

改进的高效 MIMO-OFDM 系统 EM 信道估计算法

许鹏¹, 汪晋宽¹, 祁峰²

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004; 2. 天主教鲁汶大学 通信与微波研究所, 鲁汶 3001)

摘 要: 针对 MIMO-OFDM 系统中期望最大化 (EM) 信道估计算法在高信噪比 (SNR) 下带来的误差地板 (EF) 现象, 且 OFDM 符号的数据传输效率随发射天线数的增加而明显降低, 提出一种改进的高效 EM 信道估计算法。该算法首先引入一种准确的等效信号模型并推导出一种修正的 EM 算法, 改善了 EM 算法在高 SNR 下的性能; 在多个 OFDM 间利用相位正交导频序列来提高数据传输效率, 同时进行联合信道估计以提高估计性能。仿真实验验证了所提算法具有更高的信道估计性能和更高的数据传输效率。

关键词: 多输入输出; 正交频分复用; 信道估计; 期望最大化; 误差地板

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2011)01-0087-07

Improved and efficient EM channel estimation algorithm for MIMO-OFDM systems

XU Peng¹, WANG Jin-kuan¹, QI Feng²

(1. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China;

2. TELEMIC, Catholic University of Louvain, Leuven 3001, Belgium)

Abstract: For multiple-input multiple-output with orthogonal frequency division multiplexing (MIMO-OFDM) systems, the error floor (EF) phenomenon at high signal noise rate (SNR) was induced by the expectation maximum (EM) channel estimation algorithm. In addition, the data transmission efficiency was declined obviously with the increasing number of transmit antennas. According to these problems, an improved and efficient EM channel estimation algorithm was proposed. Firstly, an accurate and equivalent signal model was introduced to derive a modified EM algorithm, which improved the estimation performance at high SNR. Next, to enhance the data transmission efficiency and further the estimate performance of the proposed algorithm, phase orthogonal pilots sequences and joint estimation were carried out over multiple OFDM symbols respectively. Simulation results show that the proposed algorithm has better estimation performance and higher data transmission efficiency.

Key words: MIMO; OFDM; channel estimation; EM; error floor

1 引言

多输入多输出 (MIMO, multiple-input multiple-

output) 与正交频分复用 (OFDM, orthogonal frequency division multiplexing) 技术相结合被视为为第四代移动通信的核心技术之一。MIMO 技术在不增加带宽的

收稿日期: 2009-07-24; 修回日期: 2010-06-20

基金项目: 国家自然科学基金项目资助项目 (60874108, 60904035, 61004052); 河北省教育厅自然科学研究指导计划资助项目 (Z2009105); 辽宁省自然科学基金资助项目 (20102064); 中央高校基本科研业务费资助项目 (N100604004)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (60874108, 60904035, 61004052); The Directive Plan of Science Research from the Bureau of Education of Hebei Province (Z2009105); The Natural Science Foundation of Liaoning Province (20102064); The Central Colleges Basic Scientific Operating Expense (N100604004)

情况下可成倍地提高通信系统容量和频谱利用率。而 OFDM 技术可把频率选择性信道转换为多个平坦子信道, 利用循环前缀 (CP, cycle prefix) 来避免符号间干扰 (ISI, inter symbol interference) [1-4]。

信道估计技术对于相干解调的性能有着至关重要的作用, 它的准确性对 MIMO-OFDM 系统的性能有着重要影响。基于导频的信道估计算法利用导频来估计信道, 算法复杂度低, 易于工程实现。文献[5]将文献[6]中的最大后验 (MAP, maximum a posteriori) 信道估计算法扩展到 MIMO-OFDM 系统。虽然 MAP 算法能达到最优的估计性能, 但其较高的计算复杂度使得该算法很难应用于工程实现。文献[7]在保证信道估计最小均方误差 (MSE, mean square error) 的前提下, 提出了一种最优最小二乘 (LS, least square) 算法, 并且在多个 OFDM 符号间采用相位正交导频序列以节省导频开销。虽然 LS 算法设计简单, 但仍需矩阵求逆, 且很难达到理想的估计性能。期望最大化 (EM, expectation maximum) 算法把观测值看作“不完整”数据, 并通过迭代处理来逼近最大似然 (ML, maximum likelihood) 估计算法的性能。EM 算法由于其良好的收敛性, 无需矩阵求逆, 可把多维估计问题转化为一系列低维估计问题, 得到广泛的应用。文献[8]首次提出利用 EM 算法解决叠加信号的参数估计问题, 文献[9]在 MIMO-OFDM 系统下提出了 EM 和空间交替广义期望最大化 (SAGE, space-alternating generalized EM) 算法, 并比较了它们 MSE 性能和收敛性。文献[10]在超宽带 (UWB, ultra wide band) 系统下利用 EM 算法并利用文献[11]中引入一种等效模型来消除大量不重要的信道抽头系数以降低算法的复杂度。

虽然 EM 算法在收敛性和计算复杂度上有一定的优势, 但其通常利用时域信道冲击响应 (CIR, channel impulse response) 能量主要集中于少数采样点上的特性将实际的信道截短, 这势必会损失部分 CIR 能量[9]。随着信噪比 (SNR, signal noise rate) 的逐渐增加将产生误差地板 (EF, error floor) 现象, 使得算法在高 SNR 下的 MSE 性能很难持续提高。到目前为止, 针对 EF 现象的解决办法主要在高 SNR 下增加信道截短的长度以提高估计算法的均方误差 MSE 性能[9,12], 这势必会增加算法设计的复杂度。另外, 对于下一代高速无线通信, 数据传输效率对于系统的性能有着重要的影响。对

