

文章编号:1000-6893(2009)03-0468-08

一种基于李群方法的新型三维制导律设计

韩大鹏, 孙未蒙, 郑志强, 韦庆

(国防科学技术大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

New Three-dimensional Guidance Law Based on Lie Group Method

Han Dapeng, Sun Weimeng, Zheng Zhiqiang, Wei Qing

(College of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology,
Changsha 410073, China)

摘要: 使用李群方法设计了一种新型三维制导律。在俯仰、偏航通道之间存在强耦合关系时,基于双通道解耦的假设构造三维制导律变得困难,而基于李群方法则可以在不进行通道解耦的条件下进行制导律设计。本文首先基于矢量建立了三维制导的一般运动学模型,在给出了矢量的 $SO(3)$ 群描述之后,按照 $SO(3)$ 群上的广义比例-微分(PD)控制方式进行了制导律设计。所得到的三维制导律既能用于目标机动的制导,也能用于有终端约束的制导。该制导律在二维平面的简化结果与传统比例导引的结果一致。最后用典型飞行轨迹仿真验证了其可行性和良好的性能。

关键词: 制导; 比例导引; 李群; 比例-微分控制; 飞行器; 飞行控制

中图分类号: TJ765.3 **文献标识码:** A

Abstract: This article proposes a new type of three-dimensional(3D) guidance laws using a Lie group method. When strong coupling exists between the pitching channel and swerve channel, there is difficulty in achieving a 3D guidance law with the channel-decoupling assumption. However, it is possible to design guidance laws based on a Lie group method without the decoupling of channels. First, a unified kinematic model of 3D guidance is formulated using vectors. Once a vector is given an $SO(3)$ -based description, guidance laws can then be developed from the generalized proportional-derivative(PD) control law on $SO(3)$. The resulting guidance laws are suitable for both given impact direction requirements and maneuvering targets, and the simplified version in a two-dimensional(2D) plane is in consistence with the results of the conventional proportional navigation law. The effectiveness and efficiency of the guidance laws are shown by simulations of characteristic trajectories.

Key words: guidance; proportional navigation; Lie group; proportional-derivative control; aircraft; geometric control

制导律在飞行器或空地武器的制导控制系统中占有重要地位,是实现精确控制的基础。制导律设计中的一个基础问题是通道解耦问题。在滚动为零的假设条件下,制导系统可以解耦成俯仰、转弯两个通道,制导律的设计分别在两个通道上进行,三维制导问题转化为两个二维制导问题,这就是双通道解耦的设计方法^[1-2]。另外一种设计是球面坐标方法,飞机与目标的相对运动在球面坐标系中描述,根据矢量关系生成三维矢量形式的法向过载,完成制导律设计^[3-4]。

双通道解耦方式因其设计简单、可实现性强而被广泛采纳^[5-9]。但是如文献[8]指出的,高超声速飞行器普遍面临通道间的强耦合作用,滚动

通道稳定的假设被破坏。这给基于双通道解耦的制导律设计带来了困难,已成为提高制导控制系统性能的一个制约因素。

从运动学原理来看,三维运动解耦为两个平面运动的设计思想缺少必要的理论支撑,只是一种工程化的手段,在运动自由度的拆分过程中难免会带来运动信息的损失。基于球坐标的方法虽然可以避免这一问题,但是难以获得能够满足末端速度方向约束的制导律,因此双通道解耦方式在制导律设计中仍然占据主导地位。

在球面坐标的设计方式中,飞行器与目标相对位置矢量的方向被等效为单位球面 S^2 上的一个点,这样虽然可以使用最少的变量来描述矢量方向,但是描述参数的俭省使得在制导律设计时难以兼顾速度矢量的方向信息。根据李群的变换性质可知, S^2 是旋转变换群 $SO(3)$ 和 $SO(2)$ 的商空间^[10]:

收稿日期:2007-12-03; 修订日期:2008-03-04

基金项目:国家自然科学基金(60374006); 国防科技大学优秀研究生创新基金(B070304)

通讯作者:韩大鹏 E-mail: dphan@nudt.edu.cn

$$S^2 = \text{SO}(3)/\text{SO}(2)$$

如果通过某种方式建立了 S^2 空间到 $\text{SO}(3)$ 空间的一个映射:

$$v \in S^2 \leftrightarrow g \in \text{SO}(3)$$

则可以把 S^2 空间的点映射到 $\text{SO}(3)$ 空间上,从而获得方向矢量的 $\text{SO}(3)$ 描述方式,引入的额外信息能够用来描述方向矢量各分量之间的关联。

遵循上述思路,本文把飞行器与目标的相对位置矢量放到 $\text{SO}(3)$ 空间上进行描述,用一个矢量方程描述飞行器在空间的运动轨迹,并借助视线(LOS)坐标系与地理坐标系之间的旋转变换,将该矢量方程转换为 $\text{SO}(3)$ 空间上的运动学方程,利用 $\text{SO}(3)$ 的李群结构设计比例-微分(PD)反馈控制律,最终获得一种不进行通道解耦,同时能够满足末端速度方向约束的三维制导律。

1 预备知识

首先回顾一下李群 $\text{SO}(3)$ 上控制律设计的相关知识。

坐标系之间的旋转变换都可以用一个 3×3 正交变换矩阵来表示。所有的正交变换矩阵构成了 $\text{SO}(3)$ 群:

$$\text{SO}(3) = \{ \mathbf{R} \mid \mathbf{R}\mathbf{R}^T = \mathbf{I} \} \quad (1)$$

