

# 卫星导航系统中基于序贯处理的 Kalman 滤波

陈灿辉, 张晓林, 霍航宇

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100191)

**摘要:** 为了有效降低基于 Kalman 滤波方法的导航定位求解运算量, 保证实时性, 提出了一种以单个卫星为基本滤波单元的基于序贯处理的扩展 Kalman 滤波(EKF, extended Kalman filtering)方法——单星序贯扩展 Kalman 滤波 ( $S^3$ EKF, single-satellite sequential extended Kalman filtering) 法。仿真结果表明,  $S^3$ EKF 法相对常规 EKF 法而言, 当可见卫星数超过 7 颗时, 能有效改善运算量, 且改善量随可见卫星数的增加而增加, 当可见卫星数在 15 颗及以上时, 运算量的改善超过 50%; 同时,  $S^3$ EKF 法能在可见卫星发生变化时保证求解的一致性和稳定性。

**关键词:** 卫星导航; 扩展 Kalman 滤波; 序贯处理; 最小二乘法; 运算量

中图分类号: TN967.1

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2012)01-0174-08

## Application of Kalman filtering based on sequential processing for satellite navigation

CHEN Can-hui, ZHANG Xiao-lin, HUO Hang-yu

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** In order to reduce the operational volume and ensure the real-time capability of navigation algorithm of Kalman filtering, a novel filtering method called single-satellite sequential extended Kalman filtering ( $S^3$ EKF) was proposed based on extended Kalman filtering (EKF) and sequential processing, where the single-satellite was as basic filtering unit. Simulation results show that, compared with the traditional EKF method, the  $S^3$ EKF method can decrease the computation load efficiently when the number of visible satellites is no less than 7, and the reduction of computation load increases with the increase of the satellite's visible number, the decrease will reach more than 50% when the number of visible satellites is no less than 15. On the other hand, the consistency and stability of navigation solution are good when the satellites and their number are time-vraiant in  $S^3$ EKF method.

**Key words:** satellite navigation; extended Kalman filtering; sequential processing; least square method; computation load

### 1 引言

近 20 年来, 作为一种重要的最优估计理论, Kalman 滤波理论在卫星导航领域得到了深入研究和广泛应用<sup>[1-3]</sup>。然而, 在卫星导航系统定位中, 由于卫星及用户的运动以及其他一些原因引起的

卫星失锁, 不同历元的观测卫星是不完全相同的, 组成的观测方程也会相应不同, 这可能会导致新一轮滤波的开始。这就需要研究一种合适的数据处理方法来克服因观测卫星变化所引起的重新开始滤波的现象。另一方面, 在接收机实时动态定位中, 运算量大小是影响接收机性能的一个极为重要的

收稿日期: 2011-03-07; 修回日期: 2011-09-19

基金项目: 国防科工局航天民用专项; 北京市重点学科基金资助项目 (XK100070525)

**Foundation Items:** The Major Project for Civil Aerospace of the Bureau (Commission) of Science, Technology and Industry for National Defense; Beijing Leading Subject Foundation Project (XK100070525)

因素, 为了提高接收机的动态范围和综合性能, 就应当尽量降低数据处理的运算量。

在卫星导航定位系统中, 量测方程是非线性的, 而常规 Kalman 滤波是一种线性滤波方法<sup>[4]</sup>, 因此, 应通过量测方程的线性化, 采用扩展 Kalman 滤波 (EKF, extended Kalman filtering) 来对其进行处理, 或是采用其他非线性滤波方法来进行处理。针对 Kalman 滤波方法在导航定位求解中的应用, 人们进行了大量的研究, 提出了许多基于 Kalman 滤波的导航定位求解方法<sup>[5~11]</sup>。所用方法包括基本 Kalman 滤波、无迹 Kalman 滤波(UKF, unscented Kalman filtering)以及 EKF (含强跟踪滤波)方法等。例如, 文献[5,6]针对基本 Kalman 滤波方法在卫星导航中的应用进行了研究, 指出了在卫星数不足时 Kalman 滤波的优越性, 但在可见卫星数较多时不能降低计算量; 文献[7]则对 UKF 方法在全球定位系统(GPS, global positioning system)中的应用进行了研究, 但该方法求解较为复杂; 文献[8]介绍了一种用于 GPS 导航的自适应模糊强跟踪 EKF 方法, 但求解过程中需要进行求迹运算, 处理较为复杂, 在可见卫星数较多时计算量也较多; 文献[9]则针对卫星导航接收机反欺骗信号的需要, 提出了以 EKF 为基础的估计方法来提高卫星导航的精度; 文献[10]介绍了一种基于遗传算法的用于惯性导航与 GPS 组成的组合导航系统中的自适应 EKF 方法, 该方法较为复杂, 计算量较大。上述这些求解方法, 主要是针对提高求解定位精度来进行论述的, 而没有考虑所述方法在动态实时求解中的应用问题。随着全球导航卫星系统(GNSS, global navigation satellite system)的发展, 采用多星座联合导航势成必然, 可见卫星数将会大幅增加, 而观测是直接与可见卫星数成正比的, 因此, 在 Kalman 滤波方法中, 会使得量测噪声方差阵的阶数很高, 则求取最佳增益阵时矩阵求逆的阶数就很高, 而求逆计算量与矩阵阶数的 3 次方近似成正比, 这样, 计算量就会随可见卫星数的增加而急剧上升, 显然, 这对实时滤波求解不利。那么, 是否可以在 Kalman 滤波方法中采用有效方式来降低其求解计算量呢? 答案是肯定的, 这其中的一种有效方式就是序贯处理方式的采用。序贯处理可将量测更新中对量测向量的集中处理分散为对其各分量组的顺序处理, 使对高阶矩阵的求逆转变为对低阶矩阵的求逆, 可有效降低计算量<sup>[2]</sup>; 并且, 它对噪声的适用面较广<sup>[12,13]</sup>。将序