于基于导频的 MIMO-OFDM 系统, 每个 OFDM 符号内所需导频子载波数随着发射天线数的增加明显增多[7], 这将导致系统的数据传输效率严重下降。

为改善 EM 算法在高 SNR 下的 EF 现象以及系统的数据传输效率, 本文首先在不增加 CIR 截短长度的基础上, 引入一种更为精确的信号模型并推导出一种修正的 EM 算法来改善算法在高 SNR 下的估计性能。然后, 在相邻多个 OFDM 符号间利用相位正交导频序列来提高 OFDM 的数据传输效率, 且对相邻多个 OFDM 符号进行联合估计来提高算法的估计性能。

本文采用的数学符号定义如下: $(\cdot)^T$ 和 $(\cdot)^H$ 分别表示转置和共轭转置; $\text{diag}(\mathbf{x})$ 表示对角矩阵; $f(\mathbf{x}) \sim CN(\mathbf{M}, \mathbf{\Omega})$ 表示向量 \mathbf{x} 服从均值为 \mathbf{M} 、方差为 $\mathbf{\Omega}$ 的复高斯分布, $\lceil \cdot \rceil$ 表示向上取整数; \mathbf{I}_K 表示 $K \times K$ 单位矩阵; $\|\cdot\|$ 表示 Euclidean 范数; $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle$ 表示向量 \mathbf{x} 与 \mathbf{y} 的内积。

2 信号模型

考虑有着 N_t 个发射天线和 N_r 个接收天线的 MIMO-OFDM 系统, 每个 OFDM 符号有 K 个子载波。在每根发送 (接收) 天线均使用 OFDM 调制 (解调)。数据经过串并转换, K 点 IFFT 变换并加入循环前缀由不同发送天线发送至信道。假设信道时间扩展长度为 L , 让 $\mathbf{h}_{r,t}(l)$ 表示第 t 根发送天线和第 r 根接收天线间第 l 条路径增益。在接收端, 去除循环前缀并进行 K 点 FFT 变换。第 r 根接收天线接收的信号向量可表示为

$$\mathbf{Y}_r = \mathbf{D}\mathbf{H}_r + \mathbf{Z}_r \tag{1}$$

其中, $\mathbf{Y}_r = [\mathbf{Y}_r(0), \dots, \mathbf{Y}_r(K-1)]$, $\mathbf{D} = [\mathbf{D}_1, \dots, \mathbf{D}_{N_t}]$ ($\mathbf{D}_t = \text{diag}[d_t(0), \dots, d_t(K-1)]$, $d_t(k)$ 是第 t 根发送天线已发送的在第 k 个子载波上的数据), $\mathbf{H}_r = [\mathbf{H}_{r,1}^T, \dots, \mathbf{H}_{r,N_t}^T]^T$ ($\mathbf{H}_{r,t} = \mathbf{F}\mathbf{h}_{r,t}$, $\mathbf{F} = e^{-j2\pi kl/K}$, $\mathbf{h}_{r,t} = [\mathbf{h}_{r,t}(0), \mathbf{h}_{r,t}(1), \dots, \mathbf{h}_{r,t}(L-1)]^T$, $0 \leq k \leq K-1$, $0 \leq l \leq L-1$), $\mathbf{Z}_r = [\mathbf{Z}_r(0), \mathbf{Z}_r(1), \dots, \mathbf{Z}_r(K-1)]$, 表示加性高斯白噪声 (AWGN, additive white Gaussian noise), $f(\mathbf{Z}_1) \sim CN(0, \sigma^2)$ 。

3 修正的 EM (MEM, modified EM) 算法

EM 算法可分别通过求期望 (expectation) 和求

最大化 (maximum) 2 步骤实现^[8]。为简化设计的复杂度, EM 算法往往对 CIR 进行截短, 在低 SNR 下由于噪声较大, 这种截短的 CIR 可以消除大量噪声。然而, 随着 SNR 的提高, 噪声逐渐减小至可忽略不计, 如果过多地截短 CIR 将会导致更多的能量泄露, 使得算法的性能在高 SNR 下无法持续地提高, 即产生 EF 现象。为了抑制 EM 算法在高 SNR 下的 EF 现象, 本文在不增加 CIR 截短长度的基础上, 引入一种更精确的等效信号模型, 并推导出一种修正的 EM 算法。

3.1 等效信号模型

由于第 r 根接收天线接收到的信号可表示为不同发送天线信号的叠加, 即 $\mathbf{Y}_r = \sum_{t=1}^{N_t} \mathbf{Y}_{r,t}$ ($\mathbf{Y}_{r,t} = \mathbf{D}_t \mathbf{H}_{r,t} + \mathbf{Z}_{r,t}$, $1 \leq t \leq N_t$)。通常情况下, 观测得到的信道估计值与实际信道值满足 $\tilde{\mathbf{H}}_{r,t} = \mathbf{F} \mathbf{h}_{r,t} + \mathbf{Z}_1$, 其中 $\mathbf{h}_{r,t}$ 表示截短长度为 L 的 CIR 向量, 则得到等效的信号模型^[10]

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_{r,t} = \mathbf{D}_t \tilde{\mathbf{H}}_{r,t} + \mathbf{Z}_2 \\ \tilde{\mathbf{H}}_{r,t} = \mathbf{F} \mathbf{h}_{r,t} + \mathbf{Z}_1 \end{cases} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{Z}_2 = \mathbf{Z}_{r,t} - \mathbf{D}_t \mathbf{Z}_1$, 这里 \mathbf{Z}_1 和 \mathbf{Z}_2 是相互独立的高斯噪声向量, $f(\mathbf{Z}_1) \sim CN(0, \sigma_1^2 \mathbf{I}_K)$, 则 $f(\mathbf{Z}_2) \sim CN(0, (\sigma^2 - \sigma_1^2) \mathbf{I}_K)$ 。

在等效模型下, 把 $\tilde{\mathbf{H}}_{r,t}$ 和 $\mathbf{Y}_{r,t}$ 看作“完整”数据集。先通过对“完整”数据似然函数求条件期望, 再对所有未知参数的期望进行最大化^[8], 步骤如下。