任意元素 $\mathbf{R} \in \text{SO}(3)$ 对应了特定的刚体姿态。旋转变角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 不能直接由 \mathbf{R} 的微分得到。设 $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$, 定义

$$\hat{\boldsymbol{\omega}} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

给定坐标系选择之后, $\boldsymbol{\omega}$ 与 \mathbf{R} 的关系为^[11]

$$\hat{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{R}^T \dot{\mathbf{R}} \quad \text{或} \quad \hat{\boldsymbol{\omega}} = \dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T \quad (3)$$

$\text{SO}(3)$ 作为一个李群, 具有自己的李代数 $\text{so}(3)$:

$$\text{so}(3) = \{ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \mid \hat{\boldsymbol{\sigma}}^T = -\hat{\boldsymbol{\sigma}} \} \quad (4)$$

式中: $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ 为 3×3 反对称矩阵, 具有式(2)的形式, 对应的三维矢量 $\boldsymbol{\sigma}$ 称为旋量。

$\text{so}(3)$ 是 $\text{SO}(3)$ 空间上的很多分析与设计的基础^[12], 它通过指数映射与 $\text{SO}(3)$ 联系起来:

$$e^{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} = \mathbf{R}$$

记 $\hat{}$ 运算的逆运算为 $\check{}$, 则

$$\boldsymbol{\sigma} = (\ln \mathbf{R}) \check{} \quad (5)$$

$\ln \mathbf{R}$ 的计算方法为

$$\ln \mathbf{R} = \frac{\theta}{2 \sin \theta} \hat{\boldsymbol{\sigma}}_0 \quad (6)$$

式中:

$$\begin{cases} \theta = \arccos \frac{\text{tr}(\mathbf{R}) - 1}{2} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}}_0 = \mathbf{R} - \mathbf{R}^T \end{cases}$$

因为具有与欧式空间完全不同的几何结构, $\text{SO}(3)$ 空间上不再适用传统的比例-积分-微分(PID)控制律。为镇定刚体的旋转运动, 文献[13]给出了 $\text{SO}(3)$ 空间上的广义 PD 控制律:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = -k_d \boldsymbol{\omega} - k_p (\ln \mathbf{R}) \check{} \quad (7)$$

式中: k_d 和 k_p 可以为任意正实数或正定对角矩阵。

在控制律式(7)的作用下系统将收敛到 $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}, \mathbf{R} = \mathbf{I} (\ln \mathbf{R} = \mathbf{0})$ 的状态。

下面给出后续推导中将要用到的 3 个矢量运算性质。相关的证明可以由直接的运算得到。

性质 1 给定矢量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 有

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \hat{\mathbf{a}}\mathbf{b}$$

性质 2 给定矢量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$, 存在关系式

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c} \quad (8)$$

性质 3 给定单位矢量 \mathbf{a} , 存在关系式

$$\mathbf{a} \cdot \dot{\mathbf{a}} = 0 \quad (9)$$

最后给出矢量方程的求解法则。

定理 1 (矢量方程的求解法则) 考察矢量方程

$$\mathbf{U} \times \mathbf{X} = \mathbf{P}$$

其中: \mathbf{X} 为待求解的三维矢量。该方程没有唯一解, 但在 \mathbf{U} 不为零时可以求得幅值最小的解

$$\mathbf{X} = -\frac{\mathbf{U} \times \mathbf{P}}{\mathbf{U} \cdot \mathbf{U}}$$

证明在附录 A 中给出。

2 问题描述与分析

在制导问题的研究中, 飞行器可以简化为一个质点, 其运动学信息可以用两个矢量来描述: 位置矢量 \mathbf{r}_M , 速度矢量 \mathbf{v}_M 。同样, 目标的运动学信息可以用两个矢量 \mathbf{r}_T 和 \mathbf{v}_T 来描述。如图 1 所示。记相对位置矢量为

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_T - \mathbf{r}_M$$

则有

$$\dot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{v}_T - \boldsymbol{v}_M \triangleq \boldsymbol{v} \quad (10)$$

把 \boldsymbol{r} 和 \boldsymbol{v}_M 放到地理坐标系中进行描述分别具有以下形式:

$$\boldsymbol{r} = r\boldsymbol{s} \quad (11)$$

$$\boldsymbol{v}_M = v_M \boldsymbol{n} \quad (12)$$

式中: \boldsymbol{s} 和 \boldsymbol{n} 分别为 \boldsymbol{r} 和 \boldsymbol{v}_M 的方向矢量; r 和 v_M 分别为矢量 \boldsymbol{r} 和 \boldsymbol{v}_M 的幅值, r 称为视线距离。

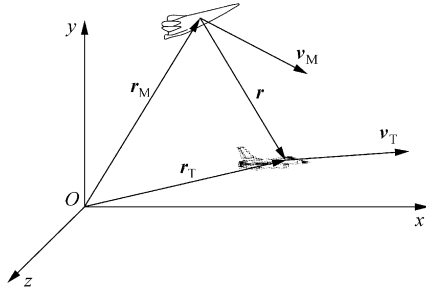


图1 无人飞行器质心运动学描述

Fig. 1 Engagement geometry of AUAV's particle kinematics

给定一个单位方向矢量 \boldsymbol{s}_d , \boldsymbol{s} 与 \boldsymbol{s}_d 可以通过一个正交变换矩阵 \boldsymbol{R} 联系起来:

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{s}_d \quad (13)$$

显然 $\boldsymbol{R} \in \text{SO}(3)$ 。这说明, 取定一个基准单位向量 \boldsymbol{s}_d , 相对位置矢量 \boldsymbol{r} 可以用一个正实数 r 和一个 $\text{SO}(3)$ 空间的元素 \boldsymbol{R} 来描述。 \boldsymbol{R} 的选择不是唯一的, 但是在 $\boldsymbol{s} = \boldsymbol{s}_d$ 时总有 $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{I}$ 。

