

多基站无线传感器网络中能量高效的基站位置优选算法

唐伟, 郭伟

(电子科技大学 通信抗干扰技术国家级重点实验室, 四川 成都 611731)

摘 要: 结合节能路由算法, 研究以最小化网络总能耗为目标的基站位置选择问题。将基站位置候选集为有限集的情形化归为整数线性规划问题, 并将候选集为全空间的情形化归为非线性规划问题。由于问题的 NP-完全性质, 分别针对 2 种情形设计了相应的启发式算法。通过仿真实验对所提出算法的性能进行验证, 结果表明所提算法性能接近最优解。

关键词: 多基站无线传感器网络; 网络总能耗; 基站位置; 整数线性规划; 非线性规划; NP-完全; 启发式算法
中图分类号: TP393 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-436X(2010)11-0065-08

Energy efficient optimal sink position selection algorithm for multi-sink wireless sensor networks

TANG Wei, GUO Wei

(National Key Laboratory of Science and Technology on Communications, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: In combination with the energy efficient routing algorithm, the optimal sink position selection problem was studied, which aimed to minimize the overall network energy consumption. When the candidate set of sink positions is finite, the problem is shown to be an integer linear programming problem, when the candidate set is the whole space, the problem is shown to be a nonlinear programming problem. Due to the NP-completeness of the problems, several heuristic algorithms were designed accordingly. The proposed algorithms were examined by extensive simulation experiments, the results show that the performances of presented algorithms are close to the optimality.

Key words: multi-sink wireless sensor networks; overall network energy consumption; sink position; integer linear programming; nonlinear programming; NP-complete; heuristic algorithms

1 引言

无线传感器网络 (WSN, wireless sensor networks) 是由一组传感器节点和基站构成的一类无线多跳网络。传感器节点负责收集所在区域内的信息, 并通过多跳方式将数据传递给基站; 基站则负

责分析和处理来自网络中各节点的数据^[1]。节能网络设计是该类网络研究中的关键问题之一。

目前, 针对该类网络的网络级节能设计研究通常集中在 2 个方面: 一是网络的节能路由算法, 二是基站的动态节能算法。节能路由算法主要针对固定网络, 由于网络中往往采用了数据聚合^[2], 即节

收稿日期: 2010-07-16; 修回日期: 2010-10-12

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (“973” 计划) 基金资助项目 (2009CB320405); 国家科技重大专项课题基金资助项目 (2010ZX03005-002, 2010ZX03006-002-02)

Foundation Items: The National Basic Research Program of China (973 Program)(2009CB320405); The Important National Science & Technology Specific Projects (2010ZX03005-002, 2010ZX03006-002-02)

点来自邻居的数据压缩后再进行数据转发。例如，在完全数据聚合假设下，使得网络中数据传输总次数最小的路由问题具有 NP-完全性质，最优路由结构为最小 Steiner 树，GIT (greedy incremental tree) 算法^[3]通过最短路径对最优路由结构进行近似。MEGA (minimum energy gathering algorithm) 算法^[4]将无向图中的最短路径树与有向图中的最小生成树结合起来获得能量高效的路由。FA (flow augmentation) 算法^[5]将节点初始能量和剩余能量综合为一个路由指标进行路由。MLR (maximum lifetime routing) 算法^[6]也采用地理位置路由，并通过为对应路由结构建立非凸规划模型进行求解。

在传感器节点位置确定而基站具有移动性的网络中，往往通过确定基站的移动方向、轨迹或者路标达到节能的目的。例如，WEDAS (weighted entropy-based data dissemination) 算法^[7]使基站在网络中进行随机行走，路标具有随机性。OH (optimized hilbert) 算法^[8]通过 Hilbert 空间填充曲线确定基站的移动轨迹，保证基站在移动过程中能够均匀地覆盖网络区域。

目前，还很少有针对基站位置布设问题的研究。在固定无线传感器网络中，传感器节点的位置布设往往是根据应用需求确定的，因而基站位置的布设成为影响网络能耗的主要因素，本文对此进行了研究。本文的研究具有如下特点：首先，基站位置的选择与最小网络总能耗路由算法，即最短路径树路由算法，紧密结合，具有明确的目标函数；其次，分别讨论了基站位置候选集为有限集与全空间的情形，并为之建立了相应的整数线性规划问题及非线性规划问题；再次，确定了问题的 NP-完全性质，提出了几种启发式算法；最后，通过仿真实验对所提算法进行了验证。

本文组织如下：第 2 节介绍系统模型及能量高效的基站位置优选问题；第 3 节讨论基站位置候选集为有限集的情形；第 4 节讨论基站位置候选集为全空间的情形；第 5 节为仿真结果，比较分析所提算法的性能；第 6 节是结束语。

2 能量高效的基站位置优选问题

2.1 系统模型

设无线传感器网络中， M 个传感器节点以及 K 个基站布设于 \mathcal{R}^N 中，将传感器节点的集合表示为 $V = \{1, \dots, M\}$ ，其坐标表示为 $P_V = \{p_1, \dots, p_M\}$ ，