1) E 步骤:

$$U(\mathbf{h}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t}^{(i)}) = E_{\tilde{\mathbf{H}}_{r,t}} \left[\log f(\mathbf{Y}_{r,t}, \tilde{\mathbf{H}}_{r,t} | \mathbf{h}_{r,t}) | \mathbf{Y}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t}^{(i)} \right] \quad (3)$$

2) M 步骤:

$$\mathbf{h}_{r,t}^{(i+1)} = \arg \max_{\mathbf{h}_{r,t}} \{ U(\mathbf{h}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t}^{(i)}) \} \quad (4)$$

3.2 MEM 算法

“完整”数据集的概率密度函数可表示为

$$f(\mathbf{Y}_{r,t}, \tilde{\mathbf{H}}_{r,t} | \mathbf{h}_{r,t}) = f(\mathbf{Y}_{r,t} | \tilde{\mathbf{H}}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t}) f(\tilde{\mathbf{H}}_{r,t} | \mathbf{h}_{r,t}) \quad (5)$$

其中, $\mathbf{Y}_{r,t}$ 独立于 $\mathbf{h}_{r,t}$, 且 $f(\mathbf{Y}_{r,t} | \tilde{\mathbf{H}}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t})$ 为常数, 则似然函数表示为

$$\ln f(\mathbf{Y}_{r,t}, \tilde{\mathbf{H}}_{r,t} | \mathbf{h}_{r,t}) = \ln f(\tilde{\mathbf{H}}_{r,t} | \mathbf{h}_{r,t}) + \Sigma_1 \quad (6)$$

其中, Σ_1 为常数, 条件概率密度函数 $f(\tilde{\mathbf{H}}_{r,t} | \mathbf{h}_{r,t})$ 表示为

$$f(\tilde{\mathbf{H}}_{r,t} | \mathbf{h}_{r,t}) = \frac{1}{(\pi \sigma_1^2)^K} \exp \left[-\frac{1}{\sigma_1^2} \left\| \tilde{\mathbf{H}}_{r,t} - \mathbf{F} \mathbf{h}_{r,t} \right\|^2 \right] \quad (7)$$

根据式 (2), 式 (7) 可化简为

$$\ln f(\mathbf{Y}_{r,t}, \tilde{\mathbf{H}}_{r,t} | \mathbf{h}_{r,t}) = -\frac{1}{\sigma_1^2} \left\| \tilde{\mathbf{H}}_{r,t} - \mathbf{F} \mathbf{h}_{r,t} \right\|^2 + \Sigma_2 \quad (8)$$

其中, Σ_2 为常数。根据 EM 算法思想, 式 (8) 的条件数学期望为^[10]

$$\begin{aligned} U(\mathbf{h}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t}^{(i)}) &= E \left[-\frac{1}{\sigma_1^2} \left\| \tilde{\mathbf{H}}_{r,t} - \mathbf{F} \mathbf{h}_{r,t} \right\|^2 + \Sigma_2 | \mathbf{Y}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t}^{(i)} \right] \\ &= -\frac{1}{\sigma_1^2} \left\| \widehat{\tilde{\mathbf{H}}}_{r,t} - \mathbf{F} \mathbf{h}_{r,t} \right\|^2 + \Sigma_2 \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $\widehat{\tilde{\mathbf{H}}}_{r,t} \triangleq E_{\tilde{\mathbf{H}}_{r,t}} \left[\tilde{\mathbf{H}}_{r,t} | \mathbf{Y}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t}^{(i)} \right]$ 。可以看出, 要计算 $U(\mathbf{h}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t}^{(i)})$ 必须估计后验分布 $f(\tilde{\mathbf{H}}_{r,t} | \mathbf{Y}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t}^{(i)})$, 根据式 (2) 可知, $f(\tilde{\mathbf{H}}_{r,t}) \sim CN(\mathbf{F} \mathbf{h}, \sigma_1^2 \mathbf{I}_K)$, $f(\mathbf{Y}_{r,t}) \sim CN(\mathbf{D}_t \mathbf{F} \mathbf{h}, \sigma^2 \mathbf{I}_K)$, 则 $f(\tilde{\mathbf{H}}_{r,t} | \mathbf{Y}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t}^{(i)})$ 的期望为

$$\widehat{\tilde{\mathbf{H}}}_{r,t} = \mathbf{m}_{\tilde{\mathbf{H}}_{r,t}} + \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{H}}_{r,t} \mathbf{Y}_{r,t}} \mathbf{R}_{\mathbf{Y}_{r,t} \mathbf{Y}_{r,t}}^{-1} (\mathbf{Y}_{r,t} - \mathbf{m}_{\mathbf{Y}_{r,t}}) \quad (10)$$

其中, $\mathbf{m}_{\tilde{\mathbf{H}}_{r,t}} = \mathbf{F} \mathbf{h}_{r,t}$, $\mathbf{m}_{\mathbf{Y}_{r,t}} = \mathbf{D}_t \mathbf{F} \mathbf{h}_{r,t}$, $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{H}}_{r,t} \tilde{\mathbf{H}}_{r,t}} = \sigma_1^2 \mathbf{I}_K$, $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{H}}_{r,t} \mathbf{Y}_{r,t}} = \sigma_1^2 \mathbf{D}_t^H$, $\mathbf{R}_{\mathbf{Y}_{r,t} \mathbf{Y}_{r,t}} = \sigma^2 \mathbf{I}_K$ 。由式 (10) 得

$$\widehat{\tilde{\mathbf{H}}}_{r,t} = \mathbf{F} \mathbf{h}_{r,t}^{(i)} + \mathbf{R} \mathbf{D}_t^H (\mathbf{Y}_{r,t} - \mathbf{D}_t^H \mathbf{F} \mathbf{h}_{r,t}^{(i)}) \quad (11)$$

