

## 基于最大特征值的协作频谱检测算法

杨娇娇, 张士兵, 张昊晔

(南通大学 电子信息学院, 江苏 南通 226019)

**摘 要:** 准确的频谱感知是实现认知技术的关键。根据随机矩阵理论, 提出了一种认知网络中基于最大特征值的多节点协作频谱感知算法。该算法利用不同节点接收到主信号的相关性, 将不同认知节点获取的采样信号构成接收信号矩阵, 通过协方差矩阵的最大特征值构建频谱检测判决量, 缩短了检测周期, 提高了频谱检测性能。仿真结果表明, 该协作算法与单节点 MED 算法相比改善了信噪比 5dB 左右。

**关键词:** 认知网络; 频谱感知; 协作检测; 随机矩阵理论; 特征值

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2011)11A-0045-06

## Cooperative spectrum sensing algorithm based on the maximum eigenvalue

YANG Jiao-jiao, ZHANG Shi-bing, ZHANG Hao-ye

(School of Electronics and Information, Nantong University, Nantong 226019, China)

**Abstract:** Accurate spectrum sensing is the key to achieve cognitive techniques. According to analyzing random matrix, the cooperative spectrum sensing algorithm was proposed, which is based on the maximum eigenvalue. By use of the correlation of signals received at the different nodes, the maximum eigenvalue of the signals covariance matrix is used to decide whether the primary signal is present, which reduces the sensing period and improves the performance of spectrum sensing. Simulation results show that the cooperative algorithm has about 5dB margin better than the MED algorithm in signal-to-noise ratio.

**Key words:** cognitive network; spectrum sensing; cooperative detection; random matrix theory; eigenvalue

### 1 引言

随着无线宽带通信业务的飞速增长, 可用的频谱资源日渐匮乏。日益增长的频谱需求和日趋紧张的频谱资源之间的矛盾日益突出。从实际无线频谱运营情况来看, 已分配(授权)的无线频谱在时间和空间上存在不同程度的闲置。有关对无线频谱的测量数据显示, 大部分无线频段的频谱使用率仅在 10% 左右<sup>[1]</sup>, 远没有被充分利用起来, 导致了大量频谱资源的浪费。如何提高频谱利用率, 从而进一

步提高无线通信系统的容量和质量, 是当前无线通信亟待解决的问题。2002 年, 美国联邦通信委员会(FCC, federal communications commission)<sup>[2]</sup>发布了关于频谱政策的执行报告, 首次提出动态频谱接入技术, 认知无线电(CR, cognitive radio)技术由此应运而生。

认知无线电(CR, cognitive radio)的概念首先是由 Joseph Mitola 博士在 1999 年 8 月提出来的。他在研究现有无线电系统之后, 认为未来的无线网络应该是学习型自适应型的网络。这种网络可以通

收稿日期: 2011-07-31

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60872002, 61071086)

**Foundation Item:** The National Natural Science Foundation of China (60872002, 61071086)

过学习周围的环境来改变自身的参数, 适应各种不同的环境, 或者与众多不同的网络共享频谱资源。认知无线网络就是使用动态频谱接入的方法进行频谱管理, 其关键技术就是如何感知空闲的频谱空间, 避免对主用户的干扰<sup>[4]</sup>。

准确的频谱感知是实现认知无线电的前提。常见的单节点频谱感知方法主要有匹配滤波器检测 (MF, matched filtering)、能量检测 (ED, energy detector) 和循环平稳特征检测 (cyclostationarity-based sensing) 等, 它们都各有优缺点<sup>[4]</sup>。