贯处理与 Kalman 滤波相结合的方式来进行导航定位求解方法的设计, 一方面保证了较高的求解精度, 另一方面又可利用序贯处理方式提高求解速度。例如, 文献[11]针对组合导航的需要采用序贯 UKF 方式来简化滤波的实时计算量, 但它是从 GPS 接收机得到的位置和速度为前提来进行处理的, 而不是从卫星导航接收机定位求解的角度来进行研究的。

随着 GNSS 的发展, 为了实现多星座联合导航定位时导航接收机的快速求解, 根据卫星导航定位求解的特点, 本文提出了一种以单个卫星观测量为基本滤波单元的基于序贯处理的扩展 Kalman 滤波方法, 称之为单星序贯 EKF (S<sup>3</sup>EKF, single-satellite sequential extended Kalman filtering) 方法。以单个观测卫星为处理单元的序贯处理方式, 有效克服了因观测卫星变化所引起的重新开始滤波的现象, 并能有效降低求解运算量, 使新方法具有较高的实际应用价值。

## 2 基本 EKF 法

在卫星导航定位系统中采用 Kalman 滤波方法进行导航定位求解时, 可形成如下的系统描述模型:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1} \\ \mathbf{Z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{X}_k) + \mathbf{V}_k \end{cases} \quad (1)$$

其中, 下标  $k$  表示离散时刻, 状态向量为  $\mathbf{X}_k \in \mathbf{R}^{n_k}$ ,  $\mathbf{Z}_k \in \mathbf{R}^{m_k}$  为观测量,  $\mathbf{W}_k$  为输入白噪声序列,  $\mathbf{V}_k$  为观测噪声;  $\Phi_{k,k-1}$  为  $n_k \times n_{k-1}$  维状态转移矩阵,  $\mathbf{h}(\cdot)$  为非线性观测函数。在卫星导航系统中, 状态量一般包括接收机三维位置、速度、加速度以及接收机时钟相对于系统时的钟差与钟漂<sup>[14]</sup>; 对每颗卫星而言, 观测量包括伪距和伪距变化率, 从而, 当有  $n$  颗观测卫星时, 其观测量维数为  $m_k=2n$ 。

由式(1)可见, 在卫星导航系统中, 观测方程为非线性方程, 可采用 EKF 方法。根据 EKF 方法的基本原理<sup>[1,2]</sup>, 可形成如下求解方程:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \\ \mathbf{P}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \\ \mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \\ \hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} + \mathbf{K}_k [\mathbf{Z}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{X}}_{k,k-1})] \\ \mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k,k-1} \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中,  $\hat{\mathbf{X}}_{k,k-1}$  为状态一步预测值;  $\mathbf{K}_k$  为滤波增益矩阵;  $\mathbf{P}_{k,k-1}$  为预测误差方差阵;  $\mathbf{P}_k$  为估计误差方差

阵;  $\mathbf{H}_k$  为线性化后的观测矩阵;  $\mathbf{Q}_{k-1}$  为系统噪声协方差阵;  $\mathbf{R}_k$  为观测噪声方差阵。有

$$E[\mathbf{V}_k \mathbf{V}_j^T] = \mathbf{R}_k \delta_{kj} \quad (3)$$

即  $\mathbf{R}_k$  为  $2n$  阶方阵。

从而, 给定初值  $\hat{\mathbf{X}}_0$  和  $\mathbf{P}_0$ , 根据  $k$  时刻观测值  $\mathbf{Z}_k$  即可递推计算得到  $k$  时刻状态估计  $\hat{\mathbf{X}}_k (k=1,2,\dots)$ 。这里,  $\hat{\mathbf{X}}_0$  可根据最小二乘法 (LSM, least squares method) 的结果得到, 而  $\mathbf{P}_0$  可根据经验获得。