其中, $\mathbf{R} = \sigma_1^2 / \sigma^2$ 。式 (11) 左右分别乘以 \mathbf{F}^H 得到等效模型下第 i 次迭代的信道估计值

$$\tilde{\mathbf{h}}_{r,t}^{(i)} = (1 - \mathbf{R}) \mathbf{h}_{r,t}^{(i)} + \mathbf{R} (\mathbf{D}_t^H \mathbf{F})^H \mathbf{Y}_{r,t} \quad (12)$$

其中, $\mathbf{h}_{r,t}^{(i)}$ 是由 EM 算法得到的第 i 次迭代信道估计值。

综上, 基于导频的 MEM 算法由以下几步构成。

1) E 步骤: 对于 $t = 1, \dots, N_t$,

$$\hat{\mathbf{Y}}_{r,t(P)}^{(i)} = \mathbf{D}_{t(P)} \mathbf{F}_P \hat{\mathbf{h}}_{r,t}^{(i)} \quad (13)$$

$$\hat{\boldsymbol{\Psi}}_{r,t(P)}^{(i)} = \hat{\mathbf{Y}}_{r,t(P)}^{(i)} + \beta_t [\mathbf{Y}_{r(P)} - \sum_{l=1}^{N_t} \hat{\mathbf{Y}}_{r,t(P)}^{(i)}] \quad (14)$$

其中, 上标 i 代表第 i 次子迭代, β_t 满足 $\sum_{t=1}^{N_t} \beta_t = 1$, 一般令 $\beta_1 = \dots = \beta_{N_t} = 1/N_t$, $\hat{\mathbf{h}}_{r,t}^{(i)}$ 是第 i 次迭代的信道系数, 初始值 $\hat{\mathbf{h}}_{r,t}^{(0)} = \mathbf{1}_L$, $\mathbf{1}_L$ 是元素均为 1 的 $L \times 1$ 向量, $\mathbf{Y}_{r(P)} = [\mathbf{Y}_r(0), \mathbf{Y}_r(p_s), \dots, \mathbf{Y}_r((P-1)p_s)]$ 是已接收到的导频向量, $\mathbf{F}_P[k, l] = e^{-j2\pi k l / K}$, 其中, $k = 0, p_s, \dots, (P-1)p_s$, p_s 是导频子载波间隔, P 是导频子载波

数, $\mathbf{D}_{t(P)} = \text{diag}[\mathbf{D}_t(0), \mathbf{D}_t(p_s), \dots, \mathbf{D}_t((P-1)p_s)]$ 是已发送的导频矩阵。

2) M 步骤: 对于 $t=1, \dots, N_t$, 计算

$$\hat{\mathbf{h}}_{r,t}^{(i+1)} = \arg \min_{\mathbf{h}_{r,t}} \left\{ \left\| \hat{\Psi}_{r,t(P)}^{(i)} - \mathbf{D}_{t(P)} \mathbf{F}_P \mathbf{h}_{r,t} \right\|^2 \right\} \quad (15)$$

求解式 (15) 得

$$\hat{\mathbf{h}}_{r,t}^{(i+1)} = \mathbf{F}_P^H \mathbf{D}_{t(P)}^{-1} \hat{\Psi}_{r,t(P)}^{(i)} \quad (16)$$

$$\tilde{\mathbf{h}}_{r,t}^{(i+1)} = (1-R) \hat{\mathbf{h}}_{r,t}^{(i+1)} + R(\mathbf{D}_t \mathbf{F})^H \mathbf{Y}_{r,t} \quad (17)$$

3.3 导频设计和联合信道估计

对于基于导频的信道估计算法, 为得到理想的估计性能, 每个 OFDM 符号中的导频子载波数 P 需满足 $P \geq 2^{\lceil \text{lb}(LN_t) \rceil}$ [7], 当 P 值减小至不满足上述条件时, 算法的估计性能会明显下降。由于 P 值随着 N_t 数的增加而明显增加, 因此, OFDM 符号的数据传输效率 (即, $(K-P)/K$) 与发送天线数成反比。

为改善这一问题, 在相邻 G 个 OFDM 符号内采用相位正交导频序列, 且 $G=1, 2, 4$ 。假设导频在 G 个连续的 OFDM 符号下进行信道估计, 接收端为分辨来自不同发射天线的信号, 第 g 个 OFDM 符号内导频序列需满足:

$$S = \sqrt{\delta/P} e^{-j2\pi n_r(n+qg)/P} \quad (18)$$

其中, δ 为导频总能量, $n_r = (t-1)L$, $t=1, \dots, N_t$, $q=0, 1, \dots, P/G-1$, $n=0, 1, \dots, G-1$, $P=2^{\lceil \text{lb}(LN_t) \rceil}$ 。此外, 第 g 个 OFDM 符号内的导频子载波分布还需满足:

$$T_g = 1 + (g-1) \frac{K}{P} + Gq \frac{K}{P} \quad (19)$$

其中, T_g 为导频序列 ($g=1, \dots, G$)。根据式 (19) 可以得到不同 N_t 数时每个 OFDM 符号内所需的导频数, 这里令 $K=128$ 。如表 1 所示, 当信道估计在一个 OFDM 符号进行时, 所需导频数随着 N_t 数增加明显增加, 而在多个 OFDM 符号下进行估计时, 可明显减少对导频数的需求, 且无需满足 $P \geq 2^{\lceil \text{lb}(LN_t) \rceil}$ 。

表 1 不同 G 值和发射天线数所需导频子载波数比较

G	发射天线数						
	2	3	4	5	6	7	8
1	16	32	32	64	64	64	64
2	8	16	16	32	32	32	32
4	4	8	8	16	16	16	16

为提高算法的估计性能, 经 MEM 算法分别得到相邻 G 个 OFDM 符号的信道估计值, 再通过求统计平均对相邻 G 个估计值进行联合信道估计:

$$\tilde{\mathbf{h}}_{r,t}^{(i+1)} = \frac{1}{G} \sum_{g=1}^G \tilde{\mathbf{h}}_{r,t}^{(i+1)} \quad (20)$$

