

文章编号:1000-6893(2006)06-1130-05

## 考虑剪切和翘曲影响的直升机旋翼气弹稳定性分析

尹维龙, 向锦武

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

### Aeroelastic Stability for Helicopter Rotor Blades with Consideration of Transverse Shear Deformation and Warping

YIN Wei-long, XIANG Jin-wu

(School of Aeronautical Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**摘要:** 在中等变形梁理论的基础上,对桨叶变形体进行有限变形分析,推导出同时考虑剪切和翘曲影响的小应变、中等变形梁应变-位移关系,并构造出一个全新的 21 自由度梁单元,应用 Hamilton 原理导出桨叶运动的有限元方程。在此基础上,研究了剪切和翘曲等非经典因素对无铰旋翼桨叶的动特性和悬停时气弹稳定性的影响。数值结果表明:剪切和翘曲对旋转桨叶的固有频率,尤其是高阶频率,有一定的影响,特别是随着转速的提高这种影响会变大,同时对悬停时桨叶的气弹稳定性有相当程度的影响,尤其是在高桨距角下这种影响是不能忽略的。

**关键词:** 直升机; 桨叶; 气弹; 剪切; 翘曲

**中图分类号:** V215.3      **文献标识码:** A

**Abstract:** The aeroelastic stability behavior of a helicopter rotor blade in hover with transverse shear deformation and warping is investigated by using the finite element method in this paper. A 21-DOF beam finite element, including transverse shear DOF and warping DOF, is developed for analysis. The governing differential equations of motion for hingeless rotor can be derived using the Hamilton's principle. Numerical simulations are carried out to validate the current analysis of other literature. The influences of transverse shear deformation and warping on the natural frequencies and aeroelastic behavior of soft-in-plane hingeless rotor blade are investigated. With the inclusion of transverse shear and warping, there is a decrease in the rotation natural frequencies. It is also seen that the transverse shear deformation and warping have effects on the aeroelastic stability of the rotor blade. These effects become larger at the higher thrust level.

**Key words:** helicopter; blade; aeroelasticity; transverse shear; warping

中等变形梁理论<sup>[1]</sup>和有限元技术<sup>[2-4]</sup>使得直升机动力学、气动弹性力学的分析方法得到了长足的发展和进步,但这些理论和方法都针对实心或厚壁结构桨叶而言的。现代直升机桨叶大都采用复合材料薄壁结构,这样就使得许多非经典因素如剪切和翘曲的影响就变得越来越显著了<sup>[5,6]</sup>。因此,能够找到一个合适的复合材料薄壁梁理论,并且成功地应用在桨叶动力学分析、气弹响应计算和稳定性分析上,成为这方面的主要研究方向。

从现有的文献看,处理这些非经典因素的方法主要有 2 种:①剖面二维有限元法<sup>[7,8]</sup>,有限元法的通用性和模型分析的灵活性能够很好地处理具有复杂剖面形状的复合材料梁;②解析法<sup>[9-11]</sup>,

其核心问题是给出形式简洁,可以合理描述梁剖面的翘曲、剪切等因素的应变定义,能够反映出各种非经典因素之间的物理意义。这两种方法各有千秋,有限元法主要用于复合材料桨叶的详细设计阶段,而解析法比较适合于桨叶的初始设计阶段,包括动力学特性分析、气弹稳定性分析和优化设计等。在本文中着眼于解析法。

Hong 和 Chopra<sup>[9]</sup>用中等变形梁理论研究了复合材料桨叶的弹性耦合对悬停气弹稳定性的影响,但剪切变形的影响都被忽略了,结果表明通过复合材料的气弹剪裁可以提高气弹稳定性。他们的后续研究<sup>[12]</sup>拓宽到前飞状态下,结果表明通过复合材料气弹剪裁可以使桨叶根部的动应力和桨毂传给机身的激振力得到一定程度的降低,剪切影响仍然没有被考虑进去。

Yuan<sup>[10]</sup>用有限元法对单盒和双盒复合材料无铰旋翼桨叶在悬停时的气弹稳定性进行了分

收稿日期:2005-07-28; 修订日期:2005-12-02

基金项目:国家自然科学基金(10272012)、教育部新世纪优秀人才支持计划

析。在分析中,采用了中等变形、有限转动假设。剪切和扭转翘曲以独立自由度被加入到梁单元中。Smith 和 Chopra<sup>[13]</sup>对复合材料无铰旋翼桨叶前飞状态下的气弹特性进行了研究,4 个剪切自由度包含在 19 自由度的梁单元中。Jung 和 Kim<sup>[14,15]</sup>研究了剪切变形和结构阻尼对复合材料面内柔软无铰旋翼桨叶气弹响应的影响,剪切变形以剪切位移的形式加入到分析中去,且在分析中引入了剪切修正系数(Shear Correction Factors, SCF)。结果表明剪切变形和结构阻尼对气弹响应和颤振边界都有很大的影响。