其中 $p_i = \{x_i^{(n)}\}_{n=1}^N (1 \leq i \leq M)$ ；并将基站集合表示为 $S = \{s_1, \dots, s_K\}$ ，其坐标为 $P_S = \{p_{s_1}, \dots, p_{s_K}\}$ ，其中 $p_{s_k} = \{y_k^{(n)}\}_{n=1}^N (1 \leq k \leq K)$ 。网络中全部传感器及基站的集合为 $\tilde{V} = V \cup S$ 。节点 $i \in V$ 向节点或基站 $j \in \tilde{V}$ 发送单位比特所需的最小发射能耗与链路距离的平方成正比^[9]：

$$\epsilon_{ij}^t = \epsilon_{\text{amp}} d_{ij}^2 \quad (1)$$

其中， ϵ_{amp} 是发射功率增益 (单位是 J/bit/m²)， d_{ij} 是节点 i 与 j 之间的距离 (单位是 m)。设每个传感器节点都有足够大的最大发射功率能够将全部节点覆盖，基站之间不存在无线通信链路。网络可以被建模为一个有向连通图 $G(\tilde{V}, E)$ ，其中 E 表示链路的集合 $\{(i, j) | i \in V, j \in \tilde{V}\}$ 。传感器节点 $i \in V$ 的邻居集合为 $N_i = \{j | (i, j) \in E\}$ ，其数据收集速率为 R_i (单位是 bit/s)。

2.2 能量高效的基站位置优选问题的数学形式

令链路 $(i, j) \in E$ 上的网络数据流为 f_{ij} (单位是 bit/s)，对于任意传感器节点 $i \in V$ ，网络中出入该节点的数据流守恒，于是有约束为

$$\sum_{j \in N_i} f_{ij} = \sum_{j: i \in N_j} f_{ji} + R_i, \quad i \in V \quad (2)$$

节点 i 的能耗可以表示为

$$w_i = \sum_{j \in N_i} c_{ij} f_{ij} \quad (3)$$

其中， $c_{ij} = \epsilon_{ij}^t$ 表示链路开销。故而，网络总能耗可以表示为

$$C(P_S, f) = \sum_{i \in V} w_i = \sum_{i \in V} \sum_{j \in N_i} c_{ij} f_{ij} \quad (4)$$

由此，本文针对基站位置与网络流对网络总能耗的关系，提出多基站无线传感器网络中能量高效的基站位置优选问题：求解基站位置 P_S 及网络流 $f = \{f_{ij}\}_{(i,j) \in E}$ ，使得网络总能耗 $C(P_S, f)$ 最小。问题可以表示为如下非线性规划问题：

$$\begin{aligned} \min \quad & C(P_S, f) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j \in N_i} f_{ij} = \sum_{j: i \in N_j} f_{ji} + R_i, \\ & f_{ij} \geq 0, \quad i \in V, j \in N_i \end{aligned} \quad (5)$$

对于特定基站位置，最小网络总能耗问题即求最短路径树的问题，于是问题(5)等价于在 \mathcal{R}^N 中寻找使最短路径树开销最小的 K 个基站位置，即寻找

最短路径树。问题的约束域是由网络流 f 所属的多面体 F 与各基站位置所属的凸区域 \mathcal{R}^N 的笛卡尔乘积空间，因而是一个凸区域。然而，问题的目标函数是非滑且非凸的函数，这为问题的求解带来了很大困难。为此，本文首先考虑基站位置候选集为有限集的情形，然后在此基础上分析候选集为全空间的情形。

3 基站位置候选集为有限点集的情形

本节先讨论基站位置候选集为有限点集的情形，然后在下节中推广至全空间的情形。

3.1 问题的描述

设基站位置候选集为有限集 $C \subseteq \mathcal{R}^N$ 。为方便起见，集合中基站的数量也简记为 C 。于是，对于各节点 $i \in V$ ，以及各候选基站 $s \in C$ ，有节点到基站的最短路径 \bar{g}_{is} ，设其路径能耗为 c_{is} 。如图 1 所示，左图为一个偶图，圆点表示节点，五角星表示基站，通过赋值的边相连。右图表示问题的一个可行解，即选择边集合 E^* ，使得所有边的起始端点集合覆盖全部节点集合 V ，而终止端点集合为 $C_K^* = \{s_1^*, s_2^*, \dots, s_k^*\} \subseteq C$ ，且使得目标函数（边值之和） $\sum_{(a,s) \in E^*} c_{as}$ 最小。当 E^* 使得目标函数最小时，就得到问题的最优解。

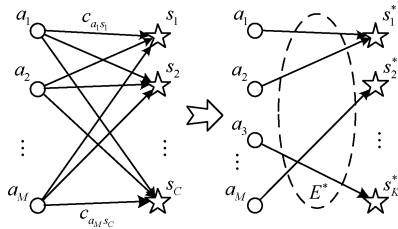


图 1 节点、基站及其间能耗的对应关系

于是，问题可以用如下整数线性规划^[10]表示：

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i \in V} \sum_{s \in C} c_{is} x_{is} \\
 \text{s.t.} \quad & x_{is} \in \{0, 1\}, \\
 & \sum_{s \in C} x_{is} \geq 1, \quad i \in V, \\
 & \sum_{s: x_{is} > 0} 1 \leq K
 \end{aligned} \tag{6}$$

其中，第 1 条约束表示 x_{is} 对边的选择，当边在 E^* 中时， $x_{is} = 1$ ，否则 $x_{is} = 0$ 。第 2 条约束表示各节点至少是一条边的起始端点，即所有边的起始端点覆盖全部节点集合 V 。第 3 条约束为基站数量约束，

表示终止端点对应的基站数量至多为 K ，即对应的基站集合为 C_K^* 。目标函数表示所选边值之和，即路径能耗之和，也就是网络总能耗。问题(6)的决策问题即给定值 p ，是否存在边集合 E^* 使得目标函数值不大于 p 的问题。