制导律需要使 r 收敛到零。设计中一个常用的等价准则是: 视线角速率趋于零。在这里可以等价于 $\dot{\boldsymbol{s}}$ 趋于零。

对式(13)求导可得

$$\dot{\boldsymbol{s}} = \dot{\boldsymbol{R}}\boldsymbol{s}_d = \dot{\boldsymbol{R}}(\boldsymbol{R}^T \boldsymbol{s})$$

令 $\boldsymbol{\omega} = (\dot{\boldsymbol{R}}\boldsymbol{R}^T)^\sim$, 则有

$$\dot{\boldsymbol{s}} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{s} \quad (14)$$

定理 2 在三维制导中, 当视线 \boldsymbol{r} 的旋转角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 满足

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = -k_d \boldsymbol{\omega} \quad (15)$$

时, $\dot{\boldsymbol{s}}$ 指数收敛于零。

证明 如果式(15)成立, $\boldsymbol{\omega}$ 指数收敛到零; 根据式(14), \boldsymbol{s} 将收敛到常数, $\dot{\boldsymbol{s}}$ 收敛到零。定理证毕。

攻击固定目标时往往要求飞行器满足特定的末端速度方向约束。如果已经保证视线转率趋于零, 那么只要使终端视线角等于要求的速度方向角, 就可以保证末端速度方向约束得到满足^[14]。不妨设 r 收敛到零时 \boldsymbol{s} 的期望视线方向为 \boldsymbol{s}_d , 用

数学语言表述为

$$\lim_{r \rightarrow 0} \boldsymbol{s} = \boldsymbol{s}_d$$

根据式(13), 这意味着 $\lim_{r \rightarrow 0} \boldsymbol{R} \rightarrow \boldsymbol{I}$ 。于是针对带终端约束的制导问题可以给出引理 1。

引理 1 对于存在末端速度方向约束的三维制导律设计, 若期望的末端速度方向角为 \boldsymbol{s}_d , 且 \boldsymbol{R} 是满足式(13)的正交矩阵, 为实现制导只需要保证

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = -k_d \boldsymbol{\omega} - k_p (\ln \boldsymbol{R})^\sim \quad (16)$$

证明 易知存在末端速度方向约束时制导律的设计目标是

$$\boldsymbol{\omega} \rightarrow \mathbf{0}, \boldsymbol{R} \rightarrow \boldsymbol{I}$$

引用控制律式(7)即可满足要求。证毕。

2.1 视线方向的 $\text{SO}(3)$ 描述

\boldsymbol{r} 的方向通常由视线高低角 φ_f 和视线方位角 φ_r 来描述, 如图 2 所示。

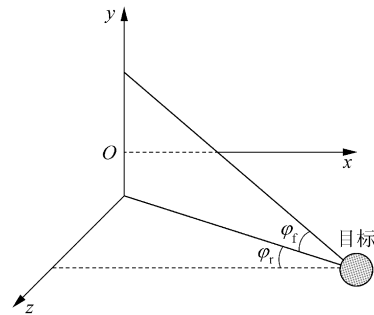


图2 两通道视角示意图

Fig. 2 Illustration of LOS angles

易知

$$\boldsymbol{s} = [\cos \varphi_f \cos \varphi_r \quad -\sin \varphi_f \quad -\cos \varphi_f \sin \varphi_r]^T$$

取基准单位矢量 \boldsymbol{s}_d 为

$$\boldsymbol{s}_d = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{fd} \cos \varphi_{rd} \\ -\sin \varphi_{fd} \\ -\cos \varphi_{fd} \sin \varphi_{rd} \end{bmatrix} \quad (17)$$

记

$$\begin{cases} \varphi_f^\delta = \varphi_f - \varphi_{fd} \\ \varphi_r^\delta = \varphi_r - \varphi_{rd} \end{cases}$$

于是可以设计一个满足式(13)的正交变换矩阵 \boldsymbol{R}_φ :

$$\boldsymbol{R}_\varphi = \begin{bmatrix} \cos \varphi_f^\delta \cos \varphi_r^\delta & \sin \varphi_f^\delta \cos \varphi_r^\delta & \sin \varphi_r^\delta \\ -\sin \varphi_f^\delta & \cos \varphi_f^\delta & 0 \\ -\cos \varphi_f^\delta \sin \varphi_r^\delta & -\sin \varphi_f^\delta \sin \varphi_r^\delta & \cos \varphi_r^\delta \end{bmatrix}$$

根据式(3)有

$$\boldsymbol{\omega} = (\dot{\mathbf{R}}_{\varphi} \mathbf{R}_{\varphi}^{\text{T}})^{\sim} = \begin{bmatrix} -\sin(\varphi_r^{\delta}) \dot{\varphi}_i^{\delta} & \dot{\varphi}_r^{\delta} & -\cos(\varphi_r^{\delta}) \dot{\varphi}_i^{\delta} \end{bmatrix}^{\text{T}} \quad (18)$$

这表明所定义的视线旋转角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 不仅与视线角的变化率有关,也与视线角的大小有关。

根据式(6)可以计算得到旋量:

$$\boldsymbol{\sigma} = (\ln \mathbf{R})^{\sim} = \theta_{\varphi} \mathbf{h}(\varphi_i, \varphi_r) \quad (19)$$