随机矩阵理论是研究大维随机矩阵的经验谱分布函数在一定条件下的特殊收敛性质, 目前已经被广泛地应用于无线通信各个领域, 如无线信道容量分析、接收机性能分析、通信系统设计、阵列信号处理等多个方面。2008 年, Cardoso 等人将随机矩阵理论 (RMT, random matrix theory) 应用于频谱感知中, 提出了基于大维 RMT 的协作频谱感知算法<sup>[5]</sup>, 克服了能量检测等算法在无法获取噪声信息时不能正常工作的缺点。但在采样点数较小的情况下性能不太理想。为此, 文献[7]提出了一种广义似然比检测 (GLRT, generalized likelihood ratio test), 文献[8]提出了一种基于最大特征值检测 (MED, maximum eigenvalue detection) 的算法, 文献[9]提出了盲合并能量检测 (BCED, blindly combined energy detection) 算法。这些算法在一定程度上克服了噪声不确定性对频谱检测性能的影响。文献[10]提出了基于双特征值判决门限 (DET, double eigenvalue threshold) 的协作频谱算法, 而文献[11]巧妙地利用特征值的差异构造了基于最大特征值 (MME, maximum-minimum eigenvalue) 之比以及能量与最小特征值 (EME, energy with maximum eigenvalue) 之比的 2 种感知算法。

在认知网络中, 认知节点往往处于恶劣的通信环境中, 信道的多径衰落和阴影效应使得节点感知的信噪比很低, 单节点的频谱检测很难准确检测出低信噪比的微弱信号, 特别是隐含节点的频谱检测更加困难。多个认知用户节点的协作检测可以有效提高低信噪比等复杂环境下的频谱检测性能<sup>[12]</sup>。文献[13]通过多节点协作, 采用“投票选举”规则, 寻求最优判决门限; 文献[14]提出了多维空间网络协作中继的概念, 以此提高频谱检测的有效性; 文献[15]将 CR 网络建模为一个随机几何网络, 提出了基于节点位置信息的多节

点协作检测算法; 而文献[16]提出了在文献[11]的基础上提出 MME 的对用户协作频谱感知算法; 文献[17]提出了一种基于测量的融合方法, 根据每次检测的接收信号状况动态调整参与融合的用户数, 改善了协作检测性能。

本文在研究随机信号矩阵特征值的基础上, 提出了一种新的基于大维随机矩阵的协作频谱检测算法 (CMED, cooperation maximum eigenvalue detection)。该算法将多个节点接收信号构成协方差矩阵, 克服了 MED 算法在采样点数降低时, 检测性能大幅度降低的缺点, 大大提高了频谱检测的性能。

## 2 系统模型

频谱感知的基本问题是在噪声环境中检测是否有主用户信号出现。这样的频谱检测问题可以建模为一个二元假设

$$\begin{cases} H_0 : x(n) = \eta(n) & , n=1,2,\dots,N \\ H_1 : x(n) = s(n) + \eta(n) & , n=1,2,\dots,N \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $x(n)$  为认知节点接收到的抽样信号,  $s(n)$  为认知节点接收到的主信号,  $\eta(n)$  是方差为  $\sigma_n^2$  的信道加性高斯白噪声,  $N$  为节点采样点数。

在一个多节点 ( $K$  个认知节点) 认知网络中, 将多个认知节点接收到的信号发送到融合中心进行合并处理, 以提高认知网络的频谱检测性能, 如图 1 所示。

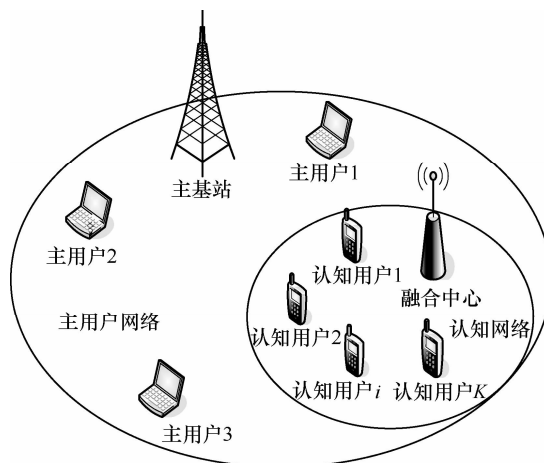


图 1 认知无线网络模型

设融合中心采集到的  $K$  个认知节点接收信号矩阵为

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \\ \vdots \\ x_K(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(1) & x_1(2) & \cdots & x_1(N) \\ x_2(1) & x_2(2) & \cdots & x_2(N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_K(1) & x_K(2) & \cdots & x_K(N) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$K$  个认知节点接收到的主信号矩阵为