3.2 问题的 NP-完全性质

定理 1 问题(6)具有 NP-完全性质。

证明 考虑集覆盖决策问题 (set cover decision problem)：给定集合 F 以及其子集类 C ，对于给定的正整数 K ，是否存在元素个数不多于 K 的子集类 $C_K \subseteq C$ ，使得 C_K 是 F 的一个集覆盖，即 $\cup C_K = F$ 。现将集覆盖决策问题化归为问题(6)的形式。作偶图，如图 1 所示，设 M 为 F 中的元素个数，令节点 a_1, \dots, a_M 分别对应于 F 中的各元素，设 C 是子集类 C 中的元素个数，令基站 s_1, \dots, s_C 分别对应于 C 中的各元素，令边的值为

$$c_{as} = \begin{cases} 0, & a \in s \\ 1, & a \notin s \end{cases}, \quad a \in F, s \in C \tag{7}$$

以上步骤显然可以在多项式时间内完成。

当存在边集合 E^* 使目标函数值为 0 时，对任意边 $(a, s) \in E^*$ ，有 $c_{as} = 0$ ，也就是 $a \in s$ 。于是，令 $C_K = \{s \mid \exists a \in V, (a, s) \in E^*\}$ ，由问题(6)的第 2 项约束知 C_K 是 F 的一个集覆盖，由问题(6)的第 3 项约束知 C_K 至多有 K 个元素。因而， C_K 是一个集覆盖决策问题的解。反之，当 C_K 是 F 的一个集覆盖时，有边集 $E^* = \{(a, s) \mid a \in s, s \in C_K\}$ ，满足问题(6)中的第 2 及第 3 条约束，且目标函数值为 0。于是， E^* 是问题(6)的 0 值决策问题的解。故问题(6)的 0 值决策问题有解，当且仅当集覆盖决策问题有解。由集覆盖问题的 NP-完全性质知，问题(6)也具有 NP-完全性质。 □

尽管问题(6)的决策问题与集覆盖决策问题有等价之处，但问题(6)本身与集覆盖问题还是有相当大的不同。特别地，在不同的基站组合中，各基站对应最短路径树的能耗往往是不同的。

3.3 贪婪循环下降算法

为了得到问题的近似解，本文设计了一种称为贪婪循环下降 (GCD, greedy cyclic descend) 的启发式算法。对于任意基站集合 C^* ，令 $w(C^*)$ 表示采用该组基站时网络的最小能耗，这可以通过求解对应的最短路径树得到。

首先, 对于任意 $c(1 \leq c \leq C)$, 采用贪婪算法得到对应的基站集合 $\tilde{C}_K^{(c)}$ 。其思想是逐步加入基站, 使得每步中网络总能耗最小。令 $\tilde{s}_1^{(c)} = s_c$, 及初始基站集合 $\tilde{C}_1^{(c)} = \{\tilde{s}_1^{(c)}\}$, 然后从集合 $C - \tilde{C}_1^{(c)}$ 中选择基站 $\tilde{s}_2^{(c)}$, 满足:

$$\tilde{s}_2^{(c)} = \operatorname{argmin}_{s \in C - \tilde{C}_1^{(c)}} \left\{ w(\tilde{C}_1^{(c)} \cup \{s\}) \right\} \quad (8)$$

即使得在加入新基站之后, 网络总能耗最小。令 $\tilde{C}_2^{(c)} = \tilde{C}_1^{(c)} \cup \{\tilde{s}_2^{(c)}\}$ 。重复以上步骤, 直到获得 $\tilde{C}_K^{(c)}$ 。由于每次增加 1 个基站, 以上步骤需要 $K - 1$ 次。

为了扩大算法的搜索范围, 再进行循环下降。其思想是, 由于算法中加入的基站有先后顺序, 可以考虑将加入时间最早的基站去掉, 再加入新的基站, 以使网络总能耗最小。记 $\hat{C}_0^{(c)} = \tilde{C}_K^{(c)}$, 令:

$$\bar{C}_0^{(c)} = \hat{C}_0^{(c)} - \{\hat{s}_1^{(c)}\} \quad (9)$$

其中, $\hat{s}_1^{(c)}$ 是整个算法中加入 $\hat{C}_0^{(c)}$ 时间最早的元素。在 $C - \hat{C}_0^{(c)}$ 中选择一个基站 $\bar{s}_1^{(c)}$, 满足:

$$\bar{s}_1^{(c)} = \operatorname{argmin}_{s \in C - \hat{C}_0^{(c)}} \left\{ w(\bar{C}_0^{(c)} \cup \{s\}) \right\} \quad (10)$$

即使得当 $\bar{C}_0^{(c)}$ 中加入一个新基站后, 网络总能耗最小。如果 $w(\hat{C}_0^{(c)}) \leq w(\bar{C}_0^{(c)} \cup \{\bar{s}_1^{(c)}\})$, 对于基站 c 的算法结束, $\hat{C}_0^{(c)}$ 即为算法所得结果, 记为 $C_{\min}^{(c)}$; 否则, 令 $\hat{C}_1^{(c)} = \bar{C}_0^{(c)} \cup \{\bar{s}_1^{(c)}\}$, 其中 $\bar{s}_1^{(c)}$ 是最后加入集合 $\hat{C}_1^{(c)}$ 的元素。重复以上步骤。

最后, 令:

$$C_K^* = \operatorname{argmin}_{C_{\min}^{(c)}} \left\{ w(C_{\min}^{(c)}), 1 \leq c \leq C \right\} \quad (11)$$