式中:

$$\begin{cases} \theta_{\varphi} = \arccos \frac{(\cos \varphi_i^{\delta} + 1)(\cos \varphi_r^{\delta} + 1) - 2}{2} \\ \mathbf{h}(\varphi_i, \varphi_r) = \frac{1}{2 \sin \theta_{\varphi}} \begin{bmatrix} -\sin \varphi_i^{\delta} \sin \varphi_r^{\delta} \\ \sin \varphi_r^{\delta} (1 + \cos \varphi_i^{\delta}) \\ -\sin \varphi_i^{\delta} (1 + \cos \varphi_r^{\delta}) \end{bmatrix} \end{cases}$$

旋量 $\boldsymbol{\sigma}$ 是由视线方向决定的,称为视线相关旋量。

于是给定高低角和方位角及其变化速率后就可以计算视线旋转角速度及视线相关旋量。

2.2 三维制导的运动学方程

根据运动学关系易知

$$\dot{r} = -\mathbf{s} \cdot \mathbf{v} \quad (20)$$

对式(11)微分并结合式(20)得到

$$\mathbf{v}_T - \mathbf{v}_M = -(\mathbf{s} \cdot \mathbf{v})\mathbf{s} + r\dot{\mathbf{s}} \quad (21)$$

对式(14)微分得到

$$\ddot{\mathbf{s}} = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{s}) + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{s} \quad (22)$$

在进行制导律设计时一个常用的假设为

$$\frac{\dot{v}_M}{v_M} \approx 0$$

即沿着速度矢量方向的加速度为零。于是可以引入速度矢量的旋转角速度 $\boldsymbol{\omega}_M$ 使之满足^[15]

$$\dot{\mathbf{v}}_M = \boldsymbol{\omega}_M \times \mathbf{v}_M \quad (23)$$

对式(21)微分,并把式(23)代入可得

$$\boldsymbol{\omega}_M \times \mathbf{v}_M - \mathbf{a}_T = (\dot{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{v})\mathbf{s} + 2(\mathbf{s} \cdot \mathbf{v})\dot{\mathbf{s}} - r\ddot{\mathbf{s}} \quad (24)$$

式中: \mathbf{a}_T 为目标加速度。把式(20)和式(22)代入式(24)整理得到:

$$\boldsymbol{\omega}_M \times \mathbf{v}_M = \mathbf{a}_T + 2(\mathbf{s} \cdot \mathbf{v})(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{s}) + [(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{s}) \cdot \mathbf{v}]\mathbf{s} - r\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{s}) - r\dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{s} \quad (25)$$

式(25)表示了飞行器飞行过程中视线旋转角速度和速度矢量旋转角速度的关系,为三维制导的运

动学方程。

3 三维制导律设计

记法向过载 $\mathbf{a}_M = \dot{\mathbf{v}}_M$, 结合式(23)得到:

$$\mathbf{a}_M = \boldsymbol{\omega}_M \times \mathbf{v}_M \quad (26)$$

从 $\mathbf{a}_M, \boldsymbol{\omega}_M$ 和 \mathbf{v}_M 的关系可知,除非滚动轴向与 $\mathbf{a}_M, \mathbf{v}_M$ 共面,否则 $\boldsymbol{\omega}_M$ 就有滚动轴向的分量。这在双通道解耦设计中是不允许的。

下面将按照视线导引的设计原则求解 $\boldsymbol{\omega}_M$, 在此基础上求解 \mathbf{a}_M 并设计制导指令。

3.1 无终端约束的制导律设计

从三维制导的运动学方程式(25)出发,根据矢量方程求解准则和矢量运算性质求解 $\boldsymbol{\omega}_M$ 得到

$$\boldsymbol{\omega}_M = \frac{\mathbf{v}_M}{v_M^2} \times [2(\mathbf{s} \cdot \mathbf{v})(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{s}) - \dot{\boldsymbol{\omega}} \times (r\mathbf{s}) - r(\mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\omega})\mathbf{s} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{s}) + \mathbf{a}_T] \quad (27)$$

假设 r_M, v_M 等飞行参数已知,且目标的运动学信息 r_T, v_T 测量都是准确的、理想的,则确定了 $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ 即可得到制导律。

为实现无终端约束的三维制导,选定基准方向矢量 $\mathbf{s}_d = [1 \ 0 \ 0]^{\text{T}}$, 则有

$$\begin{cases} \varphi_{fd} = \varphi_{rd} = 0 \\ \varphi_i^{\delta} = \varphi_i \\ \varphi_r^{\delta} = \varphi_r \end{cases}$$

式(18)简化为

$$\boldsymbol{\omega} = [-\sin(\varphi_r) \dot{\varphi}_i \quad \dot{\varphi}_r \quad -\cos(\varphi_r) \dot{\varphi}_i]^{\text{T}} \quad (28)$$

下面根据定理2计算 $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ 。

令剩余飞行时间

$$T_g = -\frac{r}{\dot{r}}$$

则相对距离可以表示为

$$r = -T_g \dot{r} = -T_g (\mathbf{s} \cdot \mathbf{v})$$

把式(15)代入式(27)整理得到

$$\boldsymbol{\omega}_M = \frac{\mathbf{v}_M}{v_M^2} \times [(\mathbf{s} \cdot \mathbf{v})(2 + T_g k_d)(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{s}) - r(\mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\omega})\mathbf{s} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{s}) + \mathbf{a}_T] \quad (29)$$

结合式(28)和式(29)得到无终端约束的三维制导律:

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\omega} &= [-\sin(\varphi_r) \dot{\varphi}_i \quad \dot{\varphi}_r \quad -\cos(\varphi_r) \dot{\varphi}_i]^{\text{T}} \\ \boldsymbol{\omega}_M &= \frac{\mathbf{v}_M}{v_M^2} \times [(\mathbf{s} \cdot \mathbf{v})(2 + T_g k_d)(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{s}) - r(\mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\omega})\mathbf{s} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{s}) + \mathbf{a}_T] \\ \mathbf{a}_M &= \boldsymbol{\omega}_M \times \mathbf{v}_M \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