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_1(1) & s_1(2) & \cdots & s_1(N) \\ s_2(1) & s_2(2) & \cdots & s_2(N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_K(1) & s_K(2) & \cdots & s_K(N) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$K$  个认知节点接收到的信道噪声矩阵为

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \eta_1(1) & \eta_1(2) & \cdots & \eta_1(N) \\ \eta_2(1) & \eta_2(2) & \cdots & \eta_2(N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \eta_K(1) & \eta_K(2) & \cdots & \eta_K(N) \end{bmatrix} \quad (4)$$

则在融合中心采集到的数据可表示为

$$\mathbf{X} = \mathbf{S} + \boldsymbol{\eta} \quad (5)$$

### 3 检测算法

在多节点认知网络中不同节点接收到的主信号是相关的, 但噪声是不相关的, 且信号与噪声是相互独立的。当节点采样数  $N$  足够大时, 融合中心采集到的接收信号协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_X = \mathbf{E}(\mathbf{X}\mathbf{X}^H) = \mathbf{E}(\mathbf{S}\mathbf{S}^H) + \mathbf{E}(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^H) = \mathbf{R}_S + \boldsymbol{\sigma}_\eta \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{H}$  表示共轭转置。

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_S &= \mathbf{E}(\mathbf{S}\mathbf{S}^H) \\ &= \mathbf{E} \begin{bmatrix} s_1(1) & s_1(2) & \cdots & s_1(N) \\ s_2(1) & s_2(2) & \cdots & s_2(N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_K(1) & s_K(2) & \cdots & s_K(N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1^*(1) & s_2^*(1) & \cdots & s_K^*(1) \\ s_1^*(2) & s_2^*(2) & \cdots & s_K^*(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_1^*(N) & s_2^*(N) & \cdots & s_K^*(N) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_\eta = \text{diag}(\sigma_1^2 \quad \sigma_2^2 \quad \cdots \quad \sigma_K^2) \quad (8)$$

显然, 如果主用户信号  $s(n)$  不存在,  $\mathbf{R}_S = \mathbf{0}$ ; 如果主用户信号  $s(n)$  存在,  $\mathbf{R}_S \neq \mathbf{0}$ 。设  $\lambda_{\max}$  和  $\rho_{\max}$  分别为  $\mathbf{R}_X$  和  $\mathbf{R}_S$  的最大特征值, 则当且仅当  $\mathbf{R}_S = \mathbf{0}$  时,  $\rho_{\max} = 0$ 。因此, 有

$$\lambda_{\max} \geq \max\{\sigma_\eta\} \geq \bar{\sigma}^2 \quad (9)$$

其中,  $\bar{\sigma}^2$  为节点噪声功率的均值。

由此, 利用  $T_{\text{CMED}} = \lambda_{\max} / \bar{\sigma}^2$  作为检测统计量来检测主信号是否存在情况。对于给定的判决门限  $\gamma$  有

$$\begin{cases} T_{\text{CMED}} < \gamma, & \text{主信号不存在} \\ T_{\text{CMED}} \geq \gamma, & \text{主信号存在} \end{cases} \quad (10)$$

在  $H_0$  假设情况下, 采样协方差矩阵  $\mathbf{R}_X(N)$  是个特殊的 Wishart 矩阵, 由文献[18]可得出如下结果。

**定理** 对于接收到的信号协方差矩阵  $\mathbf{R}_X(N)$ , 有  $\mathbf{R}_X(N) = \mathbf{R}_\eta(N)$ 。定义  $\mathbf{A}(N) = (N / \bar{\sigma}^2) \mathbf{R}_\eta(N)$ ,  $\mu = (\sqrt{N-1} + \sqrt{K})^2$  和  $\nu = (\sqrt{N-1} + \sqrt{K}) \cdot (1 / \sqrt{N-1} + 1 / \sqrt{K})^{1/3}$ 。假设  $\lim_{N \rightarrow \infty} K / N = \beta (0 < \beta < 1)$ ,