### 3 基于序贯处理的滤波方法

由式(2)可见, 在每个滤波时刻, 在计算滤波增益矩阵时要进行矩阵求逆运算, 且求逆矩阵的阶数为  $2n$  ( $n$  表示可见卫星数)。从而, 可见卫星数较多时, 求逆矩阵的阶数就会较高, 而求逆计算量与矩阵阶数的 3 次方近似成正比<sup>[2]</sup>, 故计算量会随可见卫星数的增加而急剧上升, 例如, 对于具有 15 颗可见星情形, 其求逆过程中, 约有  $30^3=27\ 000$  次乘法和加法运算, 而当可见卫星数增加到 18 颗时, 其乘法和加法计算次数均达到了约 46 656, 显然, 这对实时滤波求解是不利的。因此, 为了保证算法的实时性, 必须考虑采用合适的方式来降低滤波过程中的计算量。序贯处理可将量测更新中对量测向量的集中处理分散为对其各分量组的顺序处理, 使对高阶矩阵的求逆转变为对低阶矩阵的求逆, 以便有效降低计算量。早在 1975 年, R.M.Hawkes 和 J. B.Moore 就指出了在 Kalman 滤波中采用序贯处理的有效性<sup>[15]</sup>。但序贯处理的前提是量测噪声方差阵  $\mathbf{R}_k$  为分块对角阵或要将其转换为对角阵。在卫星导航系统中, 可认为各卫星的测量误差是相互独立的<sup>[16]</sup>, 因此, 量测噪声方差阵  $\mathbf{R}_k$  可用分块对角阵来表示:

$$\mathbf{R}_k = \text{diag}(\mathbf{R}_k^1 \quad \mathbf{R}_k^2 \quad \dots \quad \mathbf{R}_k^n) \quad (4)$$

式(4)中,  $\mathbf{R}_k^j (j=1,2,\dots,n)$  为卫星  $j$  的测量噪声方差阵, 为 2 阶方阵。从而, 滤波方程组(2)就可采用序贯处理方法来进行。这样, 基于序贯处理的基本原理, 就形成了一种以单个卫星为基本滤波单元的序贯 EKF ( $\text{S}^3\text{EKF}$ ) 数据处理方法, 该方法的处理过程如下。

首先, 按如下方式得到状态一步预测值  $\hat{\mathbf{X}}_{k,k-1}$ , 并将之记为  $\hat{\mathbf{X}}_k^0$ :

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \\ \hat{\mathbf{X}}_k^0 = \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} \end{cases} \quad (5a)$$

求一步预测误差方差阵  $\mathbf{P}_{k,k-1}$ , 并将之记为  $\mathbf{P}_k^0$ , 即:

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \\ \mathbf{P}_k^0 = \mathbf{P}_{k,k-1} \end{cases} \quad (5b)$$

再对  $n$  颗卫星依次进行循环处理, 其中, 第  $j$  ( $j=1,2,\dots,n$ ) 颗卫星的处理方式如下:

$$\begin{cases} \mathbf{K}_k^j = \mathbf{P}_k^{j-1} \mathbf{H}_k^{jT} (\mathbf{H}_k^j \mathbf{P}_k^{j-1} \mathbf{H}_k^{jT} + \mathbf{R}_k^j)^{-1} \\ \hat{\mathbf{X}}_k^j = \hat{\mathbf{X}}_k^{j-1} + \mathbf{K}_k^j [\mathbf{Z}_k^j - \mathbf{h}^j(\hat{\mathbf{X}}_k^{j-1})] \\ \mathbf{P}_k^j = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k^j \mathbf{H}_k^j) \mathbf{P}_k^{j-1} \end{cases} \quad (5c)$$

式(5c)中, 上标  $j$  表示其为卫星  $j$  的相应参数,  $\mathbf{h}^j(\bullet)$  表示卫星  $j$  的量测方程,  $\mathbf{H}_k^j$  表示其线性化量测矩阵。循环结束后, 令

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^n \quad (5d)$$

卫星  $n$  的滤波值  $\hat{\mathbf{X}}_k^n$  即为该时刻的状态估计值  $\hat{\mathbf{X}}_k$ , 即:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_k^n \quad (5e)$$

式(5a)~式(5e)就形成了本文所提出的单星序贯 EKF 方法。由式(5c)可见, 在求解滤波增益矩阵  $\mathbf{K}_k^j$  时, 它只进行 2 阶矩阵的求逆运算,  $n$  颗卫星只需进行  $n$  次 2 阶矩阵求逆运算。2 阶矩阵求逆时其乘(除)法次数为 6, 以乘(除)法来衡量, 在  $\text{S}^3\text{EKF}$  法中, 总求逆运算量为  $6n$ ; 而采用式(2)所示的集中式处理方式时, 为了计算滤波增益矩阵  $\mathbf{K}_k$ , 需要进行  $2n$  阶矩阵求逆运算, 其求逆运算量约为  $(2n)^3$ 。因为在 Kalman 滤波方法中, 其运算量主要体现在滤波增益矩阵的计算上<sup>[17]</sup>, 所以, 采用序贯处理方式后, 相对于采用式(2)的滤波方式而言, 在  $n$  较大时, 可大大降低计算量。为了叙述方便, 本文称基于式(2)的滤波方式为常规 EKF 方法。

### 4 $\text{S}^3\text{EKF}$ 法与常规 EKF 方法的一致性

提出  $\text{S}^3\text{EKF}$  法后, 紧接着的问题就是,  $\text{S}^3\text{EKF}$  法的正确性和有效性怎样呢? 因为常规 EKF 方法的有效性和正确性是大家所公认的, 因此, 如果能证明  $\text{S}^3\text{EKF}$  法和常规 EKF 法的一致性, 那么, 上述问题即可迎刃而解。在卫星导航系统中, 可认为各卫星的测量误差是相互独立的<sup>[16]</sup>, 因此, 对于有  $n$  颗观测卫星的情形, 可以将式(1)中的量测方程改写为如下形式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_k^1 \\ \mathbf{Z}_k^2 \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_k^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^1(\mathbf{X}_k) \\ \mathbf{h}^2(\mathbf{X}_k) \\ \vdots \\ \mathbf{h}^n(\mathbf{X}_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{V}_k^1 \\ \mathbf{V}_k^2 \\ \vdots \\ \mathbf{V}_k^n \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(6)中,  $\mathbf{Z}_k^j$  表示卫星  $j$  的观测量;  $\mathbf{V}_k^j$  表示卫星  $j$  的观测噪声矢量。