在实际飞行过程中, \mathbf{a}_T 常常不能精确测量, 需通过观测器和目标运动方程解算得到, 因此对于非机动固定目标或者小机动目标情况, 可以忽略目标机动所带来的扰动情况, 省略 \mathbf{a}_T 项并不影响实际制导精度。

对于二维平面内目标静止的制导问题, \mathbf{a}_T 为零, \mathbf{s} 与 $\boldsymbol{\omega}$ 垂直, $\mathbf{v} = -\mathbf{v}_M$, \mathbf{v}_M 与 $\boldsymbol{\omega}$ 垂直。根据矢量运算性质可以把 $\boldsymbol{\omega}_M$ 简化为

$$\boldsymbol{\omega}_M = -(2 + T_g k_d) \boldsymbol{\omega}$$

如果取 $k_d = 1/T_g$, 则

$$\boldsymbol{\omega}_M = -3\boldsymbol{\omega}$$

该式与导航比为 3 的最优比例导引律^[1,3] 是等价的。由此可知, 制导律式(30)是比例导引在三维空间的一种扩展, 而二维平面的比例导引律是它的一个局部简化结果。记 $\lambda = 2 + T_g k_d$, 则 λ 即为导航比。

3.2 带终端约束的制导律设计

如果飞行器的飞行过程指定了末端速度方向约束, 则需要根据引理 1 计算 $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ 。假设期望的弹道倾角和方位角分别为 $\varphi_{fd}, \varphi_{rd}$, 选定由式(17)确定的基准方向矢量, 可以按照式(18)和式(19)分别得到视线旋转角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 及视线相关旋量 $\boldsymbol{\sigma}$ 。

把式(16)代入式(27)可以得到 $\boldsymbol{\omega}_M$ 的表达式:

$$\boldsymbol{\omega}_M = \frac{\mathbf{v}_M}{v_M^2} \times [(\mathbf{s} \cdot \mathbf{v})(\lambda \boldsymbol{\omega} + T_g k_p \boldsymbol{\sigma}) \times \mathbf{s} - r(\mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\omega})\mathbf{s} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{s}) + \mathbf{a}_T] \quad (31)$$

于是带终端约束的三维制导律归纳为

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i^\delta &= \varphi_i - \varphi_{fd} \\ \varphi_r^\delta &= \varphi_r - \varphi_{rd} \\ \boldsymbol{\sigma} &= \theta_\varphi \mathbf{h}(\varphi_i, \varphi_r) \\ \boldsymbol{\omega} &= [-\sin(\varphi_r^\delta) \dot{\varphi}_i^\delta \quad \dot{\varphi}_r^\delta \quad -\cos(\varphi_r^\delta) \dot{\varphi}_i^\delta]^\top \\ \boldsymbol{\omega}_M &= \frac{\mathbf{v}_M}{v_M^2} \times [(\mathbf{s} \cdot \mathbf{v})(\lambda \boldsymbol{\omega} + T_g k_p \boldsymbol{\sigma}) \times \mathbf{s} - r(\mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\omega})\mathbf{s} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{s}) + \mathbf{a}_T] \\ \mathbf{a}_M &= \boldsymbol{\omega}_M \times \mathbf{v}_M \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

该制导律兼顾了制导精度、倾角 φ_{fd} 以及方位角 φ_{rd} 等要求, 由引理 1 保证了制导过程中 $\varphi_i^\delta, \varphi_r^\delta$ 渐进收敛到零。

对于带终端约束的二维平面制导问题, 在目标非机动时 $\boldsymbol{\omega}_M$ 可以简化为

$$\boldsymbol{\omega}_M = -\lambda \boldsymbol{\omega} - \kappa \boldsymbol{\sigma} / T_g$$

式中: $\kappa = T_g^2 k_p$ 。

如果取 $\lambda = 4, \kappa = 2$, 则可以得到与传统二维最优比例导引一致的结果^[1]。

3.3 制导指令生成

制导律式(30)和式(32)给出了法向过载 \mathbf{a}_M 。根据控制方式的要求可以进一步计算制导指令。以无人机普遍采用的倾斜转弯方式(BTT)为例, 设 \mathbf{a}_M 在惯性坐标系内的表达式为

$$[a_x \quad a_y \quad a_z]^\top \quad (33)$$

根据文献[16]给出的 BTT 控制方式下制导指令的计算公式, 指令加速度 a 和滚转角 γ 的计算式为

$$\left. \begin{aligned} a &= (\text{sgn } a_y) \sqrt{a_y^2 + a_z^2} \\ \gamma &= \arctan \frac{a_y}{a_z} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

作为本文主要结果的一个总结, 下面给出制导律应用到末制导时的算法步骤。

步骤 1 选定导航比 λ 和制导参数 κ 。借鉴文献[1]中线性最优制导律的结果, 在无终端约束的场合可以取 $\lambda = 3$, 对于有终端约束的场合则取 $\lambda = 4, \kappa = 2$ 。

步骤 2 获得视线角、视线角速率、相对距离等测量信息, 构建观测器, 生成目标运动信息。

步骤 3 根据计算视线方向的运动学信息, 解算出旋转角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 和视线相关旋量 $\boldsymbol{\sigma}$ 。

步骤 4 计算 T_g , 并根据 λ 和 κ 计算 k_d, k_p :

$$\left\{ \begin{aligned} k_d &= \frac{\lambda - 2}{T_g} \\ k_p &= \frac{\kappa}{T_g^2} \end{aligned} \right.$$

