\alpha}_b^* + \eta(y_b + 2\epsilon) & \bar{\alpha}_b > 0 > \bar{\alpha}_b^* \\ \bar{\alpha}_b^* + \eta(y_b - 2\epsilon) & \bar{\alpha}_b < 0 < \bar{\alpha}_b^* \\ \bar{\alpha}_b^* + \eta(y_b) & \text{sgn}(\bar{\alpha}_b) = \text{sgn}(\bar{\alpha}_b^*) \\ 0 & \alpha'(\bar{\alpha}_b = 0^+) > 0 \\ & \text{且 } \alpha'(\bar{\alpha}_b = 0^-) < 0 \\ s^* & \alpha'(\bar{\alpha}_b = s^{*+}) > 0 \\ & \text{且 } \alpha'(\bar{\alpha}_b = s^{*-}) < 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $y_i = y_b - y_a + f_a^* - f_b^*$ ;  $\alpha' = \partial L(\bar{\alpha}_b)/\partial \bar{\alpha}_b$ 。

定义  $L = \max(s^* - C, -C)$ ,  $H = \min(C, s^* + C)$ , 这样定义的高、低边界限制,可以确保优化变量  $\bar{\alpha}_a$  和  $\bar{\alpha}_b$  的值在  $\pm C$  之间。根据 KKT 条件可求得常值偏差  $\bar{\alpha}_0$  的更新,令 SVM 的输出  $f_a = y_b$ , 则

$$\left. \begin{aligned} \bar{\alpha}_a^{\text{new}} = & \bar{\alpha}_a^{\text{old}} + f_a^* - y_a + (\bar{\alpha}_a^{\text{new}} - \bar{\alpha}_a^{\text{old}})k_{aa} + \\ & (\bar{\alpha}_b^{\text{new}} - \bar{\alpha}_b^{\text{old}})k_{ab} \\ \bar{\alpha}_b^{\text{new}} = & \bar{\alpha}_b^{\text{old}} + f_b^* - y_b + (\bar{\alpha}_a^{\text{new}} - \bar{\alpha}_a^{\text{old}})k_{ab} + \\ & (\bar{\alpha}_b^{\text{new}} - \bar{\alpha}_b^{\text{old}})k_{bb} \end{aligned} \right\} (14)$$

将式(14)的两个式子平均,即可得到  $\bar{\alpha}_0 = 0.5 \cdot (\bar{\alpha}_a^{\text{new}} + \bar{\alpha}_b^{\text{new}})$ 。

## 2.3 SMO 的停机准则

SMO 算法一般采用 KKT 条件作为停机准则,这种停机准则在迭代时,刚开始目标函数上升很快,优化后期却进展缓慢,因此选取适当的停机准则可以提高 SVM 的训练速度。由最优化理论,在对偶间隙为零时,凸二次优化问题取得全局最优解。下面利用这个性质对 SMO 算法的停机准则进行改进。

从对偶优化问题式(3)的可行解  $\alpha$  出发,令

$$\left. \begin{aligned} \xi_i = & \max(0, (\sum_{j=1}^l \bar{\alpha}_j k(x_i, x_j) + b) - y_i - \epsilon) \\ \xi_i^* = & \max(0, y_i - (\sum_{j=1}^l \bar{\alpha}_j k(x_i, x_j) + b) - \epsilon) \\ w = & \sum_{j=1}^l \bar{\alpha}_j \phi(x_j) \end{aligned} \right\} (15)$$

则  $(w, \xi, b)$  是原始优化问题式(1)的可行解。记原始优化问题目标函数值为  $U(w, \xi, \xi^*, b)$ , 对偶优化问题目标函数值为  $W(\bar{\alpha})$ , 则

$$\left. \begin{aligned} U(w, \xi, \xi^*, b) = & \frac{1}{2} \|w\|^2 + \frac{C}{l} \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*) \\ W(\bar{\alpha}) = & -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l \bar{\alpha}_i \bar{\alpha}_j k(x_i, x_j) - \\ & \epsilon \sum_{i=1}^l |\bar{\alpha}_i| + \sum_{i=1}^l y_i \bar{\alpha}_i \end{aligned} \right\} (16)$$