Kalman 滤波是一种根据前  $k$  个量测估计  $k$  时刻状态的线性最小方差估计<sup>[2]</sup>, 因此, 可采用如下形式来表示状态估计值  $\hat{\mathbf{X}}_k$  :

$$\hat{\mathbf{X}}_k = E^*[X_k / \bar{\mathbf{Z}}_{k-1}, \mathbf{Z}_k] = E^*[X_k / \bar{\mathbf{Z}}_{k-1}, \mathbf{Z}_k^1, \mathbf{Z}_k^2, \dots, \mathbf{Z}_k^n] \quad (7)$$

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_k^n = E^*[X_k / \bar{\mathbf{Z}}_{k-1}, \mathbf{Z}_k^1, \mathbf{Z}_k^2, \dots, \mathbf{Z}_k^{n-1}] + E^{**}[\tilde{\mathbf{X}}_k^n / \mathbf{Z}_k^n] = \hat{\mathbf{X}}_k^{n-1} + E^{**}[\tilde{\mathbf{X}}_k^n / \mathbf{Z}_k^n] \\ \hat{\mathbf{X}}_k^{n-1} = E^*[X_k / \bar{\mathbf{Z}}_{k-1}, \mathbf{Z}_k^1, \mathbf{Z}_k^2, \dots, \mathbf{Z}_k^{n-2}] + E^{**}[\tilde{\mathbf{X}}_k^{n-1} / \mathbf{Z}_k^{n-1}] = \hat{\mathbf{X}}_k^{n-2} + E^{**}[\tilde{\mathbf{X}}_k^{n-1} / \mathbf{Z}_k^{n-1}] \\ \dots \\ \hat{\mathbf{X}}_k^2 = E^*[X_k / \bar{\mathbf{Z}}_{k-1}, \mathbf{Z}_k^1] + E^{**}[\tilde{\mathbf{X}}_k^2 / \mathbf{Z}_k^2] = \hat{\mathbf{X}}_k^1 + E^{**}[\tilde{\mathbf{X}}_k^2 / \mathbf{Z}_k^2] \\ \hat{\mathbf{X}}_k^1 = E^*[X_k / \bar{\mathbf{Z}}_{k-1}] + E^{**}[\tilde{\mathbf{X}}_k^1 / \mathbf{Z}_k^1] = \hat{\mathbf{X}}_k^0 + E^{**}[\tilde{\mathbf{X}}_k^1 / \mathbf{Z}_k^1] \end{cases} \quad (9)$$

式(9)中,  $E^{**}[\tilde{\mathbf{X}}_k^j / \mathbf{Z}_k^j]$  表示根据  $\mathbf{Z}_k^j$  对  $\tilde{\mathbf{X}}_k^j$  所做的修正;  $\tilde{\mathbf{X}}_k^j$  表示  $\mathbf{X}_k^j$  的估计误差, 有

$$\tilde{\mathbf{X}}_k^j = \mathbf{X}_k^j - \hat{\mathbf{X}}_k^j \quad (10)$$

显然, 有

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_k^0 = E^*[X_k / \bar{\mathbf{Z}}_{k-1}] = \hat{\mathbf{X}}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \\ \hat{\mathbf{X}}_k^n = \hat{\mathbf{X}}_k \end{cases} \quad (11)$$

根据 Kalman 滤波中状态估计表达式的含义, 对修正量  $E^{**}[\tilde{\mathbf{X}}_k^j / \mathbf{Z}_k^j]$  应采用  $\mathbf{K}_k^j[\mathbf{Z}_k^j - \mathbf{h}^j(\hat{\mathbf{X}}_k^{j-1})]$  来计算, 从而, 对状态量  $\hat{\mathbf{X}}_k^j$  而言, 即可得到与式(5c)相同的估计表达式, 而式(5c)中有关  $\mathbf{K}_k^j$  和  $\mathbf{P}_k^j$  的计算式则是 Kalman 滤波中的基本方程。上述过程就证明了 S<sup>3</sup>EKF 法和常规 EKF 法本质上的一致性, 表明了 S<sup>3</sup>EKF 法的正确性和有效性。同时, 它也表明, 从最终的效果来看, 常规 EKF 方法与采用序贯处理方式的 S<sup>3</sup>EKF 法得到的滤波结果应当是一致的, 采用序贯处理的主要目的是为了降低求解运算量, 后文的实验结果也证实了这一点。

## 5 仿真分析

### 5.1 仿真条件

考虑到中国北斗二代卫星导航系统(BeiDou (COMPASS), navigation satellite system)开通在即, 而美国的 GPS 是目前最为完善的卫星导航定位系统, 而双系统联合定位又具有一定的普遍性, 故以