步骤 5 应用式(30)或式(32)计算三维空间的期望加速度矢量。

步骤 6 根据步骤 5 的结果, 按照式(34)产生 BTT 控制方式下的制导指令加速度 a 和滚转角 γ , 并将其应用于控制系统。

步骤 3 的计算是与传统方法的主要区别所在, 体现了李群方法对通道间速度牵连关系的处理。

4 仿真结果

为检验所推制导律的有效性和通用性, 本文以某型攻击型无人机(AUAV)为仿真对象进行验证。

设 AUAV 的飞行速度为 1 000 m/s, 最大法

向过载为 $30g$, 下面对目标固定和目标机动情况分别进行两组仿真实验。对于无终端约束情况采用制导律式(30)和式(34), 有终端约束情况则采用式(32)和式(34)。

4.1 仿真算例 1: 到达预定航迹点

设飞机初始位置为 $(-25, 12, 3)$ km, 要求俯冲经过预定航迹点 $(0, 8, 0)$ km。飞行轨迹仿真结果和制导指令的变化曲线分别如图 3 和图 4 所示。

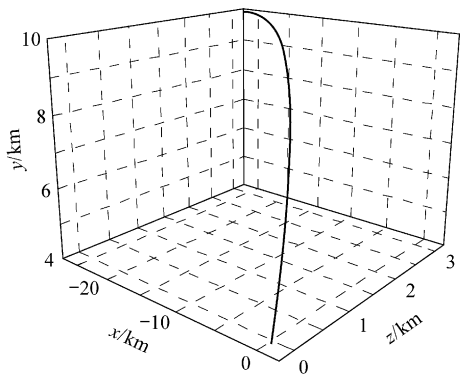


图 3 无终端约束的飞行轨迹

Fig. 3 Flight trajectory of AUAV without end constraints

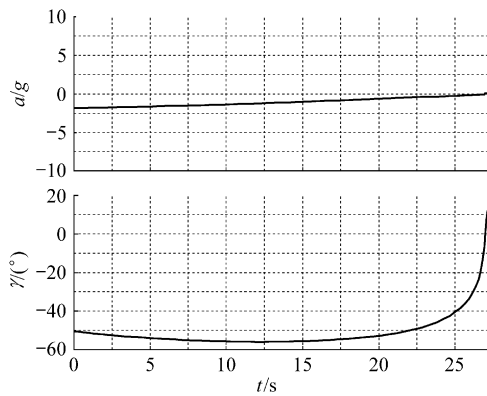


图 4 无终端约束时俯冲轨迹的制导指令变化曲线

Fig. 4 Time-history of guidance commands for diving trajectory without end constraints

AUAV 飞行 27.2 s 后到达预定航迹点, 飞行轨迹光滑平稳, 终端位置偏差 0.045 m, 制导精度很高, 飞机法向过载变化平稳。

作为对比, 作者使用双通道解耦的方法重复了该仿真。两通道导航比均选择为 3 , AUAV 飞行 27.4 s 后到达预定航迹点, 终端位置偏差 0.612 m, 得到的制导指令变化曲线如图 5 所示。

从仿真结果可以看出, 制导指令末端发散, 而飞行时间、制导精度和加速度的平滑性等指标均稍差。这说明在高超声速条件下, 考虑通道间速度耦合关系对于制导效果的改善是明显的。

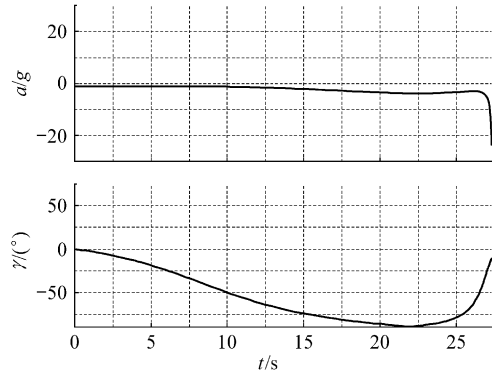


图 5 二通道解耦设计的制导指令变化曲线

Fig. 5 Time-history of guidance commands for channel-decoupled guidance

考察带末端速度方向约束的情况。在同样的初始条件下, 要求以 0° 预定弹道倾角和 45° 方位角俯冲经过预定航迹点, 仿真结果如图 6 和图 7 所示。AUAV 飞行 28.4 s 后到达预定航迹点, 终端位置偏差 0.26 m, 弹道倾角为 0.37° , 方位角为 44.6° , 在保持较高制导精度的同时满足了终端速度方向约束。由于对特定角度的需求, 在末端会出现较大的加速度和滚转角, 但制导指令变化连续, 能够满足 AUAV 精确制导的基本需要。

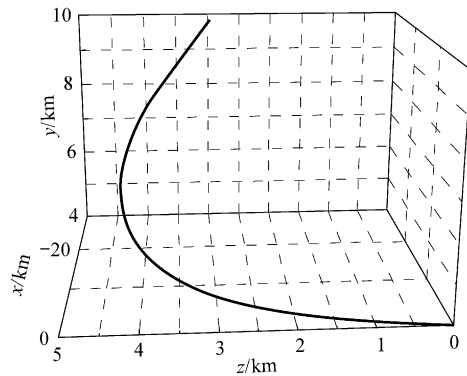


图 6 带终端约束的飞行轨迹

Fig. 6 Flight trajectory of AUAV with end constraints

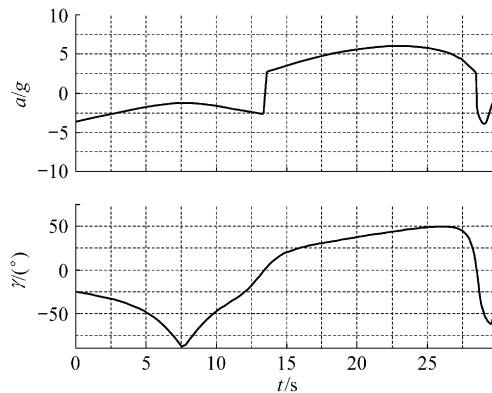


图 7 带终端约束时俯冲轨迹的制导指令变化曲线

Fig. 7 Time-history of guidance commands for diving trajectory with end constraints