4 性能分析

4.1 等效信号模型分析

传统信号模型假设噪声主要来源于接收机, 然而, 在实际的无线信道中却始终存在着噪声。通过等效的信号模型把传统模型中的 AWGN 向量 $\mathbf{Z}_{r,t}$ 分解为 2 个独立的 AWGN 向量 \mathbf{Z}_1 和 \mathbf{Z}_2 的迭加, 即一部分噪声来源于无线信道, 一部分来源于接收机。并且, 在等效信号模型的构建下生成了新的完整数据集 $\{\tilde{\mathbf{H}}_{r,t}, \mathbf{Y}_{r,t}\}$, 正是由于引入向量 $\tilde{\mathbf{H}}_{r,t}$ 使得新的估计值 $\tilde{\mathbf{h}}_{r,t}^{(i)}$ 与原有估计值 $\mathbf{h}_{r,t}^{(i)}$ 满足式 (17)。

为表示简单, 去掉表示迭代次数的上标 i , 则式 (17) 可简化为

$$\tilde{\mathbf{h}}_{r,t} = (1-R) \hat{\mathbf{h}}_{r,t} + R(\mathbf{D}_t \mathbf{F})^H \mathbf{Y}_{r,t} \quad (21)$$

将式 (21) 左右两边同时减去 $\mathbf{h}_{r,t}$, $\mathbf{h}_{r,t}$ 为真实信道值, 并将 $\mathbf{Y}_{r,t} = \mathbf{D}_t \mathbf{F} \mathbf{h}_{r,t} + \mathbf{Z}_{r,t}$ 代入式 (21) 得

$$\tilde{\mathbf{h}}_{r,t} - \mathbf{h}_{r,t} = (1-R)(\hat{\mathbf{h}}_{r,t} - \mathbf{h}_{r,t}) + R(\mathbf{D}_t \mathbf{F})^H \mathbf{Z}_{r,t} \quad (22)$$

由于 $(\hat{\mathbf{h}}_{r,t} - \mathbf{h}_{r,t})$ 独立于 $\mathbf{Z}_{r,t}$, 则对式 (22) 两边同时取 Euclidean 范数的平方得

$$MSE_0 = (1-R)^2 MSE_1 + R^2 \Xi \quad (23)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} MSE_0 &= \mathbb{E} \left\{ \left\| \tilde{\mathbf{h}}_{r,t} - \mathbf{h}_{r,t} \right\|^2 \right\}, \\ MSE_1 &= \mathbb{E} \left\{ \left\| \hat{\mathbf{h}}_{r,t} - \mathbf{h}_{r,t} \right\|^2 \right\}, \\ \Xi &= \mathbb{E} \left\{ \left\| (\mathbf{D}_t \mathbf{F})^H \mathbf{Z}_{r,t} \right\|^2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

根据文献[7], $MSE_1 = \sigma^2 / \rho$, ρ 为每个子载波的能量, 本文 $\rho = \delta / P = 1$, $\Xi = L\sigma^2$ 。式 (23) 两边同时减去 MSE_1 得

$$\begin{aligned} \Delta_{MSE} &= (R^2 - 2R) \sigma^2 + LR^2 \sigma^2 \\ &= [(L+1)R^2 - 2R] \sigma^2 \end{aligned} \quad (25)$$

其中, $\Delta_{MSE} = MSE_0 - MSE_1$ 。由 (25) 可知:

当 $R=0$, 即, $\Delta_{MSE} = 0$ 时, $MSE_0 = MSE_1$, MEM

还原为 EM 算法；

$$\text{当 } 0 < R < \frac{2}{L+1}, \text{ 即 } \Delta_{\text{MSE}} < 0 \text{ 时, } \text{MSE}_0 < \text{MSE}_1,$$

MEM 的估计误差小于 EM 算法；

$$\text{当 } \frac{2}{L+1} < R \leq 1, \text{ 即 } \Delta_{\text{MSE}} > 0 \text{ 时, } \text{MSE}_0 > \text{MSE}_1,$$

MEM 的估计误差大于 EM 算法。

结合以上证明和分析可知，选择不同的 R 值将影响 MEM 算法的估计性能。另外，式 (12) 中的 R 值表示存在于无线信道中的噪声所占比例。当 $R \neq 0$ ，即无线信道中存在高斯噪声，则通过传统信号模型得到的估计算法的估计误差必然会很大，相反，考虑到无线信道高斯噪声的等效模型给出了一种更为精确的建模方式，故等效模型降低了由传统建模带来的模型误差。

4.2 联合信道估计 MSE 分析

联合信道估计的 MSE 可表示为

$$\text{MSE}(G) = \frac{1}{N_t N_r L} \sum_{r=1}^{N_t} \sum_{t=1}^{N_r} \|\tilde{\mathbf{h}}_{r,t}(G) - \mathbf{h}_{r,t}\|^2 \quad (26)$$

其中， $\tilde{\mathbf{h}}_{r,t}(G) = \sum_{g=1}^G \tilde{\mathbf{h}}_{r,t}(g) / G$ ($G=1, 2, 4$)。为了比较不同 G 值下 MSE 的性能，也就是比较 $MSE(1)$ ， $MSE(2)$ 和 $MSE(4)$ 三者的大小，对于任意相邻时刻的信道估计值，这里只需比较 $\|\tilde{\mathbf{h}}_{r,t}(G) - \mathbf{h}_{r,t}\|^2$ 而无需计算整个式 (26)。因此，简化的 MSE 可表示为

$$\overline{\text{MSE}}(G) = \begin{cases} \|\tilde{\mathbf{h}}_{r,t} - \mathbf{h}_{r,t}\|^2, & G=1 \\ \frac{1}{2} \left\| \sum_{g=1}^2 \tilde{\mathbf{h}}_{r,t}(g) - \mathbf{h}_{r,t} \right\|^2, & G=2 \\ \frac{1}{4} \left\| \sum_{g=1}^4 \tilde{\mathbf{h}}_{r,t}(g) - \mathbf{h}_{r,t} \right\|^2, & G=4 \end{cases} \quad (27)$$