可行解  $\alpha$  和  $(w, \xi, \xi^*, b)$  分别为对偶问题和原始问题解的充要条件是, 相应的目标函数值相等, 即  $U(w, \xi, \xi^*, b) = W(\bar{\alpha})$ , 由此可得

$$\frac{1}{2} \|w\|^2 = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l \bar{\alpha}_i \bar{\alpha}_j k(x_i, x_j) = -W(\bar{\alpha}) - \varepsilon \sum_{i=1}^l |\bar{\alpha}_i| + \sum_{i=1}^l y_i \bar{\alpha}_i \quad (17)$$

令

$$\sigma = \frac{U(w, \xi, \xi^*, b) - W(\bar{\alpha})}{U(w, \xi, \xi^*, b) + 1} \quad (18)$$

则

$$\sigma = \frac{-2W(\bar{\alpha}) - \varepsilon \sum_{i=1}^l |\bar{\alpha}_i| + \sum_{i=1}^l y_i \bar{\alpha}_i + \frac{C}{l} \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*)}{-W(\bar{\alpha}) - \varepsilon \sum_{i=1}^l |\bar{\alpha}_i| + \sum_{i=1}^l y_i \bar{\alpha}_i + \frac{C}{l} \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*) + 1} \quad (19)$$

对于事先给定的精度要求, 当  $\sigma$  小于这个精度时, 算法终止。因为不必每次迭代都检验对偶间隙, 可以根据具体样本, 设定经若干次迭代后进行一次  $\sigma$  检验。因此可以把这个停机准则和 KKT 条件的停机准则一同使用。

综上所述, 改进的 SMO 算法步骤如下:

**步骤 1** 初始化  $\bar{\alpha}_a^{\text{old}}, \bar{\alpha}_b^{\text{old}}$ 。

**步骤 2** 利用 2.1 节描述的方法选择优化变量  $\bar{\alpha}_a, \bar{\alpha}_b$ 。

**步骤 3** 利用式(13)计算  $\bar{\alpha}_b^{\text{new}}$ , 若  $\bar{\alpha}_b^{\text{new}} > H$ , 则置  $\bar{\alpha}_b^{\text{new}} = H$ ; 若  $\bar{\alpha}_b^{\text{new}} < L$ , 则置  $\bar{\alpha}_b^{\text{new}} = L$ 。

**步骤 4** 计算  $\bar{\alpha}_a^{\text{new}}, \bar{\alpha}_a^{\text{new}} = \bar{\alpha}_a^{\text{old}} + \bar{\alpha}_b^{\text{old}} - \bar{\alpha}_b^{\text{new}}$ 。

**步骤 5** 计算  $\bar{\alpha}_0^{\text{new}}, \bar{\alpha}_0^{\text{new}} = \frac{1}{2}(\bar{\alpha}_a^{\text{new}} + \bar{\alpha}_b^{\text{new}})$ 。

**步骤 6** 若所有样本均满足 KKT 条件, 或对偶间隙  $\sigma$  小于给定的精度, 则输出  $\bar{\alpha}$ , 结束循环; 否则转向步骤 2。

### 3 飞行数据的预处理

飞行数据中不可避免地含有噪声, 而且由于测试仪器不稳定或外界因素的干扰, 往往导致取得的飞行数据包含一些不合理的跳点, 即野值。另外, 对含有噪声的信号直接微分, 将导致更高的噪声水平。因此需要对飞行数据进行预处理, 主要进行野值剔除、滤波和微分平滑的处理。

#### 3.1 野值剔除

采用前推差分公式进行野值的预测和判断, 并用拉格朗日插值公式求出野值点的补正值, 以

保证数据的完整性。七点二阶前推差分算式为

$$\left. \begin{aligned} \hat{y}_1 &= (32y_1 + 15y_2 + 3y_3 - 4y_4 - 6y_5 - 3y_6 + 5y_7)/42 \\ \hat{y}_2 &= (5y_1 + 4y_2 + 3y_3 + 2y_4 + y_5 - y_7)/14 \\ \hat{y}_3 &= (y_1 + 3y_2 + 4y_3 + 4y_4 + 3y_5 + y_6 - 2y_7)/14 \\ \hat{y}_4 &= (-2y_1 + 3y_2 + 6y_3 + 7y_4 + 6y_5 + 3y_6 - 2y_7)/21 \\ \hat{y}_5 &= (-2y_1 + y_2 + 3y_3 + 4y_4 + 4y_5 + 3y_6 + y_7)/14 \\ \hat{y}_6 &= (-y_1 + y_2 + 2y_4 + 3y_5 + 4y_6 + 5y_7)/14 \\ \hat{y}_i &= (5y_{i-6} - 3y_{i-5} - 6y_{i-4} - 4y_{i-3} + 3y_{i-2} + 15y_{i-1} + 32y_i)/42 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中:  $y_i$  为原始试验数据;  $\hat{y}_i$  为插值后数据;  $i = 7, 8, \dots, N$ 。先检验前 6 个点是否正常点, 用式(21)按时间顺序逐点计算  $\hat{y}_i$  和新息  $v_i = y_i - \hat{y}_i$ 。对于野值点, 其  $v_i$  远大于正常值, 因此满足式(22)者视为野值点。