即为算法所得结果。

定理 2 贪婪循环下降算法能够在有限步骤内收敛。

证明 注意到算法各步骤中, 网络总能耗是单调下降的, 于是算法各步骤中所选择的基站组合各不相同。而基站组合的总数有限, 所以算法能够在有限步骤内收敛。□

4 基站位置候选集为全空间的情形

本节首先讨论最短路径树不变的条件与在最短路径树下基站最优位置所需满足的条件, 并由此引出相应的启发式算法。

4.1 最短路径树不变的条件

如图 2 所示, 圆点表示传感器节点, 五角星表示基站, 路径 \bar{g}_i 表示在树 T 中节点 i 至与之连通的基站 s_1 的最短路径, 路径 g_i 表示节点 i 至任意基站之间的任意一条路径。

令 $L(g_i)$ 表示路径 g_i 中链路的集合, 而 $d(g_i)$ 表示路径 g_i 的长度, 即 $d(g_i) = \sum_{(i,j) \in L(g_i)} c_{ij}$ 。本文提出如下定理。

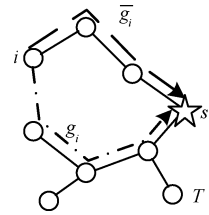


图 2 网络中的最短路径树及路径

定理 3 最短路径树不变, 当且仅当:

$$d(\bar{g}_i) \leq c_{ij} + d(\bar{g}_j), (i, j) \in E \quad (12)$$

证明 必要性是显然的。现证明充分性。对于从节点 $i \in V$ 到某基站 $s \in V_s$ 的任意路径 $g_i: i \rightarrow i_1 \rightarrow \dots \rightarrow i_m \rightarrow s$ 。注意到, $d(\bar{g}_s) = 0, \forall s \in V_s$ 。根据式(12), 有:

$$\begin{aligned} d(\bar{g}_i) &\leq c_{i,i_1} + d(\bar{g}_{i_1}) \leq c_{i,i_1} + c_{i_1,i_2} + d(\bar{g}_{i_2}) \\ &\dots \\ &\leq c_{i,i_1} + c_{i_1,i_2} + \dots + c_{i_{m-1},i_m} + c_{i_m,s} = d(g_i) \end{aligned} \quad (13)$$

由 g_i 的任意性知, 路径 \bar{g}_i 的长度是最短的。根据最短路径树的定义知, 该最短路径树不变。□

称不等式组(12)对应的区间为最短路径树不变区间。易知, 式(12)中所含公式数量不超过 $|V|^2$ 个。从定理 3 的证明中, 可以直接得到如下推论。

推论 1 对于一组从节点到基站的路径 $\{g_i\}_{i \in V}$, 如果存在最短路径树 T 中的路径 $\{\bar{g}_i\}_{i \in V}$, 使得:

$$d(g_i) = d(\bar{g}_i), i \in V \quad (14)$$

成立, 那么路径集合 $\{g_i\}_{i \in V}$ 也构成一棵最短路径树。

4.2 在最短路径树下的最优基站位置

对应于最短路径树 T , 其网络流 f 是确定的, 于是网络总能耗是基站位置的函数 $C(P_s | f)$, 当网络总能耗最低时, 需要满足如下条件:

$$\frac{\partial C(P_s | f)}{\partial y_k^{(n)}} = 0, \quad 1 \leq k \leq K, 1 \leq n \leq N \quad (15)$$

化简, 得:

$$y_k^{(n)} = \frac{\sum_{i \in V} f_{i, s_k} x_i^{(n)}}{\sum_{i \in V} f_{i, s_k}}, \quad 1 \leq k \leq K, 1 \leq n \leq N \quad (16)$$

可见, 基站 s_k 的坐标是所有传感器节点坐标的加权平均值, 其中权重是输入该基站的网络流。同时, 基站的最优位置一定位于传感器节点的凸包中。由式(16)直接得到如下推论。

推论 2 基站的最优位置必然位于节点集合的凸包中。

4.3 节点迭代下降法

节点迭代下降 (NDI, node descend iteration) 算法是一种启发式算法。对于一个初始的基站位置 $P_s^{(0)}$, 在基站位置固定的情况下, 得到对应的最优网络流 $f^{(0)}$ 。在基站位置固定的情况下再根据式(16)可以得到对应于该网络流的最优基站位置 $P_s^{(1)}$ 。反复迭代, 直到基站位置不再变动。显然, 每次迭代中的网络总能耗呈单调下降趋势, 且算法能在有限步骤内收敛。

为了在基站位置 P_s 固定的情况下, 得到对应的最优网络流 f , 需要分情况考虑。如果基站位置 P_s 是最短路径树的不变区间的内点, 那么 P_s 对应唯一的最短路径树, 相应网络流 f 也唯一。如果 P_s 位于最短路径树不变区间的边界点, 那么 P_s 对应多棵最短路径树, 相应网络流 f 也不唯一。本文设计了如下方法进行选择。

首先, 判断 P_s 是否位于最短路径树不变区间的边界, 即是否对应于多棵最短路径树。只需令链路集合 L_0 为使式(12)中不等式取等号的链路集合, 即

$$L_0 = \{(i, j) | d(\bar{g}_i) = c_{ij} + d(\bar{g}_j)\} \quad (17)$$

如果 $L_0 \neq \emptyset$, 那么 P_s 位于最短路径树不变区间的边界。然后, 通过路径替换, 即将路径 \bar{g}_i 替换为从节点 i 到节点 j 并沿 \bar{g}_j 到达基站的路径, 由于路径能耗没有变化, 根据推论 1 知, 所得仍然是一棵最短路径树。从中选择使得新的基站位置 P_s' 对应的网络能耗最小的网络流 f 进行迭代。