则有  $\frac{\lambda_{A,\max} - \mu}{\nu}$  收敛到 Tracy-Widom 分布, 其中  $\lambda_{A,\max}$  表示矩阵  $\mathbf{A}(N)$  的最大特征值。

Tracy-Widom 分布是由 Tracy 和 Widom 2 个人发现的某些类型的大维随机矩阵最大特征值分布遵循的规律。记  $F$  为 Tracy-Widom 分布的累积分布函数 (CDF, cumulative distribution function)。由于  $F$  难以计算, 又没有闭环表达式, 只能通过一些基于数值计算的数值表查询。表 1 列出了  $F$  在某些点处的函数值。

表 1 Tracy-Widom 分布的累积分布函数

$t$	$F$
-3.90	0.01
-2.78	0.10
...	...
0.45	0.90
0.98	0.95
2.02	0.99

$H_0$  假设情况下的虚警概率为

$$P_{fa} = P(\lambda_{\max} / \bar{\sigma}^2 > \gamma | H_0) = P(\lambda_{\max} > \gamma \bar{\sigma}^2) \quad (11)$$

因为

$$\mathbf{A}(N) = (N / \bar{\sigma}^2) \mathbf{R}_\eta(N) \quad (12)$$

所以

$$\lambda_{\max} = \frac{\bar{\sigma}^2}{N} \lambda_{A,\max} \quad (13)$$

进而, 虚警概率可表示为

$$\begin{aligned}
 P_{fa} &= P(\lambda_{\max} > \gamma \bar{\sigma}^2) \\
 &= P\left(\frac{\bar{\sigma}^2}{N} \lambda_{A,\max} > \gamma \bar{\sigma}^2\right) \\
 &= P(\lambda_{A,\max} > \gamma N) \\
 &= P\left(\frac{\lambda_{A,\max} - \mu}{\nu} > \frac{\gamma N - \mu}{\nu}\right) \quad (14)
 \end{aligned}$$

又因为  $\frac{\lambda_{A,\max} - \mu}{\nu}$  收敛到 Tracy-Widom 分布,

则有

$$P\left(\frac{\lambda_{A,\max} - \mu}{\nu} > \frac{\gamma N - \mu}{\nu}\right) = 1 - F\left(\frac{\gamma N - \mu}{\nu}\right) \quad (15)$$

即

$$P_{fa} = 1 - F\left(\frac{\gamma N - \mu}{\nu}\right) \quad (16)$$

则给定虚警率情况下的判决门限为

$$\gamma = \frac{\nu F^{-1}(1 - P_{fa}) + \mu}{N} \quad (17)$$

将的  $\mu$  和  $\nu$  值代入式(17), 得

$$\gamma = \frac{(\sqrt{N} + \sqrt{K})^2}{N} \left[ 1 + \frac{(\sqrt{N} + \sqrt{K})^{-2/3}}{(NK)^{1/6}} F^{-1}(1 - P_{fa}) \right] \quad (18)$$

由此可得基于大维随机矩阵的协作频谱检测算法的主要步骤如下。

**步骤 1** 各节点完成信号采样, 并送至数据融合中心。

**步骤 2** 融合中心根据式(2)计算接收信号的协方差矩阵  $R_x$ 。

**步骤 3** 根据  $R_x$  计算其最大特征值  $\lambda_{\max}$ 。

**步骤 4** 计算检测统计量  $T_{\text{CMED}}$ 。

**步骤 5** 根据认知网络系统给定的虚警率指标, 由式(18)求得判决门限  $\gamma$ 。

**步骤 6** 判决。将检测统计量  $T_{\text{CMED}}$  与判决门限  $\gamma$  比较。当  $T_{\text{CMED}} \geq \gamma$  时, 主用户信号存在; 反之, 主用户信号不存在。

### 4 仿真与分析

为了验证本文提出的 CMED 协作检测算法的性能, 选择 OFDM 信号为主用户信号, 在高斯信道环境下, 进行 10 000 次 Monte Carlo 模拟仿真。在仿真中, 假设网络的频谱检测虚警概率为  $P_{fa} = 0.01$ , 主信号为 2PSK 信号。为了便于与单节