经过推导 (见附录)，可得

$$\begin{cases} \overline{\text{MSE}}(1) = \Theta_1 - 2\Theta_2 + \Theta_3 \\ \overline{\text{MSE}}(2) = \Theta_1 - 2\Theta_2 + \frac{1}{2}\Theta_3 \\ \overline{\text{MSE}}(4) = \Theta_1 - 2\Theta_2 + \frac{1}{4}\Theta_3 \end{cases} \quad (28)$$

其中， $\Theta_1 = \langle \mathbf{h}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t} \rangle$ ， $\Theta_2 = \langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t} \rangle = \langle \mathbf{h}_{r,t}, \tilde{\mathbf{h}}_{r,t} \rangle$ ， $\Theta_3 = \langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t}, \tilde{\mathbf{h}}_{r,t} \rangle$ 。因此，在不同 G 值下， $\overline{\text{MSE}}(4) < \overline{\text{MSE}}(2) < \overline{\text{MSE}}(1)$ ，即 $\text{MSE}(4) < \text{MSE}(2) < \text{MSE}(1)$ 。

通过上述分析并结合表 1 的结论可知，联合

信道估计算法的性能随着 G 值的增加而增加，且系统在减小对导频需求的同时，拥有更低的 MSE 。

5 仿真实验结果

假设接收端完美同步，无线信道被建模为瑞利 8 径信道，多径信道的功率时延谱服从负指数分布。MIMO-OFDM 系统中，信道带宽为 20MHz，每个 OFDM 符号内有 128 个子载波，采用相移正交导频序列，循环前缀为 8，子载波间隔为 15kHz，每个子载波等能量，并采用 QPSK 进行调制，调制的中心频率为 1GHz，多普勒频移为 10Hz。每根发射天线发送 5 000 个 OFDM 符号。仿真实验 1~4 选择 2×4 MIMO 系统，并在 $G=1$ 下进行。

图 1 给出了 MEM 算法在 4 种 SNR 下的均方误差性能随 R 值变化曲线。从图中可以看出，在 4 种不同信噪比下，当 R 在 0.1~0.25 之间取值时，MEM 算法有较好的估计性能，当 SNR 大于 10dB 时，MEM 算法的估计性能要明显优于 EM 算法 (即 $R=0$)。因此，通过合理地调节 R 值可明显改善估计算法的均方误差性能，在下面仿真实验中，令 $R=0.2$ 。值得注意的是， R 的取值范围与 4.1 节中的分析结论不完全相同，这主要是由于在 4.1 节中并未考虑到高斯噪声和多普勒频率的影响。

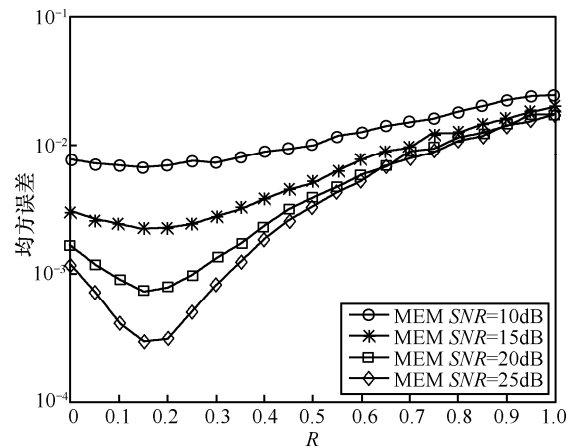


图 1 均方误差随 R 值变化曲线

图 2 给出了 EM 和 MEM 估计算法的均方误差性能随迭代次数变化曲线。如图所示，在 15dB 和 25dB 2 种 SNR 下，MEM 算法与 EM 算法均在不到 10 次迭代次数达到收敛，且在相同的 SNR 下，MEM 算法收敛于更低的均方误差。

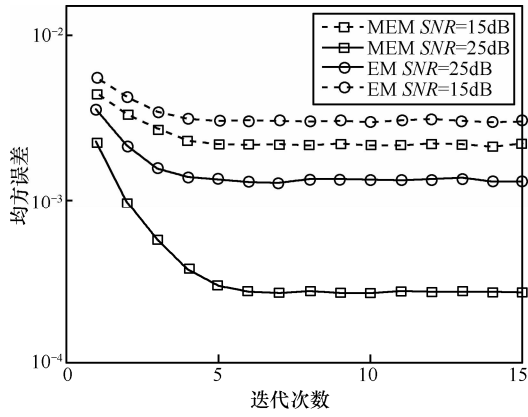


图 2 均方误差随迭代次数变化曲线

图 3 给出了 LS 和 MEM 算法的均方误差性能随 SNR 变化曲线。如图所示，当 $R = 0$ ，SNR 逐渐增大时，由于 EF 效应使得算法的均方误差性能无法持续提高，而 LS 算法的估计性能由于受噪声方差影响随着 SNR 的提高而提高^[7]，在高 SNR 下优于 EM 算法。本文提出的 MEM 算法引入等效模型，通过调节无线信道中噪声所占比例可明显改善 EM 算法在高 SNR 下无法获得较低均方误差的弊端，在高 SNR 下性能优于 LS 算法。