式(7)中,  $\bar{\mathbf{Z}}_{k-1}$  为前  $k-1$  个量测,  $\mathbf{Z}_k$  为第  $k$  个量测,  $E^*[X_k / \bar{\mathbf{Z}}_{k-1}, \mathbf{Z}_k]$  表示  $\bar{\mathbf{Z}}_{k-1}, \mathbf{Z}_k$  对  $X_k$  做线性最小方差估计。而将  $k$  时刻得到的各卫星观测量  $\mathbf{Z}_k^1, \mathbf{Z}_k^2, \dots, \mathbf{Z}_k^n$  视作在  $k$  时刻顺序得到的量测量。以  $\hat{\mathbf{X}}_k^j$  表示由  $\bar{\mathbf{Z}}_{k-1}$  和  $k$  时刻得到的前  $j$  颗卫星的观测量对  $X_k$  做线性最小方差估计, 即有

$$\hat{\mathbf{X}}_k^j = E^*[X_k / \bar{\mathbf{Z}}_{k-1}, \mathbf{Z}_k^1, \mathbf{Z}_k^2, \dots, \mathbf{Z}_k^j], \quad j=1, 2, \dots, n \quad (8)$$

从而, 根据 Kalman 滤波方程式(2)中第 4 个方程的含义, 有如下关系式成立:

GPS 和 COMPASS 组成的双系统进行仿真分析。根据北斗二代一期组网计划, 对 COMPASS 按 12 颗星进行考虑。GPS 系统基本星座由非均匀分布在 6 个轨道面上的 24 颗星组成, 实际上, 1995 年以来, GPS 在轨的有效卫星数一直超过 24 颗<sup>[18]</sup>。为了更好地评价本文所述滤波方法在较多可见星情形下的滤波性能, 在星座配置时, GPS 取 32 颗星。依据 GPS 和 COMPASS 双系统导航信号源在 5° 遮蔽角条件下产生的导航参数进行仿真求解。

考虑到实际导航定位中, 伪距和伪距率的测量误差是不可避免的存在着的, 且每颗卫星的用户等效距离误差(UERE, user equivalent range error)可近似表示为零均值高斯随机变量<sup>[16]</sup>, 故在仿真中, 对伪距和伪距率均施加了服从正态分布的随机误差。仿真过程中, 参考文献[18]中的有关数据, 施加伪距观测噪声均方差为 6m, 伪距率观测噪声均方差为 0.1m/s。

为了考察本文所述滤波方法在不同可见星情形下和卫星数发生变化时的滤波性能, 仿真过程中, 当观测卫星发生变化时, 滤波并不重新开始, 也就是说, 整个滤波过程是连续进行的。

为了考察滤波方法在不同状态下的滤波性能, 进行了以下 4 种情形的仿真。

**情形 1** 静态。

**情形 2** 匀速与阶跃上升和下降加速度情形: 加

速度大小为  $20\text{m/s}^2$ , 加速至  $300\text{m/s}$  后, 做匀速运动。

**情形 3 机动转弯:** 运动轨迹如图 1 所示, 转弯半径为  $3\,000\text{m}$ , 速度大小为  $300\text{m/s}$ , 对应向心加速度为  $30\text{m/s}^2$ 。

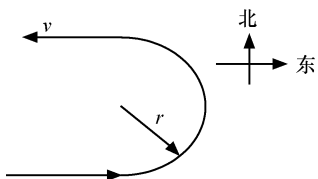


图 1 机动转弯

**情形 4 机动爬升和俯冲:** 运动轨迹如图 2 所示, 俯冲和爬升角度均为  $60^\circ$ , 速度大小为  $300\text{m/s}$ , 4 个过渡段转弯半径均为  $3\,000\text{m}$ , 对应向心加速度为  $30\text{m/s}^2$ 。

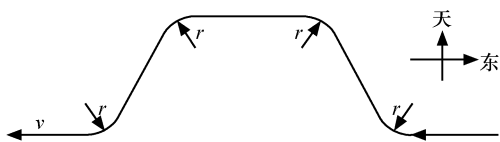


图 2 机动爬升与俯冲示意图

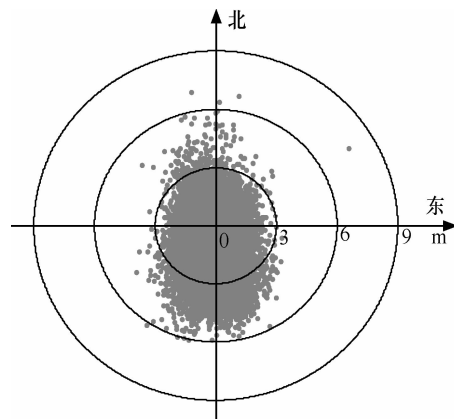
根据以上条件, 分别采用  $S^3\text{EKF}$  和常规  $\text{EKF}$  进行了仿真实验。为了比较, 用最小二乘法也进行了仿真。仿真采样周期为  $1\text{s}$ 。