点 MED 算法比较, MED 算法的平滑因子  $L$  等于 CMED 算法的协作用户数  $K$ , 即 2 种算法的复杂度一样。

图 2~图 4 所示的是在感知节点  $K=12$  的情况下, 不同采样点数 CMED 算法与 MED 算法的频谱检测性能比较。显然, 无论是检测率还是虚警率, CMED 算法的检测性能都明显优于 MED 算法。特别是虚警率改善得更明显一些, 采用协作检测的 CMED 算法虚警率几乎为零。随着节点采样点数的减少, CMED 算法与 MED 算法的频谱检测性能均有所下降, 但 CMED 算法的检测性能要比 MED 算法下降得慢一些。也就是说, 在节点采样数较少的环境下, 协作检测的 CMED 算法更具有优势。当采样点数  $N=1\ 024$  时, CMED 算法在信噪比 (SNR, signal-to-noise ratio) 为  $-14\text{dB}$  时的检测概率就接近 1, 而 MED 算法要在  $-10\text{dB}$  时检测概率才接近 1, 也就是说 CMED 算法比 MED 算法改进了  $4\text{dB}$  的信噪比; 当采样点数  $N=512$  时, CMED 算法在 SNR 为  $-12.5\text{dB}$  时检测概率已接近 1, MED 算法要在