在本文中主要运用张量理论对桨叶变形体进行分析,同时考虑剪切和翘曲对桨叶变形的影响,推导出应变—位移关系式;应用 Hamilton 原理建立了桨叶的有限元模型;并在此基础上研究这些非经典因素对旋转桨叶的固有频率,特别是对悬停时桨叶气弹稳定性的影响。

### 1 有限元模型的建立

为了准确描述桨叶的变形情况,首先需要定义几个重要的坐标系:桨毂固定系( $\hat{i}_m, \hat{j}_m, \hat{k}_m$ )和桨毂旋转系( $\hat{i}_r, \hat{j}_r, \hat{k}_r$ );桨叶未变形系( $\hat{i}_b, \hat{j}_b, \hat{k}_b$ )和桨叶变形系( $\hat{e}'_x, \hat{e}'_y, \hat{e}'_z$ );单元坐标系( $\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z$ )和( $\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z$ ),各坐标系的描述见文献[10]。

#### (1) 桨叶上任意点基向量的定义

未变形桨叶上任一点  $P$  的位置向量可写成

$$\mathbf{r}_0(x, \eta, \zeta) = e \hat{i}_r + h_c \hat{i}_b + x \hat{e}_x + \eta \hat{e}_\eta + \zeta \hat{e}_\zeta \quad (1)$$

对应与  $P$  点的基向量定义如下

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{g}_x &= \mathbf{r}_{0,x} = \hat{e}_x - \zeta \beta_{,x} \hat{e}_\eta + \eta \beta_{,x} \hat{e}_\zeta \\ \mathbf{g}_\eta &= \mathbf{r}_{0,\eta} = \hat{e}_\eta \\ \mathbf{g}_\zeta &= \mathbf{r}_{0,\zeta} = \hat{e}_\zeta \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中:  $(\cdot)_{,i} = \partial(\cdot)/\partial i$ 。

忽略桨叶剖面内变形,则桨叶变形后  $P$  点的位置向量可以表示成

$$\mathbf{r}_1(x, \eta, \zeta) = e \hat{i}_r + h_c \hat{i}_b + (x + u) \hat{e}_x + v \hat{e}_y + w \hat{e}_z + \eta \hat{e}'_\eta + \zeta \hat{e}'_\zeta + \bar{\gamma}_{x\eta} \eta \hat{e}'_x + \bar{\gamma}_{x\zeta} \zeta \hat{e}'_x + \lambda(x, \eta, \zeta) \hat{e}'_x$$

桨叶变形后  $P$  点的基向量可以定义如下

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{G}_x &= \mathbf{r}_{1,x} = [(1 + \bar{\epsilon}_{xx}) + \eta(\bar{\gamma}_{x\eta,x} - \kappa_\eta) + \zeta(\bar{\gamma}_{x\zeta,x} - \kappa_\zeta) + \lambda_{,x}] \hat{e}'_x - \zeta \tau \hat{e}'_\eta + \eta \tau \hat{e}'_\zeta \\ \mathbf{G}_\eta &= \mathbf{r}_{1,\eta} = (\bar{\gamma}_{x\eta} + \lambda_{,\eta}) \hat{e}'_x + \hat{e}'_\eta \\ \mathbf{G}_\zeta &= \mathbf{r}_{1,\zeta} = (\bar{\gamma}_{x\zeta} + \lambda_{,\zeta}) \hat{e}'_x + \hat{e}'_\zeta \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中:  $\lambda(x, \eta, \zeta)$  为剖面的面外翘曲函数;  $\bar{\epsilon}_{xx}$ ,  $\bar{\gamma}_{x\eta}$  和

$\bar{\gamma}_{x\zeta}$  分别为桨叶弹性轴上的轴向正应变和剪应变。

#### (2) 应变分量

由变形体的有限变形分析,可知应变张量是变形前后线元素平方差的度量,即

$$d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_1 - d\mathbf{r}_0 d\mathbf{r}_0 = 2 \begin{bmatrix} dx & d\eta & d\zeta \end{bmatrix} \mathbf{e}_i \begin{Bmatrix} dx \\ d\eta \\ d\zeta \end{Bmatrix} \quad (4)$$