**5.2 仿真结果与分析**

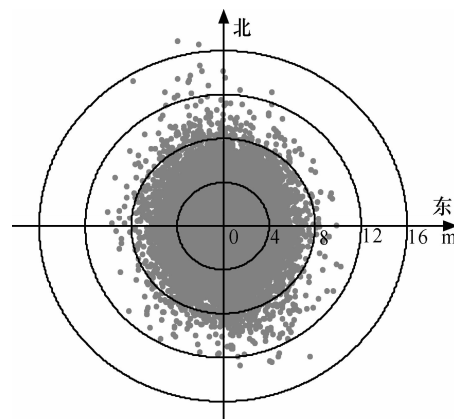
根据仿真结果统计得到的 3 种方法在各种情形下得到的位置和速度误差如表 1 所示, 表中, 各误差以 2 倍均方根 (RMS, root mean square) 值表示。图 3~图 5 给出了根据仿真结果得到的情形 2 的误差分布。

**表 1 位置和速度误差统计值(2RMS)**

名称	方法	情形 1	情形 2	情形 3	情形 4
水平位置误差/m	$S^3\text{EKF}$	1.83	5.01	2.06	1.98
	常规 $\text{EKF}$	1.83	5.01	2.06	1.98
	LSM	9.65	8.58	9.29	9.33
垂向位置误差/m	$S^3\text{EKF}$	2.46	5.05	2.50	3.12
	常规 $\text{EKF}$	2.46	5.05	2.50	3.12
	LSM	12.75	13.12	11.71	12.63
速度误差/( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ )	$S^3\text{EKF}$	0.13	0.12	0.09	0.10
	常规 $\text{EKF}$	0.13	0.12	0.09	0.10
	LSM	0.13	0.12	0.09	0.10

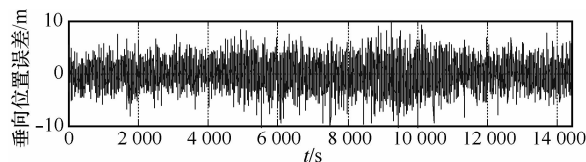


(a)  $S^3\text{EKF}$  法和常规  $\text{EKF}$  法

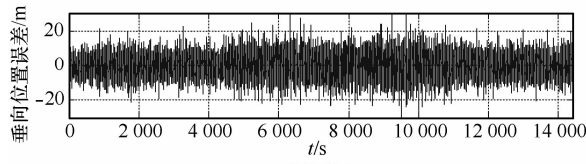


(b) LSM

图 3 水平位置误差(情形 2)

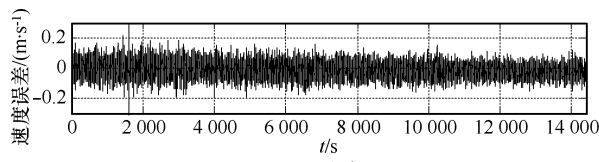


(a)  $S^3\text{EKF}$  和常规  $\text{EKF}$

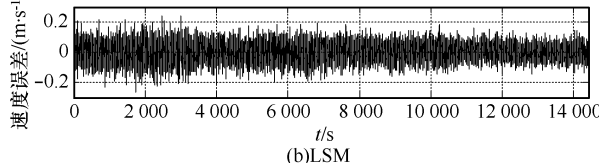


(b) LSM

图 4 垂向位置误差(情形 2)



(a)  $S^3\text{EKF}$  和常规  $\text{EKF}$



(b) LSM

图 5 速度误差(情形 2)

由表 1 及图 3~图 5 可见, 在各情形下,  $S^3EKF$  和常规  $EKF$  的求解结果是一致的, 它们的定位结果要远优于  $LSM$  的定位结果, 但从测速精度来衡量, 基于 Kalman 滤波的方法却与  $LSM$  法是一致的。事实上,  $S^3EKF$  法和常规  $EKF$  法求解结果的一致性是与前文的论述相符的, 也是可以预见的, 因为它们采用的是相同的状态模型和量测量, 相同的过程噪声、量测噪声以及初始参数, 所不同的仅是对测量量的处理顺序不同, 常规  $EKF$  法采用集中式处理方式, 而  $S^3EKF$  则采用序列方式进行处理。本文提出  $S^3EKF$  法的目的, 也主要是为了降低求解运算量。至于说相对  $LSM$  法而言, 为何基于 Kalman 滤波的方法未能提高速度测量精度, 这是因为在仿真中所施加的伪距率噪声均方差为  $0.1m/s$ , 即伪距率测量精度比较高, 采用  $LSM$  获得的测速精度也比较高, 而 Kalman 方法毕竟是一种估计方法, 其估计误差是不可避免的存在的, 因此, 在小噪声环境下, 采用 Kalman 滤波方法很难进一步提高估计参数的精度。进一步的仿真结果发现, 相对  $LSM$  法而言, 如果将伪距率测量噪声均方差提高至  $1m/s$ , 基于 Kalman 滤波的方法可提高约 22% 的测速精度, 当将伪距率测量噪声均方差提高至  $6m/s$  时, 则可提高约 63% 的测速精度。