定理 4 NDI 算法所得的解是问题(5)的局部最优解。

证明 设 NDI 算法的解为 (P_s, f) 。如果 P_s 是

某最短路径树不变区间的内点, 那么存在 P_s 的邻域 $N(P_s, \delta)$ 包含于该不变区间, 因而对于任意 $P_s' \in N(P_s, \delta)$, f 是对应的最优网络流, 因而对于任意网络流 $f' \in F$, 总有 $C(P_s, f) \leq C(P_s', f')$ 。即在 (P_s, f) 的邻域 $N(P_s, \delta) \times F$ 中, 目标函数在 (P_s, f) 处取得极小值。

另一方面, 如果 P_s 位于某最短路径树不变区间的边界上, 那么设相邻最短路径树不变区间为 A_1, \dots, A_c 。取邻域 $N(P_s, \delta) \subseteq \bigcup_{1 \leq c \leq C} A_c$ 。根据算法知, 对于任意 $c (1 \leq c \leq C)$, 目标函数在区间 $A_c \times F$ 的极小值点为 (P_s, f) , 故而在区间 $(N(P_s, \delta) \cap A_c) \times F$ 上的极小值点也为 (P_s, f) 。于是, 在区间

$$N(P_s, \delta) \times F = \bigcup_{1 \leq c \leq C} (N(P_s, \delta) \cap A_c) \times F \quad (18)$$

上目标函数的极小值点为 (P_s, f) 。得证。 □

当基站位置位于最短路径不变区间边界时, 最短路径的数量为 $2^{|L_0|}$, 为了简便起见, 通常设置一个上限 N_T , 在所有最短路径中选择 N_T 个进行计算。

为了合理选择初始的基站位置, 本文采用了乱序本地邻居 (RPLN, randomly permuted local neighborhood) 选择算法。首先, 将序号 $1, 2, \dots, M$ 随机分配给各节点 i , 设序号为 m 的节点为 $i_m (1 \leq m \leq M)$ 。当 $m > M$ 时, 定义 $i_m = i_{m \bmod M}$, 其中 $m \bmod M$ 表示 m 对 M 取模。

然后, 对任意 $1 \leq m \leq M$, 定义 m -本地邻居集合为 $L_m = \{i_m, i_{m+1}, \dots, i_{m+K-1}\}$ 。令初始的基站位置为 L_m , 经过 NDI 算法后, 将网络能耗最小的基站位置集合作为算法的解。称该算法为 LNDI 算法。

4.4 ($\delta, 1+\epsilon$) 算法

为了得到算法的更精确的解, 本文将文献[11]中的 $(1+\epsilon)$ 算法改进并应用到所考虑的网络模型中, 设计了 $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法, 其中 δ 表示算法的绝对误差限, $(1+\epsilon)$ 表示算法的相对误差限。

4.4.1 距离约束 \hat{d} 与绝对误差限 δ

考虑在问题(5)中加入约束, 使得基站距离任何节点不小于 $\hat{d} \geq 0$, 得到如下问题:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && C(P_s, f) \\ & \text{s.t.} && \sum_{j \in N_i} f_{ij} = \sum_{j \in N_j} f_{ji} + R_i, \quad i \in V \\ & && f_{ij} \geq 0, \quad i \in V, j \in N_i \\ & && d_{is} \geq \hat{d}, \quad i \in V, s \in S \end{aligned} \quad (19)$$

定理 5 对任意 $\delta \geq 0$, 存在 $\hat{d} \geq 0$, 使得问题 (19) 与问题 (5) 中目标函数的最优解之差不超过 δ 。

证明 当多个节点位于同一位置时, 可以将节点合并为一个节点, 数据收集速率为这些节点的数据收集速率之和。故不失一般性, 设节点位置都不相同。令 $\hat{d} \leq \min_{(i,j) \in E, j \in V} \{d_{ij}\}$, 于是各节点的以 \hat{d} 为直径的开邻域 $N_i(\hat{d}) = \{p \mid \|p - p_i\| < \hat{d}/2\}$ 互不相交。

设问题 (5) 的最优解为 (P_S^*, f^*) , 问题 (19) 的最优解为 (\hat{P}_S^*, \hat{f}^*) 。对于任意基站 $p_s^* \in P_S^*$, 如果存在节点 $i \in V$, 使得 $p_s^* \in N_i(\hat{d})$, 取 \bar{p}_s^* 为 $N_i(\hat{d})$ 边界上的一点 $p_s \in A_i^{(q)}$, 于是 p_s^* 与 \bar{p}_s^* 之间的距离最多为 \hat{d} ; 否则, 取 $\bar{p}_s^* = p_s^*$ 。令集合 $\bar{P}_S^* = \{\bar{p}_s^*\}$ 。于是, 有:

$$\begin{aligned} \bar{d}_{is}^* &= \|\bar{p}_s^* - p_i\| \leq \|\bar{p}_s^* - p_s^*\| + \|p_s^* - p_i\| \\ &\leq \hat{d} + \|p_s^* - p_i\| = \hat{d} + d_{is}^* \end{aligned} \quad (20)$$