$$|y_k - \hat{y}_k| > 2.2 \sqrt{\sum_{i=k-6}^k (y_k - \hat{y}_k)^2 / 6} \equiv E \quad (22)$$

当  $k$  点为野值点时, 则满足式(23)的点也是野值点。

$$|y_{k+i} - y_k| < E \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (23)$$

如果  $y_k, y_{k+1}, \dots, y_{k+n}$  是野值点, 则在  $y_k$  点处向前确定 3 个正常值  $y_{k-1}, y_{k-2}, y_{k-3}$ , 在  $y_{k+n}$  点后确定 3 个正常值  $y_{k+n+1}, y_{k+n+2}, y_{k+n+3}$ , 利用这些点作为已知值, 由拉格朗日插值公式求出  $y_k, y_{k+1}, \dots, y_{k+n}$  的补正值:

$$y_l = \sum_{j=k-3}^{k+n+3} \prod_{i=k-3}^{k+n+3} \left( \frac{t_l - t_j}{t_i - t_j} \right) y_j \quad (24)$$

式中:  $l = k, k+1, \dots, k+n; i, j \neq k, k+1, \dots, k+n; i \neq j$ 。

#### 3.2 滤波

考虑直升机运动的频率比较低, 通常小于 10 Hz, 因此选取截止频率为 10 Hz 的三阶 Chebyshev-I 型的低通数字滤波器。根据阶数  $n$ 、通带内波纹  $R_p$  和截止频率  $\omega_n$  计算滤波器分子、分母系数, 最后得到的具体形式为

$$\bar{y} = a_0 y_i + a_1 y_{i-1} + a_2 y_{i-2} + a_3 y_{i-3} - b_1 \bar{y}_{i-1} - b_2 \bar{y}_{i-2} - b_3 \bar{y}_{i-3} \quad (25)$$

式中:  $y$  为实测数据;  $\bar{y}$  为滤波后数据;  $a_0 = a_3 = 0.0049$ ;  $a_1 = a_2 = 0.0062$ ;  $b_1 = -2.3857$ ;  $b_2 = 1.9463$ ;  $b_3 = -0.5384$ 。另外采用七点二阶中心插值平滑算法<sup>[12]</sup>, 对数据进行微分平滑, 以消除对飞行数据进行微分所产生的影响。

选取两组飞行数据分别作为训练样本、测试样本, 旋翼转速  $N$ 、总桨距角操纵量  $\delta$ 、纵向周期变距  $B_C$ 、直升机前飞速度  $v_F$ , 可以由记录仪器直接得到; 直升机下降速度  $v_D$ , 要通过高度进行微分得到, 采样周期均为  $1/16$  s。用上述方法对两组数据进行预处理。这里仅给出测试样本的旋翼转速  $N$ 、总桨距角  $\delta$  的数据, 如图 2 所示。

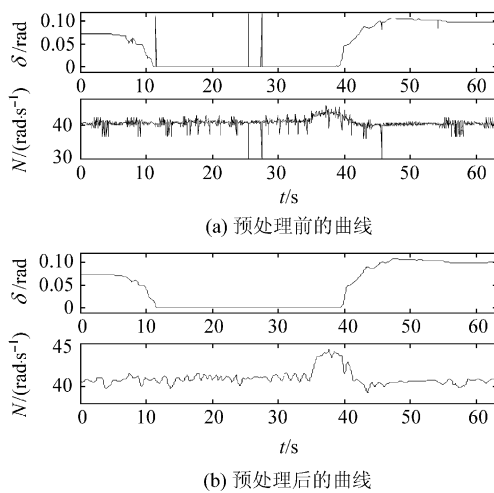


图 2 样本曲线  
Fig. 2 Curve of samples

#### 4 仿真

确定直升机旋翼自转着陆过程的 SVM 模型, 就是用飞行数据求解优化问题式(3), 得到由式(4)表示的 SVM 参数, 并且需要进行一些参数选择。高斯核函数  $\exp[-\gamma(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^2]$  是最常用的核函数, 参数  $\gamma$  过大会影响训练精度。目标误差  $e$  代表要求的训练精度,  $C$  是函数复杂度和损失误差的一个平衡量,  $C$  越大则损失误差越小。经过实验, 对 SVM 训练的一组参数选取如下:  $\gamma$  为 0.01,  $\epsilon$  为 0.05, 目标误差  $e$  为 0.001, 常数  $C$  为 10。仿真平台为奔-IV 2.66 GHz CPU, 256 Mb 内存, MATLAB6.5。