图 6 是在 GPS 和 COMPASS (一期) 联合定位条件下、在情形 2 的仿真过程中根据导航信号源输出结果得到的可见卫星数变化曲线, 由图 3~图 5 可见, 虽然在滤波过程中可见卫星数经常发生变化, 但  $S^3EKF$  法的滤波性能并没有因此而发生变化, 其位置和速度误差仍然具有良好的一致性, 因为整个滤波过程是连续进行的, 这就是说, 该方法对可见卫星的变化具有良好的稳健性。经多次仿真实验均得到与上述相类似的结果, 这就表明本文的结果具有一定的普适性。另外, 从图 4~图 6 也可以看出, 随着卫星数的变化, 导航定位精度并没有明显变化, 这也就表明导航定位精度不会一直随可见卫星数的增加而增加, 实验表明, 在可见卫星数达 10 以上且分布较好时, 导航定位精度的增加就不再明显, 这就为多星座联合导航下的选星数目的确定提供了依据, 这已超出了本文的研究内容, 不再赘述。

图 7 给出了在双系统不同可见星情形下, 单星序贯处理的  $S^3EKF$  方法相对采用集中式处理的常规  $EKF$  方法而言计算量的改善百分比曲线。由图 7 可见, 当可见卫星数超过 7 以后,  $S^3EKF$  法的计算

量要少于常规  $EKF$  法。因为双系统状态量维数  $n_K$  为 13, 这也就表明, 只有当可见卫星数  $n$  (此时对应的量测量维数为  $m_K=2n$ ) 满足  $n>n_K/2$  时, 采用序贯处理方式才能较常规的集中处理方式明显改善运算量, 因为在  $S^3EKF$  方法中, 序贯处理对象数量就等于可见卫星数, 从而, 这也就是说当序贯对象数量超过  $n_K/2$  时, 采用序贯处理方式可有效改善运算量。从图 7 还可以看出, 计算量的减少量会随着可见卫星数的增加而增加, 如当可见星数为 8 时, 计算量的改善值约为 8.1%, 而当可见星数达到 15 时, 计算量的改善值就超过了 50%。而当可见卫星数小于 7 时,  $S^3EKF$  法计算量要略多于常规  $EKF$  法的计算量。然而, 事实上, 即使是对单星座系统, 大部分情况下其可见卫星数会超过 7, 例如, 对单 GPS 系统而言, 在遮蔽角为  $5^\circ$  时世界范围内大约 70% 的用户可以见到 8 颗或更多的卫星<sup>[10]</sup>, 显然, 对多星座组合系统而言, 可见卫星数将会更多。这就表明, 本文所提出的基于单星序贯处理的  $S^3EKF$  方法具有较为广泛的适用性。当然, 另一方面

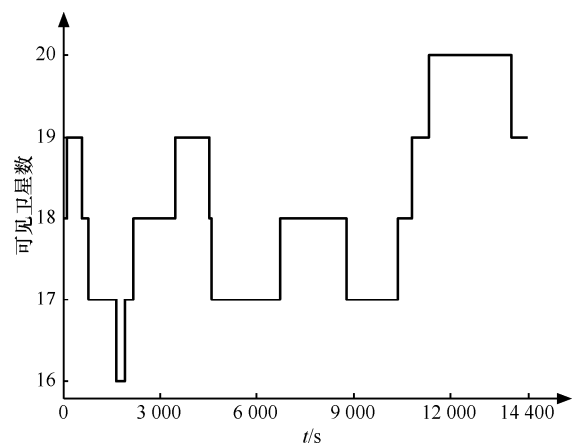
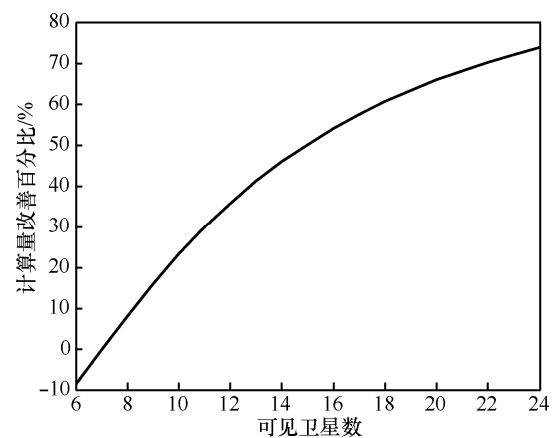


图 6 可见卫星数变化曲线

图 7  $S^3EKF$  法相对常规  $EKF$  法计算量改善率曲线

应该注意的是,在城市有较多遮挡的环境下,如果卫星数较少,不足 7 时,可以将求解过程转为常规 EKF 方法来处理,因为提出  $S^3EKF$  方法的主要目的是针对可见卫星数较多的情形,因此这种处理方式并不影响本文的结论,而且在实际应用中也是这样处理的。

## 6 结束语

在卫星导航系统中, Kalman 滤波作为一种重要的最优估计理论获得了深入研究和广泛应用,然而,在多星座联合导航定位系统中,可见卫星数大幅增加使得观测量维数也大幅增加,这就导致了在应用 Kalman 滤波方法进行导航定位求解时的计算量大幅增加,不利于实时求解。为了降低 Kalman 滤波求解运算量,提高实时性,本文提出了一种以单个卫星为基本滤波单元的基于序贯处理的扩展 Kalman 滤波方法,并证明了序贯处理方法和常规 EKF 法本质上的一致性,表明了  $S^3EKF$  法的正确性和有效性。仿真结果表明,相对常规 EKF 方法而言,在保证同样的求解精度的前提下,所提出的  $S^3EKF$  法能在可见卫星数较多的情形下大幅降低导航定位求解运算量,例如,在双系统联合定位情形下,当可见卫星数不小于 15 时,相对常规的集中式 EKF 方法而言,  $S^3EKF$  法的运算量改善率超过 50%,并且,运算量的改善量会随可见卫星数的增加而增加。另一方面,  $S^3EKF$  法能在接收机状态和可见卫星数发生变化的情况下有效保证滤波结果的一致性,其定位误差和速度误差的稳定性好。这些性能特征为  $S^3EKF$  法的实时求解提供了有力保证,有利于其在卫星导航系统中的实际应用。