又记 $D = \max_{(i,j) \in E, j \in V} \{d_{ij}\}$, 即节点间的最大距离。由于根据推论 2, 对任意 $p_s^* \in P_S^*$, 都有 $d_{is}^* \leq D$ 。因而, 问题 (19) 与问题 (5) 的目标函数值之差满足:

$$\begin{aligned} &C(\hat{P}_S^*, \hat{f}^*) - C(P_S^*, f^*) \\ &\leq C(\bar{P}_S^*, \hat{f}^*) - C(P_S^*, f^*) \\ &= \sum_{i \in V} \sum_{s \in S} \varepsilon_{\text{amp}} \bar{d}_{is}^{*\eta} f_{is}^* - \sum_{i \in V} \sum_{s \in S} \varepsilon_{\text{amp}} d_{is}^{*\eta} f_{is}^* \\ &\leq \varepsilon_{\text{amp}} \sum_{i \in V} \sum_{s \in S} \left[(d_{is}^* + \hat{d})^\eta - d_{is}^{*\eta} \right] f_{is}^* \\ &\leq \varepsilon_{\text{amp}} \sum_{i \in V} \sum_{s \in S} \left[(D + \hat{d})^\eta - D^\eta \right] f_{is}^* \\ &= \varepsilon_{\text{amp}} R_\Sigma \left[(D + \hat{d})^\eta - D^\eta \right] \leq \delta \end{aligned} \quad (21)$$

其中, $R_\Sigma = \sum_{i \in V} R_i$ 为网络总数据收集率。取

$$\hat{d} \leq \left[D^\eta + \frac{\delta}{\varepsilon_{\text{amp}} R_\Sigma} \right]^{\frac{1}{\eta}} - D \quad (22)$$

即可满足定理中所提的误差要求。□

4.4.2 相对误差限 $(1 + \varepsilon)$

在问题 (19) 中, 基站位置的定义约束区域为 $D = \mathcal{R}^N - \bigcup_{i \in V} N_i(\hat{d})$ 。对于非负整数 $q \geq 0$, 考虑以节点 i 为中心, 以 $r_i^{(q)} = (1 + \varepsilon)^q \hat{d}$ 为半径的开球 $B_i^{(q)} = \{q \mid \|p - p_i\| < r_i^{(q)}\}$, 将区域 D 划分为若干环带:

$$A_i^{(q)} = \begin{cases} B_i^{(q)}, & q = 0 \\ B_i^{(q)} - B_i^{(q-1)}, & q \geq 1 \end{cases} \quad (23)$$

称 $A_i^{(q)}$ 为节点 i 的 q 阶环带。于是, 空间中任意点 p 都能被唯一地映射为向量 $q(p) = (q_1, \dots, q_M)$, 表示点 p 同时位于各节点 i 的环带 $A_i^{(q_i)}$ 中。

设问题 (19) 的最优解为 (P_S, f) 。对任意 $p_s \in P_S$, 不妨设 $q(p_s) = (q_1, \dots, q_M)$, 任取 $p'_s \in \bigcap_{i \in V} A_i^{(q_i)}$ 。记 $P'_S = \{p'_s\}$, 设对应于基站位置 P'_S 的最优网络流为 f' , 本文给出如下定理。

定理 6 如下不等式成立:

$$C(P'_S, f') \leq (1 + \varepsilon) C(P_S, f) \quad (24)$$

证明 对任意 $p_s \in P_S$, 有 $p_s \in \bigcap_{i \in V} A_i^{(q_i)}$ 。于是, 对于任意 $i \in V$, 有 $p_s \in A_i^{(q_i)}$, 根据环带的定义知 $q_i \geq 1$, 故而 $d_{is} = \|p_s - p_i\| \geq r_i^{(q_i-1)}$ 。而对应的点 p'_s 也属于同样区域, 所以 $d'_{is} = \|p'_s - p_i\| < r_i^{(q_i)}$ 。因此, 有 $d'_{is} \leq (1 + \varepsilon) d_{is}$ 。于是

$$\begin{aligned} &C(P'_S, f') \leq C(P'_S, f) \\ &= \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \varepsilon_{\text{amp}} d_{ij}^\eta f_{ij} + \sum_{i \in V} \sum_{s \in S} \varepsilon_{\text{amp}} d_{is}^\eta f_{is} \\ &\leq \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \varepsilon_{\text{amp}} d_{ij}^\eta f_{ij} + \sum_{i \in V} \sum_{s \in S} \varepsilon_{\text{amp}} (1 + \varepsilon) d_{is}^\eta f_{is} \\ &\leq (1 + \varepsilon) \left(\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \varepsilon_{\text{amp}} d_{ij}^\eta f_{ij} + \sum_{i \in V} \sum_{s \in S} \varepsilon_{\text{amp}} d_{is}^\eta f_{is} \right) \\ &= (1 + \varepsilon) C(P_S, f) \end{aligned} \quad (25)$$

得证。□

4.4.3 $(\delta, 1 + \varepsilon)$ 算法描述

首先, 选取绝对误差限 $\delta > 0$ 和相对误差限 $\varepsilon > 0$, 根据式 (22) 计算相应的距离约束 \hat{d} 。然后, 获得各环带中的点。之后, 根据 GCD 算法, 获得基站的位置。最后, 通过 NDI 算法得到心中局部最优解。

注意, 由于环带数量可能较多, GCD 算法需要消耗相当长时间, 因此在实际应用中可以从环带点集中均匀随机选取部分点进行运算。

5 仿真实验

5.1 备选位置集合为有限点集的情形

本文通过 MATLAB 数学工具实现 GCD 算法, 并采用 bintprog 函数获得问题 (6) 的最优解, 称为 OPT 算法, 与 GCD 算法进行对比。网络中传感器节点被随机放置于 $100\text{m} \times 100\text{m}$ 的矩形区域内, 节点数量为 10~100 个。备选基站位置为 100 个, 在网络中随机选择, 基站数量为 1~5 个。发射功率增益 ε_{amp} 为 100pJ/bit/m^2 。数据收集