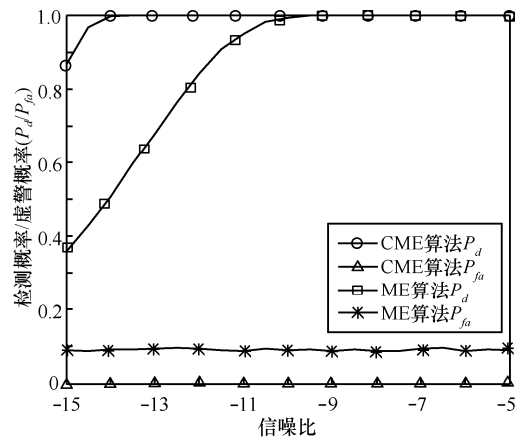


图 2  $N=1\ 024, K=12$  时的频谱检测算法性能

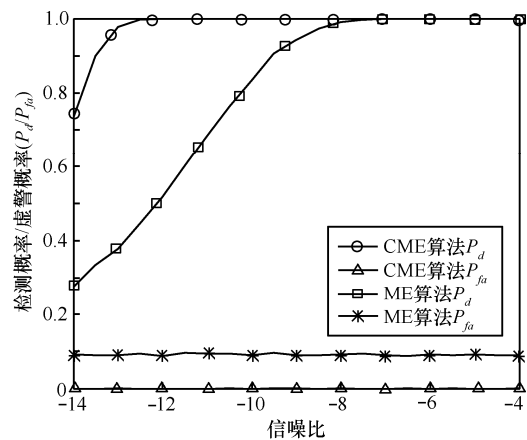


图 3  $N=512, K=12$  时的频谱检测算法性能

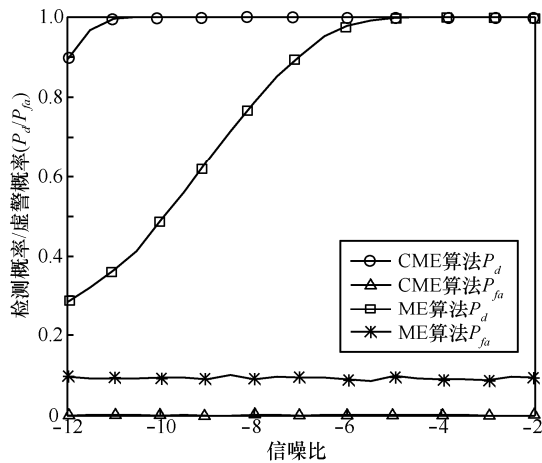


图 4  $N=256, K=12$  时的频谱检测算法性能

-7.5dB 时检测概率才接近 1, CMED 算法比 MED 算法改进了 5dB 的信噪比; 当采样点数  $N=256$  时, CMED 算法在 SNR 为 -11dB 时检测概率接近 1, 而 MED 算法要在 -5dB 时检测概率接近 1, 同样, CMED 算法比 MED 算法改进了 6dB 的信噪比。总体来说, 多节点协作检测的 CMED 算法性能要比多节点 MED 算法改进 5dB 左右的信噪比。

图 5 是在采样点数  $N=512$ 、认知节点数  $K=16$  时的频谱检测性能。与图 3 认知节点数  $K=12$  相比较, CMED 算法和 MED 算法的检测概率都有所提高, 但 MED 算法在检测概率提高的同时, 虚警率也随之增加, 所以 MED 算法的平滑因子不宜设置得太高。

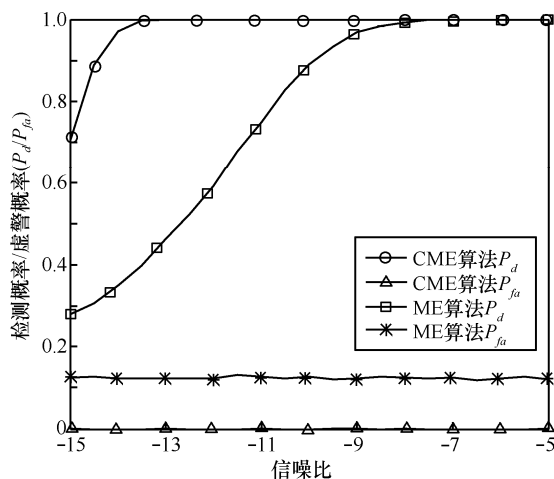


图 5  $N=512, K=16$  时的频谱检测算法性能

图 6 所示的是当 OFDM 信号出现时在采样点数  $N=512$ 、认知节点数  $K=12$  时的频谱检测性能。与图 3 的 2PSK 信号相比, CMED 算法和 MED 算法的检测率性能均有所增加, 但 MED 算法在检测概

率增加的同时, 虚警率也增加了。由此可见, 当主信号为 OFDM 信号时 CMED 算法对 MED 算法的改善效果更加明显。

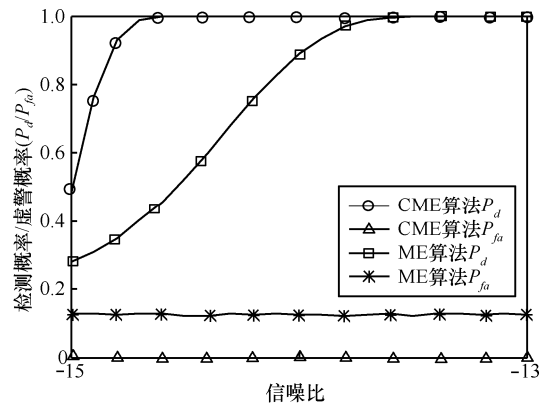


图 6  $N=512, K=12$  主信号为 OFDM 时的频谱检测算法性能

### 5 结束语

依据随机矩阵, 提出了基于大维随机矩阵的 CMED 频谱检测算法。该算法通过多节点协方差矩阵的最大特征值构建频谱检测判决量, 克服了低采样点数对算法检测性能的影响。仿真结果表明, 无论是检测率还是虚警率, CMED 算法在低信噪比环境下具有较高的检测性能, 更适用于小采样点数环境下的频谱检测, 缩短了检测周期。