首先采用 2 节所描述的算法, 用训练样本对 SVM 进行训练。训练完毕得到直升机自转着陆过程旋翼转速的 SVM 模型, 此模型记为 M-SVM。再把测试样本输入到已经训练好的 SVM 模型中, 以检验 M-SVM 模型的泛化能力。为了进行比较, 用一般的 SMO 算法训练所建立的

SVM 模型, 此模型记为 SVM; 再选取结构为 4-10-1 的 BP 神经网络, 隐层、输出层激励函数分别为 TANSIG 和 PURELIN, 记为模型 BPNN。实验中采用同样的训练、测试样本, 精度采用均方误差(MSE)表示。3 种模型对测试样本目标输出的逼近结果如图 3 所示, 可以看出 BPNN 模型对测试样本的逼近效果最差, M-SVM 模型的逼近效果最好。3 种模型中, M-SVM 模型的测试误差如图 4 所示, 可以看出, M-SVM 模型对测试样本进行了很好的逼近, 测试误差基本上在  $\pm 0.2$  以内。3 种模型的训练时间和模型精度的数据如表 1 所示。

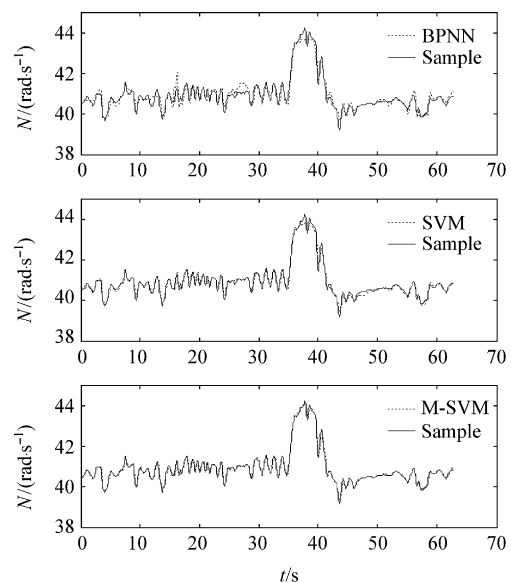


图 3 3 种模型对测试样本的逼近曲线

Fig. 3 Approximate curve of three models on test sample

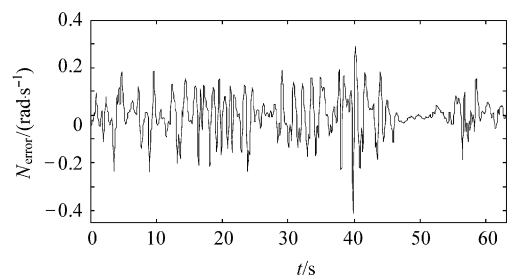


图 4 M-SVM 模型逼近测试样本的误差曲线

Fig. 4 Approximate error curve of M-SVM model on test sample

表 1 3 种模型的性能对比

Table 1 Performance comparison of three models

模型	训练时间/s	训练精度	测试精度
M-SVM	0.392 0	0.007 3	0.010 9
SVM	0.512 4	0.007 7	0.012 1
BPNN	>4	0.006 8	0.057 6

由表 1 的仿真结果数据可以看出:

(1) SVM 模型具有很高的收敛速度, 训练时

间只有 0.512 4 s,比 BPNN 模型提高了约一个数量级。这主要是因为,训练神经网络的算法是梯度下降法,收敛速度很慢,而且容易陷入局部最优解;SVM 的训练为一个凸二次优化问题,使用的序列最小优化训练算法简单、快速、有效,并且不存在局部最优解问题。

(2) SVM 模型的训练精度为 0.007 7,没有 BPNN 模型的训练精度高,但测试精度却提高很多,为 0.012 1,即 SVM 模型的泛化能力大大提高了。这主要是因为,神经网络仅考虑减小训练误差,而 SVM 既考虑减小训练误差,也兼顾减小学习机的复杂性,使泛化误差的上界达到最小,从而保证具有好的泛化能力。