速率都为 1kbit/s。所有结果都是 20 个场景结果的平均值。

图 3 表示 GCD 算法与 OPT 算法在不同网络规模下的网络总能耗性能。GCD 算法的性能与 OPT 算法所提供的性能下限非常接近，因而 2 条曲线（实线与虚线）几乎是重合的。随着网络规模的增加，网络需要传输更多节点所收集的数据，因而网络总能耗也在不断增加。而随着基站数量的增加，网络总能耗逐渐减少，且变化的幅度逐渐变小。这是因为基站数量的增加，能够减少节点数据传输路径的长度，从而降低网络总能耗。然而，随着基站数量的增加，新增基站对网络的影响逐渐减少。

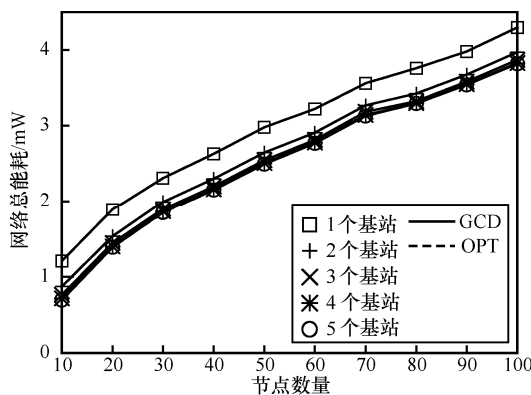


图 3 GCD 与 OPT 算法网络总能耗与网络规模的关系

5.2 备选位置集合为全空间的情形

采用 MATLAB 对 LNDI 算法、 $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法进行仿真验证。其中， $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法中，绝对误差 δ 的取值为 LNDI 算法中结果的 5%，相对误差 ϵ 的取值也为 5%。网络中传感器节点被随机放置于 $100\text{m} \times 100\text{m}$ 的矩形区域内，节点数量为 10~100 个，基站数量为 1~5 个。所有结果都是 20 个场景结果的平均值，且各场景中节点的位置与上节中相同。

图 4 对比了 LNDI 算法与 $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法在不同网络规模下的网络总能耗性能。随着网络规模的增加，网络总能耗也在不断增加。而随着基站数量的增多，网络总能耗呈降低趋势。且基站数量越多时，新增基站对网络总能耗降低的能力逐渐减弱。这些与图 3 中的分析是一致的。由于图 3 中基站位置候选集的选择是随机的，而图 4 中基站位置候选集是根据给定的误差限确定的，因此图 4 中的结果更好。

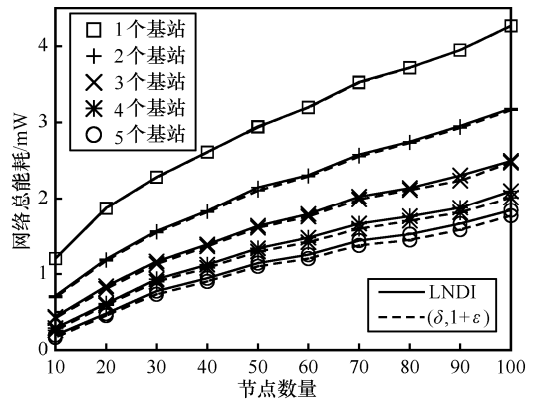


图 4 LNDI 与 $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法网络总能耗与网络规模的关系

5.3 $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法性能

本文采用 MATLAB 对 $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法在不同 δ 及 ϵ 参数下的性能进行仿真验证。 $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法中，绝对误差 δ 的取值仍然以 LNDI 算法结果为参考。为方便起见，设 LNDI 算法结果为 C_{LNDI} ，定义绝对误差系数 δ_r ，取 $\delta = \delta_r C_{\text{LNDI}}$ 。为了验证算法性能，采用粒子群优化 (PSO, particle swarm optimization) 算法^[12]的结果作为参考最优解。使用 PSO 工具包^[13]提供的默认参数，且在每个场景下执行 20 次算法。网络中传感器节点被随机放置于 $100\text{m} \times 100\text{m}$ 的矩形区域内，节点数量为 100 个，基站数量为 5 个。取 20 个随机产生的场景的平均结果。

图 5 所示为 $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法在不同 δ_r 值 (0.5、0.25、0.1 及 0.05) 下的性能表现，其中 $\epsilon = 0.05$ 。图中横坐标表示 20 个不同网络场景，纵坐标表示网络总能耗。实线表示 PSO 算法的最小值，虚线表示 PSO 算法的最大值。不同形状的标记表示在各场景下不同 δ_r 下 $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法的结果，带标记的线表示对应 δ_r 下 $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法的理论上限 $(C_{\text{PSO min}} + \delta)(1+\epsilon)$ 。从图中可以看到， $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法在各场景下的性能

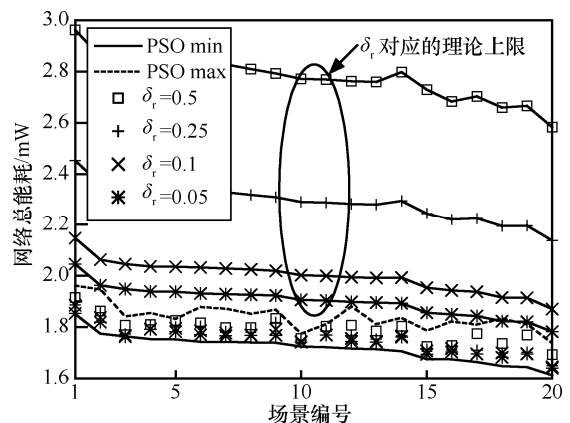


图 5 $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法在不同绝对误差 δ 下的性能表现

都低于理论上限，与定理 6 相符。当 δ 减小时， $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法性能有所提升。在各场景下， $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法性能都位于 PSO 算法最小值与最大值之间。