式中:  $d\mathbf{r}_1 = \mathbf{G}_x dx + \mathbf{G}_\eta d\eta + \mathbf{G}_\zeta d\zeta$ ,  $d\mathbf{r}_0 = \mathbf{g}_x dx + \mathbf{g}_\eta d\eta + \mathbf{g}_\zeta d\zeta$ 。

把上式写成分量形式,应变张量的分量如下

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\mathbf{G}_i \mathbf{G}_j - \mathbf{g}_i \mathbf{g}_j) \quad i, j = x, \eta, \zeta \quad (5)$$

以上定义的应变是在曲线坐标系( $\hat{e}_x, \hat{e}_\eta, \hat{e}_\zeta$ )下给出的,现转换到直角坐标系下,整理得

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= u_{,x} + \frac{1}{2} (v_{,x})^2 + \frac{1}{2} (w_{,x})^2 + \beta_{,x} (\zeta \lambda_{,\eta} - \eta \lambda_{,\zeta}) - v_{,xx} [\eta \cos(\beta + \phi) - \zeta \sin(\beta + \phi)] - \\ &w_{,xx} [\eta \sin(\beta + \phi) + \zeta \cos(\beta + \phi)] + \\ &(\eta^2 + \zeta^2) \left( \beta_{,x} \phi_{,x} + \frac{\phi_{,x}^2}{2} \right) + \lambda_{,xx} + \\ &\eta (\bar{\gamma}_{x\eta,x} - \beta_{,x} \bar{\gamma}_{x\zeta}) + \zeta (\bar{\gamma}_{x\zeta,x} + \beta_{,x} \bar{\gamma}_{x\eta}) \\ \gamma_{x\eta} &= 2\epsilon_{x\eta} = \bar{\gamma}_{x\eta} - \zeta \phi_{,x} + \lambda_{,\eta} \\ \gamma_{x\zeta} &= 2\epsilon_{x\zeta} = \bar{\gamma}_{x\zeta} + \eta \phi_{,x} + \lambda_{,\zeta} \end{aligned}$$

至此,同时考虑剪切和翘曲影响的小应变、中等变形梁的应变—位移关系推导完毕。

#### (3) 桨叶运动方程

桨叶的非线性运动方程可由 Hamilton 原理推导出来,气动模型采用准定常升力线理论和 Drees 线性入流模型,考虑空气压缩性、返流区影响和桨尖升力损失。翘曲函数  $\lambda$  取为  $\lambda(x, \eta, \zeta) = \alpha(x) \eta \zeta$ 。沿着展向把桨叶划分为若干个梁单元,则 Hamilton 原理的离散形式可以写成

$$\sum_{i=1}^{N_e} \int_{t_1}^{t_2} (\delta U_i + \delta T_i - \delta W_i) dt = 0 \quad (6)$$

式中:  $\delta U_i$ ,  $\delta T_i$  和  $\delta W_i$  分别为桨叶单元的应变能变分、动能变分和外力功变分;  $N_e$  为梁单元的数目。

$$\delta U_i = \int_0^{l_e} \int_A (\sigma_{xx} \delta \epsilon_{xx} + \tau_{x\eta} \delta \gamma_{x\eta} + \tau_{x\zeta} \delta \gamma_{x\zeta}) dA dx$$

$$\delta T_i = \int_0^{l_e} \int_A (\rho V \cdot \delta \mathbf{V}) dA dx$$

$$\delta W_i = \int_0^{l_e} (L_u \delta u + L_v \delta v + L_w \delta w +$$

$$M_\phi \delta \phi + L_{\bar{\gamma}_{x\eta}} \delta \bar{\gamma}_{x\eta} + L_{\bar{\gamma}_{x\zeta}} \delta \bar{\gamma}_{x\zeta}) dx$$