### 参考文献:

- [1] Federal Communications Commission. Spectrum Policy Task Force[R]. ET Docket no. 02-135, 2002.
- [2] HAYKIN S. Cognitive radio: brain-empowered wireless communications network[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2005, 23(2): 201-220.
- [3] MITOLA J. Cognitive radio: making software radios more personal[J]. IEEE Pers Commun, 1999, 6 (4): 13-18.
- [4] ZENG Y H, LIANG Y C. A review on spectrum sensing for cognitive radio: challenges and solutions[EB/OL]. [http:// www.hindawi.com/journals/asp/2010/381465](http://www.hindawi.com/journals/asp/2010/381465).
- [5] CARDOSO L S, DEBBAH M, BIANCHI P. Cooperative spectrum sensing using random matrix theory[A]. ISWP C[C]. Santorini, 2008. 334-338.
- [6] YE Z, MEMIK G, GROSSPIETSCH J. Energy detection using estimated noise variance for spectrum sensing in cognitive radio networks[A]. Proc IEEE Conference on Wireless Communications & Networking[C]. Las Vegas, America, 2008.711-716.
- [7] ZHANG R, LIM T J, LIANG Y C. Multi-antenna based spectrum sensing for cognitive radios: a GLRT approach[J]. IEEE Transactions

- on Communications, 2010, 58(1): 84-88.
- [8] ZENG Y H, LIANG Y C. Maximum eigenvalue detection: theory and application[A]. IEEE Int Conf Commun(IC C)[C]. Beijing, China, 2008. 4160-4164.
- [9] ZENG Y H, LIANG Y C. Blindly combined energy detection for spectrum sensing in cognitive radio[J]. IEEE Processing Letters, 2008, 15: 649-652.
- [10] 曹开田, 杨震. 基于随机矩阵理论的 DET 合作频谱感知算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 1(1): 129-134.  
CAO K T, YANG Z. DET cooperative spectrum sensing algorithm based on random matrix theory[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2010, 1(1): 129-134.
- [11] ZENG Y H, LIANG Y C. Eigenvalue-based spectrum sensing algorithm[J]. IEEE Transactions on Communications, 2009, 57(6): 1784-1793.
- [12] SAMAN A, CHINYHA T, HHAI J. Energy detection based cooperative spectrum sensing in cognitive radio networks[J]. IEEE Transaction on Wireless Communications, 2011, 10(4):1232-1241.
- [13] ZHANG W, MALLIK R K, LETAIEF K B. Optimization of cooperative spectrum sensing with energy detection in cognitive radio networks[J]. IEEE Trans Wireless Communications, 2009, 8(12): 5761-5766.
- [14] XIE M, ZHANG W, WONG K K. A geometric approach to improve spectrum efficiency for cognitive relay networks[J]. IEEE Trans Wireless Communications, 2010, 9(1):268-281.
- [15] CHOI K W, HOSSAIN E, KIM D I. Cooperative spectrum sensing under a random geometric primary user network model[J]. IEEE Transaction on Wireless Communications, 2011, 10(6): 1932-1944.
- [16] 王磊, 郑宝玉, 李雷. 基于随机矩阵理论的写作频谱感知[J]. 电子与信息学报, 2009, 8(31): 1925-1929.  
WANG L, ZHENG B Y, LI L. Cooperative spectrum sensing based on random matrix theory[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2009, 8(31): 1925-1929.
- [17] 林威, 吴捷, 张钦宇. 基于认知无线电系统合作检测的数据融合研究[J]. 通信学报, 2009, 30(10): 135-140.  
LIN W, WU J, ZHANG Q Y. Data fusion for cooperation detection in cognitive radio system[J]. Journal on Communications, 2009, 30(10): 135-140.
- [18] TRACY C A, WIDOM H. On orthogonal and symplectic matrix ensembles[J]. Communications in Mathematical Physics, 1996, 177(3): 727-754.

#### 作者简介:



杨娇娇 (1987-), 女, 重庆人, 南通大学硕士生, 主要研究方向为通信信号处理、认知无线网络和频谱检测技术。



张士兵 (1962-), 男, 江苏南通人, 博士, 南通大学教授, 主要研究方向为宽带数字通信和通信信号处理。



张昊晔 (1987-), 男, 江苏南通人, 南通大学硕士生, 主要研究方向为通信信号处理和认知无线网络。