图 6 所示为 $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法在不同 ϵ 值 (0.5、0.25、0.1 及 0.05) 下的性能表现，其中 δ 取值为 LNDI 算法结果的 5%。从图中可以看到， $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法在各场景下的性能都低于性能上限，与定理 6 相符。当 ϵ 减小时， $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法性能有所提升。在各场景下， $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法性能都位于 PSO 算法最小值与最大值之间。

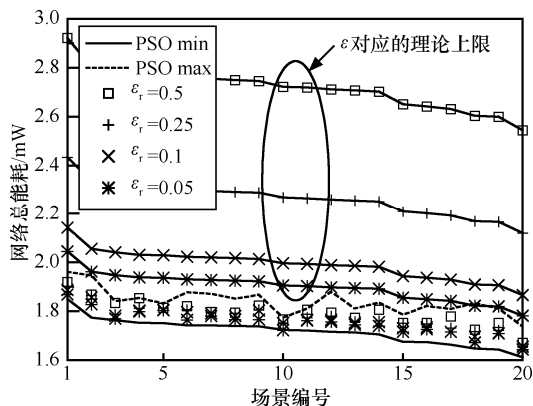


图 6 $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法在不同相对误差 ϵ 下的性能表现

6 结束语

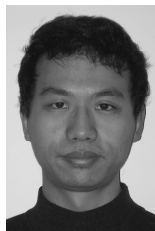
本文研究了多基站无线传感器网络中，以降低网络能耗为目标的基站位置最优选择问题。针对基站备选位置为有限集的情形，证明了该类问题的 NP-完全性质，并提出了 GCD 算法，沿网络总能耗下降方向，向基站选择集中加入或替换基站。针对基站备选位置为全空间的情形，设计了 LNDI 算法及 $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法。其中，LNDI 算法以各节点位置为初始基站位置集合，通过本地邻居分组，采用迭代方式降低网络总能耗，获得局部最优解。而 $(\delta, 1+\epsilon)$ 算法能够给出在绝对误差 δ 及相对误差 ϵ 内最优性能的近似解。通过在给定误差范围内选取有限个备选基站位置，该算法将基站初始位置选择范围缩小为有限集，并采用 GCD 算法获得最优基站位置集合，然后结合 NDI 算法最小化网络总能耗。通过仿真，验证了所提算法都具有良好的性能。

参考文献:

[1] AKYILDIZ I F, SU W, SANKARASUBRAMANIAM Y, et al. A survey on sensor networks[J]. IEEE Communications Magazine, 2002,

40(8): 102-114.
 [2] VURAN M C, AKAN O B, AKYILDIZ I F. Spatio-temporal correlation: theory and applications for wireless sensor networks[J]. Computer Networks Journal (Elsevier), 2004, 45(3): 245-259.
 [3] KRISHANAMACHARI B, ESTRIN D, WICKER S B. The impact of data aggregation in wireless sensor networks[A]. The 22nd International Conference on Distributed Computing Systems (ICDCSW'02)[C]. Vienna, Austria, 2002. 575-578.
 [4] RICKENBACH P V, WATTENHOFER R. Gathering correlated data in sensor networks[A]. The Joint Workshop on Foundations of Mobile Computing (DIALM-POMC'04)[C]. Philadelphia, PA, USA, 2004. 60-66.
 [5] CHANG J H, TASSIULAS L. Maximum lifetime routing in wireless sensor networks[J]. IEEE/ACM Transactions on Networking, 2004, 12(4): 609-619.
 [6] HUA C, YUM T P. Data aggregation maximum lifetime routing for wireless sensor networks[J]. Ad Hoc Networks (Elsevier), 2008, 6(3): 380-392.
 [7] AMMARI H M, DAS S K. Data dissemination to mobile sinks in wireless sensor networks: an information theoretic approach[A]. IEEE International Conference on Mobile Adhoc and Sensor Systems Conference (MASS'05)[C]. Washington, DC, USA, 2005.
 [8] KAMAT M, ISMAIL A S, OLARIU S. Optimized-hilbert for mobility in wireless sensor networks[A]. The International Conference Computational Science and its Applications (ICCSA'07)[C]. Kuala Lumpur, Malaysia, 2007. 554-560.
 [9] KANNAN R, IYENGAR S S. Game-theoretic models for reliable path-length and energy-constrained routing with data aggregation in wireless sensor networks[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2004, 22(6): 1141-1150.
 [10] KORTE B, VYGEN J. Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms, 4th Edition[M]. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2008.
 [11] SHI Y, HOU Y T. Theoretic results on base station movement problem for sensor networks[A]. The 27th IEEE Conference on Computer Communications (INFOCOM'08)[C]. Phoenix, AZ, USA, 2008. 1-5.
 [12] LEE W Y, EL-SHARKAWI M A. Modern Heuristic Optimization Techniques[M]. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, USA, 2008.
 [13] SINGH J. The particle swarm (PSO) toolbox for MATLAB[EB/OL]. <http://psotoolbox.sourceforge.net>, 2009.

作者简介:



唐伟 (1980-), 男, 四川成都人, 电子科技大学博士生, 主要研究方向为无线多跳网路由算法。

郭伟 (1964-), 男, 四川达州人, 电子科技大学教授、博士生导师, 主要研究方向为移动通信网、信号与信息处理。