21 自由度的梁单元定义如图 1。

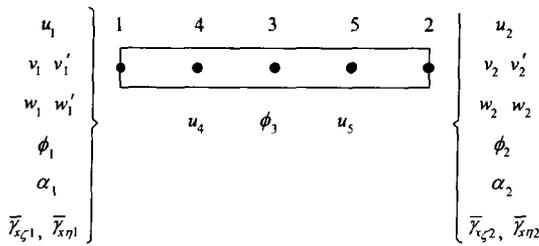


图 1 单元节点位移示意图  
Fig. 1 Twenty-one DOF beam element

把  $\delta U_i, \delta T_i$  和  $\delta W_i$  的具体形式代入式(6)中整理,可以得到桨叶运动方程为

$$M(q)\ddot{q} + C(q)\dot{q} + K(q)q = F(q, \dot{q}) \quad (7)$$

式中:  $M, C, K$  和  $F$  分别为整体质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵和力向量。

### 2 稳定性分析

桨叶气弹稳定性是用来判断桨叶在平衡位置处受到外界扰动后运动是否稳定的。假设非线性方程式(7)的解  $q$  由平衡态解  $q_0$  和扰动解  $\Delta q$  组成,即:  $q = q_0 + \Delta q$ ,代入式(7)得

$$K(q_0)q_0 = F(q_0) \quad (8)$$

$$M(q_0)\Delta\ddot{q} + C(q_0)\Delta\dot{q} + K(q_0)\Delta q = 0 \quad (9)$$

式(8)为非线性方程,用直接迭代法求解。扰动方程特征值的实部表征桨叶运动的稳定性。如果特征值的实部全都小于零,那么桨叶运动是稳定的;如果特征值的实部中有一个大于零,则桨叶运动不稳定。

### 3 计算实例

作者根据上述理论和方法编写了相应的计算程序,并对文献[16]中的例子进行了计算比较。图 2 给出了旋翼悬停时桨叶摆振 1 阶阻尼随拉力的变化曲线,从图中可以看出本文和文献[16]的计算结果具有很好的吻合性。

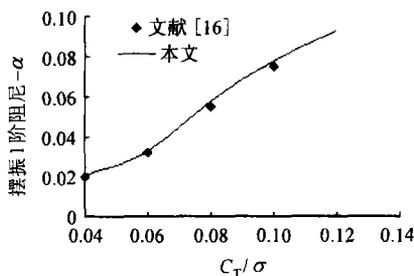


图 2 桨叶摆振 1 阶阻尼随拉力的变化  
Fig. 2 Lag mode stability in hover

(1)剪切和翘曲等因素对桨叶固有频率的影响 在本文中对文献[17]中给出的类似于 BO-105 旋翼桨叶进行了固有频率的计算,并与文献[17]没有考虑剪切和翘曲影响的计算结果进行了比较,见表 1。可以看出,剪切和翘曲等因素使得桨叶各阶频率都有不同程度的降低,尤其是对高阶频率的影响更大。

表 1 桨叶前 5 阶振动频率(424 r/min)

Table 1 First five rotating frequencies of blade (424 r/min)

前 5 阶频率	本文计算结果考虑	文献[17]没有考虑
	剪切和翘曲	剪切和翘曲
1	0.73	0.74
2	1.10	1.15
3	3.26	3.51
4	4.29	4.45
5	4.37	4.55

图 3 和图 4 给出了该桨叶弯曲振动频率随转速的变化曲线,图中实线表示考虑剪切和翘曲的影响。从图中可以看出,剪切和翘曲等非经典因素使得桨叶各阶频率都有所降低;且随着转速的增加,这种影响越来越显著,在 477 r/min 的转速下挥舞 4 阶和摆振 4 阶的误差可达 5%~10%。可见,在较高的转速下剪切和翘曲等非经典因素

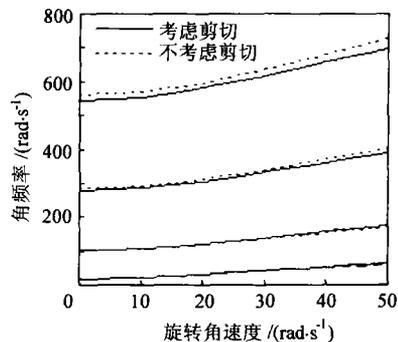


图 3 桨叶挥舞弯曲频率随转速变化  
Fig. 3 Natural frequencies versus rotational speed (Flap)

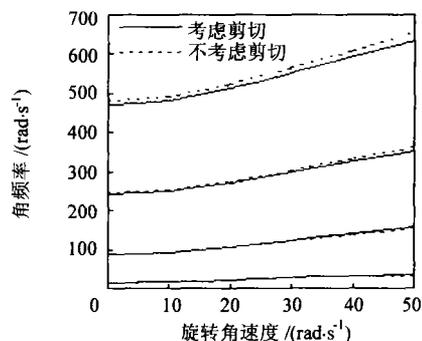


图 4 桨叶摆振弯曲频率随转速变化  
Fig. 4 Natural frequencies versus rotational speed (Lag)