4.2 仿真算例 2: 追踪机动目标

考察目标以 $9g$ 的加速度在 Oxz 平面做蛇形机动的情形。设 AUAV 初始位置为 $(-45, 3, -2)$ km, 目标飞行高度为 5 km, 目标飞行速度为 700 m/s。假设目标加速度可以测量或者观测, 且具有较高精度, 应用制导律进行仿真实验得到仿真结果如图 8 和图 9 所示。

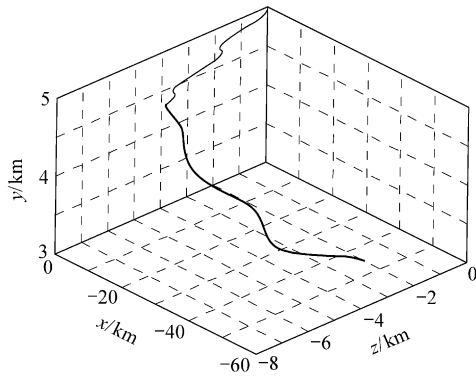


图 8 目标蛇形机动时的飞行轨迹

Fig. 8 Flight trajectory of AUAV for a snake-moving target

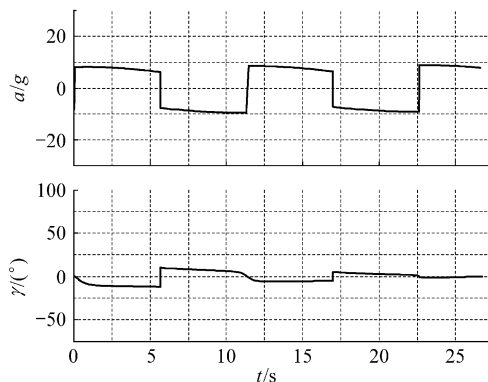


图 9 目标蛇形机动时制导指令变化曲线

Fig. 9 Time-history of guidance commands for a snake-moving target

AUAV 飞行 25.1 s 后成功捕获目标, 制导精度达到 0.44 m, 精度很高, 飞行轨迹平滑。由于目标作周期运动, 制导指令也呈现周期性, 对目标机动具有良好的补偿效应, 能够根据目标运动情况及时调整运动轨迹。

如果目标加速度不可知, 忽略制导律中的目标加速度补偿项, 得到仿真结果如图 10 和图 11 所示。

AUAV 飞行 30.6 s 后成功捕获目标, 飞行轨迹平滑。制导精度较高, 达到 13.73 m, 能够满足 AUAV 制导的需要。在目标机动未知情况, 制导指令变化相对较大, 但能够根据目标飞行情况实时调整, 且幅值保持在较小水平, 没有出现制

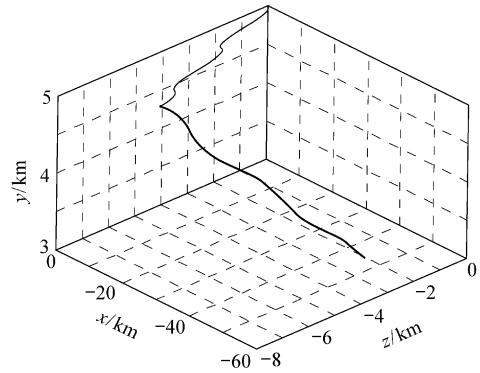


图 10 目标加速度不可知时的飞行轨迹

Fig. 10 Flight trajectory of AUAV when target's acceleration is unavailable

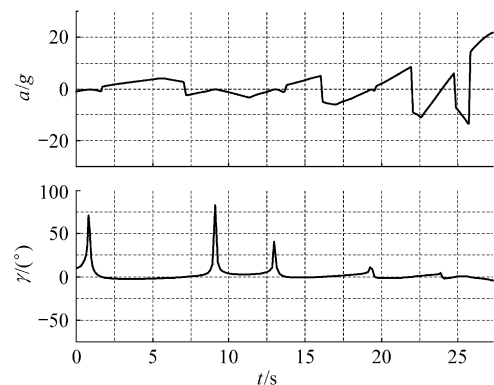


图 11 目标加速度不可知情况下的制导指令变化曲线

Fig. 11 Time-history of guidance commands when target's acceleration is unavailable

导指令发散现象。在目标加速度未知条件下, 目标机动对制导的性能影响较大, 但本文所给制导律在目标高机动时也显示了较好的适应性。

5 结束语

通过把视线方向放在 $SO(3)$ 上描述, 成功地把三维制导问题转化成为李群 $SO(3)$ 上的控制问题, 在 $SO(3)$ 空间上建立了制导模型, 基于广义 PD 控制律的设计实现了制导律, 生成了控制指令。该方法在不进行通道解耦的基础上, 解决了有约束条件下的制导律设计问题, 为高超声飞行器制导控制系统的设计奠定了基础。