(3) 由改进后的序列最小优化算法得到的 M-SVM 模型,在收敛速度和测试精度方面都有了进一步提高。另外,SVM 模型隐层节点数是由算法自动确定的,避免了结构选择问题。这种用 SVM 建立的直升机旋翼的转速模型表现出了良好的性能。

## 5 结 论

利用支持向量机,建立了直升机自转着陆过程的旋翼转速模型,改进了序列最小优化算法,并用于所建模型的训练。通过理论分析和仿真实验可知:

(1) 这种支持向量机建模方法,避免了机理建模所需的空气动力学知识,大大降低了仿真模型的复杂度。

(2) 与神经网络模型相比,支持向量机模型具有结构简单、运算速度快和泛化能力强等很多优越的性能。

(3) 改进的序列最小优化算法在训练速度和泛化能力方面有了进一步的提高。

在直升机的智能化建模方面,支持向量机具有广阔的应用前景。应用支持向量机对直升机进行在线建模将是今后进一步研究的内容。

## 参 考 文 献

- [1] Kim S K, Tilbury D M. Mathematical modeling and experimental identification of an unmanned helicopter robot with flybar dynamics[J]. *Journal of Robotic Systems*, 2004, 21(3):95-116.
- [2] Ma G Z, Zein-Sabatto S. Intelligent flight control design for helicopter yaw control[C]//*Proceedings of the Thirtieth Southeastern Symposium on System Theory*. NY, USA: IEEE, 1998:184-188.
- [3] Suresh S, Kumar M V. Neural networks based identification of helicopter dynamics using flight data[C]//*Proceedings 9th International Conference on Neural Information Processing*. 2002, 1: 10-14.
- [4] 李建波, 高正. 直升机机动飞行仿真的气动建模及试验研究[J]. *航空学报*, 2003, 24(2):116-118.  
Li Jianbo, Gao Zheng. Aerodynamic modeling and experiment for simulation of helicopter maneuver flight[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2003, 24(2):116-118. (in Chinese)
- [5] 王辉, 徐锦法, 高正. 基于神经网络的无人直升机姿态控制系统设计[J]. *航空学报*, 2005, 26(6):670-674.  
Wang Hui, Xu Jinfa, Gao Zheng. Design of attitude control system based on neural network to unmanned helicopter [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2005, 26(6):670-674. (in Chinese)
- [6] 李洪双, 吕震宙. 支持向量回归机在结构可靠性分析中的应用[J]. *航空学报*, 2007, 28(1):94-99.  
Li Hongshuang, Lu Zhenzhou. Vector regression for structural reliability analysis[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2007, 28(1):94-99. (in Chinese)
- [7] Chen P H, Fan R E, Lin C J. Study on SMO-type decomposition methods for SVM [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2006, 17(4):893-908.
- [8] Cao L J, Keerthi S S. Parallel sequential minimal optimization for the training of support vector machines[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2006, 17(4):1039-1049.
- [9] Flake G W, Lawrence S. Efficient SVM regression training with SMO [J]. *Machine Learning Special Issue on SVMs*, 2002, 46(1-3):271-290.
- [10] 张浩然, 韩正之. 回归支持向量机的改进序列最小优化学习算法[J]. *软件学报*, 2003, 14(12):2006-2013.  
Zhang Haoran, Han Zhengzhi. An improved sequential minimal optimization learning algorithm for regression support vector machine[J]. *Journal of Software*, 2003, 14(12):2006-2013. (in Chinese)
- [11] Takahashi N, Nishi T. Rigorous proof of termination of SMO algorithm for support vector machines [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, 16(3):774-776.
- [12] 蔡金狮. 飞行器系统辨识学[M]. 北京:国防工业出版社, 2002.  
Cai Jinshi. System identification of aircraft[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2002. (in Chinese)

### 作者简介:

王书舟(1972—) 男,博士研究生。主要研究方向:直升机控制与仿真、支持向量机建模。

Tel: 0451-86400191

E-mail: seek2000@163.com

伞冶(1951—) 男,教授,博士生导师。主要研究方向:复杂大系统控制与仿真、飞行器控制。

Tel: 0451-86416571

E-mail: sanye@hit.edu.cn

(责任编辑:刘振国,鲍亚平)