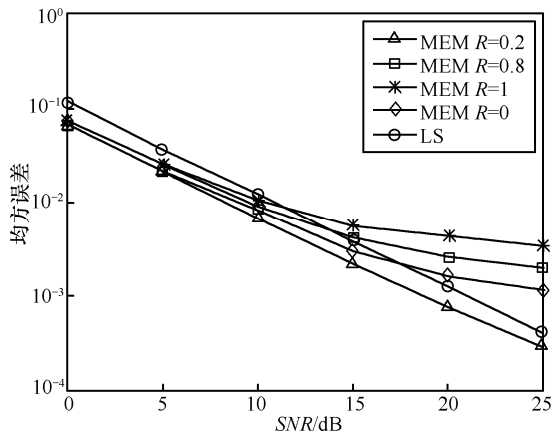


图 3 均方误差随 SNR 变化曲线

图 4 给出了 EM 和 MEM 算法在不同 G 值下，均方误差随 SNR 变化曲线。如图所示，通过相邻多个 OFDM 符号间的联合估计，均方误差性能随着 G 值的增加而提高，这与 4.2 节中的分析结论相一致。

图 5 给出了估计算法在相邻 G 个 OFDM 符号内，系统的数据传输效率随发射天线数变化曲线，数据传输效率定义为 $(K - P)/K$ 。如图可知，在 $G = 1$ ，发送天线数逐渐增大时，算法的数据传输效率明显下降，当 $N_t \geq 5$ 时，数据传输效率下降为 50%。而当 $G > 1$ 时，数据传输效率得到明显改善。

当 $G = 4$ 时，即使 $N_t \geq 5$ ，数据传输效率也能接近 90%。因此，从图 4 和图 5 可看出，在多个 OFDM 符号下联合估计信道，不但拥有良好的均方误差性能还提高了数据传输效率。

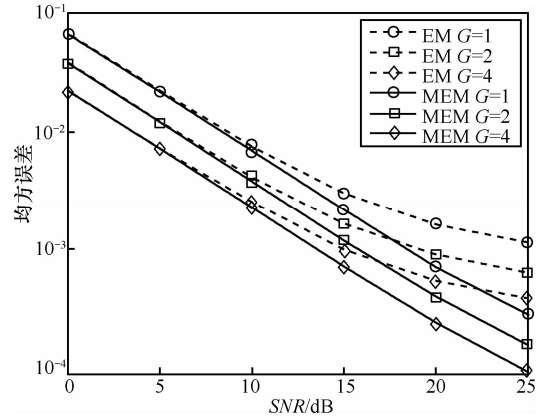


图 4 不同 G 值下均方误差随 SNR 变化曲线

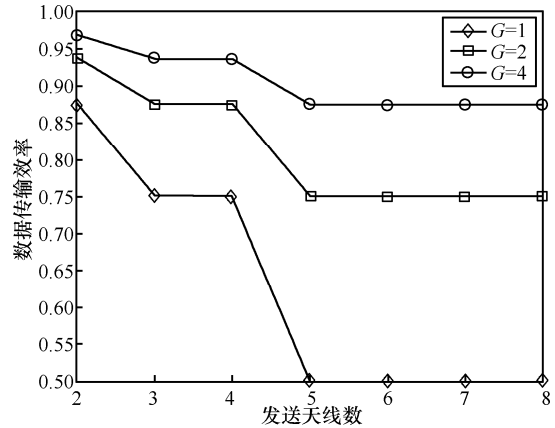


图 5 不同 G 值下数据传输效率随发射天线数变化曲线

6 结束语

为改善 EM 算法在高 SNR 下的 EF 现象以及应用于 MIMO-OFDM 系统时产生较低的系统数据传输效率的弊端，本文首先将传统模型中的 AWGN 向量分解为两个独立的 AWGN 向量的迭加，并推导出一种修正的 EM 算法，从而改善了 EM 算法在高 SNR 下的性能；利用相位正交导频序列来提高系统的数据传输效率，且通过联合估计信道来提高算法的估计性能。通过理论分析和仿真实验得出所提算法具有 2 个优点：一是本文在保证原有 CIR 截短长度的基础上，利用等效模型改善了 EM 算法在高 SNR 下的 EF 现象，这样既没有增加算法设计的复杂度又可减少传统模型带来的模型误差；二是利用相邻多个符号间信道的联合估计，在成倍地减小系

统对导频需求的同时提高了算法的估计性能。

附录 联合估计 MSE 证明

为比较 3 种 G 值 \overline{MSE} 的大小，根据范数公理：

$$\|x + y\|^2 = \langle x, x \rangle + \langle x, y \rangle + \langle y, x \rangle + \langle y, y \rangle \quad (29)$$

由式 (29)，可以得到：

1) 当 $G = 1$ 时

$$\begin{aligned} \|\tilde{\mathbf{h}}_{r,t} - \mathbf{h}_{r,t}\|^2 &= \langle \mathbf{h}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t} \rangle - \langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t} \rangle - \langle \mathbf{h}_{r,t}, \tilde{\mathbf{h}}_{r,t} \rangle + \langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t}, \tilde{\mathbf{h}}_{r,t} \rangle \\ &= \langle \mathbf{h}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t} \rangle - 2\langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t} \rangle + \langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t}, \tilde{\mathbf{h}}_{r,t} \rangle \end{aligned} \quad (30)$$

2) 当 $G = 2$ 时

$$\begin{aligned} &\left\| \sum_{g=1}^2 \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(g)} / 2 - \mathbf{h}_{r,t} \right\|^2 \\ &= \frac{1}{4} \left\| \sum_{g=1}^2 \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(g)} - 2\mathbf{h}_{r,t} \right\|^2 \\ &= \frac{1}{4} \left\{ \langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(1)} - \mathbf{h}_{r,t} + \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(2)} - \mathbf{h}_{r,t}, \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(1)} - \mathbf{h}_{r,t} + \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(2)} - \mathbf{h}_{r,t} \rangle \right\} \end{aligned} \quad (31)$$