仿真结果表明, 该制导律具有良好的制导精度, 能够实现多约束条件下的制导控制, 对于目标机动具有较强的鲁棒性, 能够适用于目标高机动情况。

本文推导的制导律具有一定的通用性, 可以适用于各类 BTT 控制方式或侧滑转弯方式 (STT) 控制指令方式的飞行器。今后的研究将主要关注该制导律的参数优化, 并结合控制系统的动态特性进行进一步的设计。

参 考 文 献

- [1] 陈克俊,赵汉元.一种适用于攻击地面固定目标的最优再入机动制导律[J].宇航学报,1994,15(1):1-7.
Chen Kejun, Zhao Hanyuan. An optimal guidance law of maneuvering reentry vehicle attacking ground fixed targets [J]. Journal of Astronautics, 1994, 15(1): 1-7. (in Chinese)
- [2] Chen B S, Chen Y Y, Lin C L. Nonlinear fuzzy H_∞ guidance law with saturation of actuators against maneuvering targets[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, 10(6): 769-779.
- [3] Yuan P J, Chern J S. Ideal proportional navigation[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1992, 15(5): 1161-1165.
- [4] Tyan F. An unified approach to missile guidance laws; a 3D extension[C]// Proceedings of the American Control Conference. Anchorage, AK: AACC Press, 2002: 1711-1716.
- [5] Lu P, Doman D B, Schierman J D. Adaptive terminal guidance for hypervelocity impact in specified direction [R]. AIAA-2005-6059, 2005.
- [6] 孙未蒙,郑志强.一种多约束条件下的三维变结构制导律[J].宇航学报,2007,28(2):344-349.
Sun Weimeng, Zheng Zhiqiang. A new variable structure guidance law of three dimensional with multiple constraints[J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(2): 344-349. (in Chinese)
- [7] 于雷,李言俊,欧建军.现代战机最佳导引算法研究[J].航空学报,2006,27(2):314-317.
Yu Lei, Li Yanjun, Ou Jianjun. Research of optimal guidance algorithm for modern fighter[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006, 27(2): 314-317. (in Chinese)
- [8] 连葆华,崔平远,崔祐涛.高速再入飞行器的制导与控制系统设计[J].航空学报,2002,23(2):115-119.
Lian Baohua, Cui Pingyuan, Cui Hutao. Design of guidance and control system for high speed reentry aircraft [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002, 23(2): 115-119. (in Chinese)
- [9] 吴文海.针对机动目标的现代战机追踪/拦截导引律研究[D].南京:南京航空航天大学,2003.
Wu Wenhai. Research of pursuit and interception navigation guidance law about modern fighter towards maneuver target[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2003. (in Chinese)
- [10] 余杨政,冯承天.物理学中的几何方法[M].北京:高等教育出版社,1998.
Yu Yangzheng, Feng Chengtian. Geometrical methods in physics[M]. Beijing: Higher Education Press, 1998. (in Chinese)
- [11] Murray R M, Li Z X, Sastry S S. An mathematical introduction to robotic manipulation[M]. Boca Raton: CRC Press, 1994.
- [12] Brocker T, Dieck T T. Representations of compact Lie groups[M]. New York: Springer-Verlag, 1985.
- [13] Bullo F, Murray R M. Proportional derivative (PD) control on the Euclidean group[R]. California Institute of Technology: CDS Technical Report 95-010, 1995.
- [14] 赵汉元.飞行器再入动力学和制导[M].长沙:国防科学技术大学出版社,1997.
Zhao Hanyuan. The dynamics and guidance of reentry aircrafts [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1997. (in Chinese)
- [15] Rossberg K. A first course in analytical mechanics[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1983.
- [16] Lee J G, Han H S, Kim Y J. Guidance performance analysis of bank-to-turn(BTT) missiles[C]// Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Control Applications. 1999: 991-996.

作者简介:

韩大鹏(1982—) 男,博士研究生。主要研究方向:机器人控制、非线性控制、飞行器制导控制。

Tel: 0731-4574990

E-mail: dphan@nudt.edu.cn

孙未蒙(1976—) 男,博士研究生。主要研究方向:精确制导与控制技术、约束控制理论、舰载导弹火控系统。

E-mail: mention-sun@nudt.edu.cn

郑志强(1965—) 男,教授,博士生导师。主要研究方向:多机器人系统协作与控制、精确制导与控制技术。

E-mail: zqzheng@nudt.edu.cn

韦庆(1969—) 男,教授。主要研究方向:智能机器人控制、机器人力控制、遥操作。

E-mail: wien1999@163.com

附录 A:定理 1 的证明

考察矢量方程

$$\mathbf{U} \times \mathbf{X} = \mathbf{P} \quad (\text{A1})$$

方程(A1)两侧同时叉乘 \mathbf{U} 可得

$$\mathbf{U} \times (\mathbf{U} \times \mathbf{X}) = \mathbf{U} \times \mathbf{P}$$

经矢量运算变换为

$$\mathbf{U} \cdot (\mathbf{U} \times \mathbf{X}) - (\mathbf{U} \cdot \mathbf{U})\mathbf{X} = \mathbf{U} \times \mathbf{P} \quad (\text{A2})$$

计算可得

$$\|\mathbf{X}\|^2 = \frac{\|\mathbf{U} \times \mathbf{P}\|^2 + (\mathbf{U} \cdot \mathbf{U})(\mathbf{U} \cdot \mathbf{X})^2}{(\mathbf{U} \cdot \mathbf{U})^2}$$

为使解 \mathbf{X} 的幅值最小,只需 $\mathbf{U} \cdot \mathbf{X} = 0$ 。于是由(A2)解得

$$\mathbf{X} = -\frac{\mathbf{U} \times \mathbf{P}}{\mathbf{U} \cdot \mathbf{U}}$$

定理证毕。

(责任编辑:张利平,孔琪颖)