对桨叶振动频率的影响是不能忽略的。

(2)剪切和翘曲等因素对桨叶气弹稳定性的影响

为了研究剪切和翘曲等因素对桨叶气弹稳定性的影响程度,这里就一样例直升机桨叶进行了气弹稳定性分析,样例直升机旋翼的特性参数见表 2。图 5~图 7 给出了样例直升机悬停时桨叶 1 阶振动阻尼随着总距角的变化曲线。

表 2 样例直升机旋翼的特性参数

Table 2 Characteristic parameters of rotor

旋翼类型	摆振刚硬无铰旋翼
桨叶片数	4
LOCK 数 $\gamma$	6.34
实度 $\sigma$	0.10
桨叶弦长 $C/R$	0.08
挥舞刚度 $EI_y/m\Omega^2R^4$	0.007 6
摆振刚度 $EI_z/m\Omega^2R^4$	0.121 5
扭转刚度 $GJ/m\Omega^2R^4$	0.003 0
$Km1/R$	0.01
$Km2/R$	0.02
桨叶单位长度质量 $m$	5.56 kg/m
旋翼半径 $R$	4.938 m
旋翼转速 $n$	424 r/min

在图 5,图 6 和图 7 中,实线表示的是考虑剪切和翘曲影响所得到的 1 阶挥舞、摆振和扭转阻尼随总距角的变化(悬停,  $\mu=0$ ),虚线表示不考

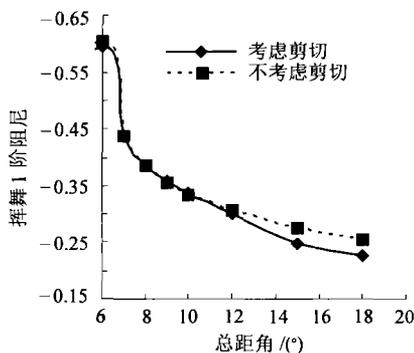


图 5 桨叶挥舞 1 阶阻尼随总距角的变化曲线

Fig. 5 Flap mode stability versus collective pitch

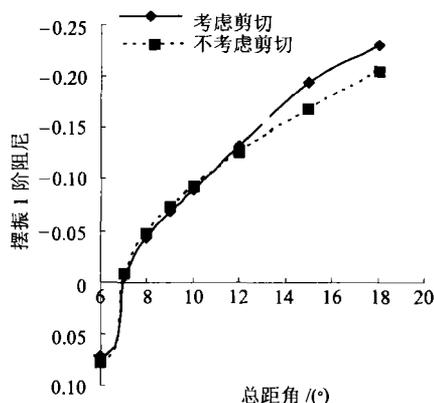


图 6 桨叶摆振 1 阶阻尼随总距角的变化曲线

Fig. 6 Lag mode stability versus collective pitch

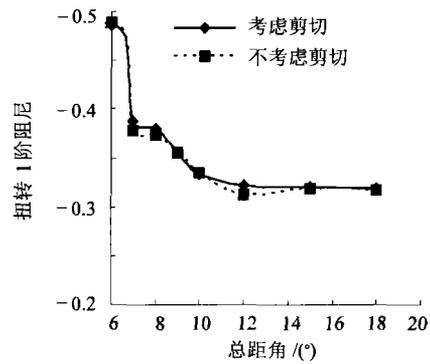


图 7 桨叶扭转 1 阶阻尼随总距角的变化曲线

Fig. 7 Torsion mode stability versus collective pitch

虑剪切和翘曲影响。从图中可以看到,剪切和翘曲对扭转方向的阻尼影响不大,对挥舞方向和摆振方向的阻尼在高总距角下有一定的影响;在总距角等于 18° 时,挥舞 1 阶阻尼下降了 12%,摆振 1 阶阻尼增加 11.5%,可见这些影响是不能忽略的。

#### 4 总结

推导出同时考虑剪切和翘曲影响的中等变形梁应变一位移关系式,并应用 Hamilton 原理建立了桨叶的有限元方程,同时研究了剪切、翘曲等非经典因素对桨叶固有频率、气弹稳定性的影响,得出几个很有意义的结论:

(1) 剪切和翘曲等因素对旋转桨叶的振动频率,尤其是高阶频率有一定的影响,随着转速的提高这种影响会加大;

(2) 剪切、翘曲等因素的影响对直升机旋翼气弹稳定性有一定程度的影响,特别是在高总距角时这种影响会变大,这在直升机桨叶气弹稳定性分析中值得重视。

因此,剪切和翘曲等影响在薄壁结构桨叶的动特性分析、气弹稳定性分析中是不容忽视的。

#### 参 考 文 献

- [1] Hodges D H, Dowell E H. Nonlinear equations of motion for elastic bending and torsion of twisted non-uniform blades[R]. NASA TN D-7818, 1974.
- [2] Friedmann P P, Straub F K. Application of the finite element method to rotary wing aeroelasticity[J]. Journal of AHS, 1980, 25(1):36-44.
- [3] Sivaner N T, Chopra I. Dynamic stability of a rotor blade using finite element analysis[J]. AIAA Journal, 1982, 20:716-723.
- [4] 向锦武,张呈林,王适存. 低振动旋翼桨叶的动力学优化设计[J]. 航空动力学报,1996,11(2):125-128.  
Xiang J W, Zhang C L, Wang S C. Rotor blades optimum

- design for helicopter vibration reduction[J]. *Journal of Aerospace Power*, 1996, 11(2): 125-128. (in Chinese)
- [5] 邓忠民, 诸德超. 复合材料力学特性分析[J]. *复合材料学报*, 2001, 18(1): 1-6.  
Deng Z M, Zhu D C. Analysis on mechanical characteristics of composite thin-walled beam [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2001, 18(1): 1-6. (in Chinese)
- [6] Hodges D H. Review of composite rotor blade modeling [J]. *AIAA Journal*, 1990, 28(3): 561-565.
- [7] Giavotto V, Borri M. Anisotropic beam theory and application[J]. *Computers and Structures*, 1983, 16: 403-413.
- [8] 向锦武, 张晓谷, 赵翔. 直升机旋翼桨叶截面刚度的有限元计算[J]. *航空动力学报*, 1998, 13(2): 206-208.  
Xiang J W, Zhang X G, Zhao X. A calculation of cross-sectional stiffness of composite helicopter blade[J]. *Journal of Aerospace Power*, 1998, 13(2): 206-208. (in Chinese)
- [9] Hong C H, Chopra I. Aeroelastic stability analysis of a composite rotor blades[J]. *Journal of AHS*, 1985, 30(2): 57-67.
- [10] Yuan K A, Friedmann P P, Venkatesan C. Aeroelastic behavior of composite rotor blades with swept tips[C]// 48<sup>th</sup> Annual Forum of the AHS. Alexandria, VA: AHS, 1992: 1039-1059.
- [11] Sivaneri N, Chopra I. Finite element analysis for bearingless rotor blades aeroelasticity[J]. *Journal of AHS*, 1984, 29(2): 42-51.
- [12] Panda B, Chopra I. Dynamic of composite rotor blades [J]. *Vertica*, 1987, 11(1/2): 107-209.
- [13] Smith E C, Chopra I. Aeroelastic response and blade loads of a composite rotor in forward flight[C]// Proceedings of the 33rd Structures, Structural Dynamic, and Materials Conference. Washington, DC: AIAA, 1992: 1996-2014.
- [14] Jung S N, Kim S J. Aeroelastic response of composite rotor blades considering transverse shear and structural damping [J]. *AIAA Journal*, 1994, 32(4): 820-827.
- [15] Jung S N, Kim K N, Kim S J. Forward flight stability characteristics for composite hingeless rotors with transverse shear deformation[J]. *AIAA Journal*, 2002, 40(9): 1717-1725.
- [16] Smith E C. Vibration and flutter of stiff-inplane elastically tailored composite rotor blades [R]. *AIAA Paper No. 1302*, 1993.
- [17] Vellaichamy S, Chopra I. Effect of modeling techniques in the coupling rotor-body vibration analysis[R]. *AIAA Paper No. 1360*, 1993.

作者简介:



尹维龙(1980-) 男, 博士研究生。主要研究方向: 飞行器总体设计、直升机复合材料桨叶动力学优化设计。E-mail: yinweilongbj@sina.com.cn, 电话: 010-82324405。

向锦武(1964-) 男, 教授, 博士生导师, 博士。主要研究方向: 飞行器总体与结构设计、飞行器气动弹性、振动控制等。

(责任编辑: 李铁柏)