## 参考文献:

- [1] 付梦印, 邓志红, 张继伟. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003. 1-103.  
FU M Y, DENG Z H, ZHANG J W. Kalman Filtering Theory and Its Application for Navigation System[M]. Beijing: Science Press, 2003. 1-103.
- [2] 秦永元, 张洪钺, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2004.1-189.  
QING Y Y, ZHANG H Y, WANG S H. Kalman Filtering and Integrated Navigation Principles[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2004. 1-189.
- [3] 宋迎春. 动态定位中的卡尔曼滤波研究[D]. 长沙: 中南大学, 2006.  
SONG Y C. Research on Kalman Filter in Kinematic Positioning[D]. Changsha: Central South University, 2006.
- [4] 邓自立. 信息融合滤波理论及其应用[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2007.78-156.  
DENG Z L. Information Fusion Filtering Theory with Applications[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2007.78-156.
- [5] YAMAGUCHI S, TANAKA T. GPS standard positioning using Kalman filter[A]. SICE-ICASE International Conference 2006[C]. Bexco, Busan, Korea, 2006. 1351-1354.
- [6] WANG W, HAO Y L, XUE B. Study on positioning algorithm for navigation signal based on improved Kalman filter[A]. Proceedings of the 2006 International Conference on Mechatronics and Automation[C]. Luoyang, China, 2006.882-886.
- [7] JWO D J, LAI C N. Unscented Kalman filter with nonlinear dynamic process modeling for GPS navigation [J]. GPS Solutions, 2008, 12(4): 249-260.
- [8] JWO D J, WANG S H. Adaptive fuzzy strong tracking extended Kalman filtering for GPS navigation[J]. IEEE Sensors Journal, 2007, 7(5): 778-789.
- [9] ZHANG L, CHU H B, ZHANG N T. Anti-spoofing extended Kalman filter for satellite navigation receiver[A]. International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing[C]. Shanghai, China, 2007.996-999.
- [10] HAN L, JING Z R. Adaptive extended Kalman filter based on genetic algorithm for tightly-coupled integrated inertial and GPS navigation[A]. 2009 Second International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation[C]. Changsha, Hunan, China, 2009. 520-524.
- [11] JIA J F. Low-cost MIMU and GPS integrated navigation system using sequential filtering technology[A]. Proceedings of the 30th Chinese Control Conference[C]. 2011. 3864-3867.
- [12] GAN Q, HARRIS C J. Comparison of two measurement fusion methods for Kalman-filter based multisensor data fusion[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37(1): 273-279.
- [13] 彭志专, 冯金富, 聂光成等. 基于修正扩展卡尔曼序贯滤波的信息融合算法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2007, 8(5):33-36.  
PENG Z Z, FENG J F, NIE G S, *et al.* A novel fusion algorithm based on

modified extend Kalman sequential filtering[J]. Journal of Air Force Engineering University(Natural Science Edition), 2007, 8(5):33-36.

- [14] 谢钢.GPS 原理与接收机设计[M]. 北京: 电子工业出版社, 2009. 96-153.

XIE G. Principles of GPS and Receiver Design[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009.96-153.

- [15] HAWKES R, MOORE J. Adaptive estimation via sequential processing[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1975, 20(1): 137-138.

- [16] KAPLAN E D, HEGARTY C J. GPS 原理与应用(第二版)[M]. 寇艳红译. 北京: 电子工业出版社, 2007.36-472.

KAPLAN E D, HEGARTY C J. Understanding GPS: Principles and Applications, Second Edition[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007.36-472.

- [17] 周宏仁, 敬忠良, 王培德. 机动目标跟踪[M]. 北京: 国防工业出版社, 1991.33-53.

ZHOU H R, JING Z L, WANG P D. Tracking of Maneuvering Targets[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1991. 33-53.

- [18] MISRA P, ENGE P. 全球定位系统——信号、测量与性能(第二版)[M]. 北京: 电子工业出版社, 2008.22-69.

MISRA P, ENGE P. Global Positioning System: Signals, Measurements, and Performance, Second Edition[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008.22-69.

#### 作者简介:



陈灿辉(1973-), 男, 湖南汨罗人, 北京航空航天大学博士生、高级工程师, 主要研究方向为卫星导航与应用。



张晓林(1951-), 男, 北京人, 博士, 北京航空航天大学教授、博士生导师, 主要研究方向为卫星导航系统、飞行器遥测遥控、集成电路设计、数字电视系统设计等。

霍航宇(1981-), 女, 黑龙江庆安人, 北京航空航天大学博士生, 主要研究方向为卫星导航与应用。