根据：①相邻 G 个 OFDM 符号间信道向量的范数相等，即， $\langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(m)}, \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(m)} \rangle = \langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(n)}, \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(n)} \rangle = \langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t}, \tilde{\mathbf{h}}_{r,t} \rangle$ ($m \neq n$, $1 \leq m, n \leq G$)。②不同时刻信道估计值是统计独立的，即 $\langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(m)}, \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(n)} \rangle = 0$ 。③相邻符号的信道估计值与真实信道满足 $\langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(m)}, \mathbf{h}_{r,t} \rangle = \langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(n)}, \mathbf{h}_{r,t} \rangle = \langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t} \rangle$ 。则式 (31) 可化为

$$\left\| \sum_{g=1}^2 \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(g)} - \mathbf{h}_{r,t} \right\|^2 = \langle \mathbf{h}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t} \rangle - 2\langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t} \rangle + \frac{1}{2} \langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t}, \tilde{\mathbf{h}}_{r,t} \rangle \quad (32)$$

3) 当 $G = 4$ 时

$$\begin{aligned} &\left\| \frac{1}{4} \sum_{g=1}^4 \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(g)} - \mathbf{h}_{r,t} \right\|^2 \\ &= \frac{1}{16} \left\| \sum_{g=1}^4 \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(g)} - 4\mathbf{h}_{r,t} \right\|^2 \\ &= \frac{1}{16} \left\{ \langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(1)} - \mathbf{h}_{r,t} + \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(2)} - \mathbf{h}_{r,t} + \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(3)} - \mathbf{h}_{r,t} + \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(4)} - \mathbf{h}_{r,t}, \right. \\ &\quad \left. \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(1)} - \mathbf{h}_{r,t} + \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(2)} - \mathbf{h}_{r,t} + \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(3)} - \mathbf{h}_{r,t} + \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(4)} - \mathbf{h}_{r,t} \rangle \right\} \end{aligned} \quad (33)$$

推导过程同式 (31)，故式 (33) 可化简为

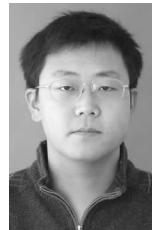
$$\left\| \sum_{g=1}^4 \frac{1}{4} \tilde{\mathbf{h}}_{r,t(g)} - \mathbf{h}_{r,t} \right\|^2 = \langle \mathbf{h}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t} \rangle - 2\langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t}, \mathbf{h}_{r,t} \rangle + \frac{1}{4} \langle \tilde{\mathbf{h}}_{r,t}, \tilde{\mathbf{h}}_{r,t} \rangle \quad (34)$$

参考文献：

[1] FOSCHINI G J, GANS M J. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas[J]. *Wireless Pers Commun*, 1998, 6(3): 311-335.
 [2] CIMINI L J. Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing[J]. *IEEE Trans Commun*, 1985, 33(7): 665-675.

[3] 蒋琦, 赵春明, 贾鹏. OFDM 系统基于导频的联合信道估计与干扰消除算法[J]. *通信学报*, 2007, 28(4): 128-135.
 JIANG Q, ZHAO C M, JIA P. Joint channel estimation and ICI cancellation algorithm for pilot-assisted OFDM systems[J]. *Journal on Communications*, 2007, 28(4): 128-135.
 [4] 景源, 殷福亮, 曾硕. 基于粒子滤波的 MIMO-OFDM 时变信道半盲估计[J]. *通信学报*, 2007, 28(8): 68-75.
 JING Y, YIN F L, ZENG S. Particle filtering based semi-blind estimation for MIMO-OFDM time-varying channel[J]. *Journal on Communications*, 2007, 28(8): 68-75.
 [5] GAO J, LIU H. Low-Complexity MAP channel estimation for mobile MIMO-OFDM systems[J]. *IEEE Trans Wireless Commun*, 2008, 7(3): 774-780.
 [6] Deng X, HAIMOVICH A M, GARCIA F J. Decision directed iterative channel estimation for MIMO systems[A]. *Proc IEEE ICC Conf[C]*. 2003. 2326-2329.
 [7] BARHUMI I, LEUS G, MOONEN M. Optimal training design for MIMO OFDM systems in mobile wireless channels[J]. *IEEE Trans Signal Process*, 2003, 51(6): 1615-1624.
 [8] FEDER M, WEINSTEIN E. Parameter estimation of superimposed signals using the EM algorithm[J]. *IEEE Trans Acoust, Speech, Signal Processing*, 1988, 36(4): 477-489.
 [9] XIE Y, GEORGHIADIS C N. Two EM-type channel estimation algorithm for OFDM with transmitter diversity[J]. *IEEE Trans Commun*, 2003, 51(10): 106-115.
 [10] SADOUGH S M S, ICHIR M M, DUHAMEL P, et al. Wavelet-based semiblind channel estimation for ultrawideband OFDM systems[J]. *IEEE Trans Veh Technol*, 2009, 58(3): 1302-1314.
 [11] NOWAK R D, FIGUEIREDO M A T. Fast wavelet-based image deconvolution using the EM algorithm[A]. *Proc IEEE Asilomar Conf on Signals, Systems and Computers[C]*. 2001. 371-375.
 [12] LI Y, SESHADRI N, ARIYAVISITAKUL L. Channel estimation for OFDM systems with transmitter diversity in mobile wireless channel[J]. *IEEE J Select Areas Commun*, 1999, 17(3): 461-471.

作者简介：



许鹏 (1981-)，男，辽宁沈阳人，东北大学博士生，主要研究方向为第四代移动通信中的关键技术。

汪晋宽 (1957-)，男，辽宁营口人，东北大学教授、博士生导师，主要研究方向为自适应信号处理、移动通信关键技术、基于虚拟化技术的网络体系结构、制导与智能控制。

祁峰 (1981-)，男，辽宁沈阳人，比利时天主教鲁汶大学博士生，主要研究方向为成像系统设计、微波/毫米波天线及天线阵设计。