

# OFDMA 上行系统中基于随机集理论的多用户信道估计

景源, 牛斌, 邵滢滢

(辽宁大学 信息学院, 辽宁 沈阳 110036)

**摘 要:** 针对正交频分多址(OFDMA)上行系统, 提出一种基于随机集理论的导频辅助多用户信道估计算法。该算法利用有限随机集来建模和表示 OFDMA 上行系统中的用户状态、各用户对应的多径信道状态以及信道冲激响应等未知量, 采用贝叶斯滤波理论来描述多用户信道估计问题, 通过使用 Rao-Blackwellized 粒子滤波算法, 实现了活动用户数和信道多径数动态变化情况下的多用户时变信道估计。计算机仿真结果证明了该算法的有效性。

**关键词:** OFDMA 系统; 信道估计; 随机集; 粒子滤波

中图分类号: TN911

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2012)01-0089-07

## Multi-user channel estimation for uplink OFDMA systems based on the random-set theory

JING Yuan, NIU Bin, TAI Ying-ying

(School of Information, Liaoning University, Shenyang 110036, China)

**Abstract:** For the uplink OFDMA systems, a random-set theory based multi-user channel estimation algorithm was proposed. In the proposed algorithm, states of the users and the multi-path channels were modeled and described by a finite random set. Then the Bayes filtering was utilized to formulate the problem of multi-user channel estimation. To obtain both the accepted channel estimation performance and low computational complexity, the Rao-Blackwellized particle filtering algorithm was applied to approximately solve this Bayes filtering problem with small number of particles. Simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words:** OFDMA system; channel estimation; random set; particle filtering

### 1 引言

正交频分多址(OFDMA)以正交频分复用(OFDM)这一多载波调制技术为基础, 通过将频带划分成相互间正交的多个子载波并分配给不同用户, 实现了将频率选择性衰落信道转化为多个并行的平坦衰落子信道, 从而使得 OFDMA 系统具有抗信道衰落能力强、频谱效率高和资源分配灵活等特点<sup>[1]</sup>, 因此被多个无线通信标准所采纳。

在 OFDMA 上行系统中, 信道估计性能的好坏直接影响到多址系统的误码率等性能。近年来, 已有多项基于 OFDMA 上行系统的多用户信道估计算法被提出。文献[2]给出一种基于最小二乘(LS)准则的 OFDMA 上行多用户信道估计算法。文献[3]则是将不规则采样(irregular sampling)技术引入到信道估计算法中, 降低了信道估计算法的复杂度。与文献[2,3]不同, 文献[4]采用基扩展模型(BEM, basic expansion model)来描述时间、频率双选择性信道,

收稿日期: 2011-01-17; 修回日期: 2011-07-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61101115); 辽宁省教育厅高校科研项目(2009A301); 辽宁大学青年科研基金项目(2010LDQN02)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (61101115); The Scientific Research Fund of the Education Bureau, Liaoning Province (2009A301); The Young Scientific Research Fund of Liaoning University (2010LDQN02)

分别基于 LS 和线性最小均方误差准则提出 2 种用于 OFDMA 上行系统的信道估计算法, 并分析和给出了 BEM 模型下信道估计问题的克拉美罗下界 (CRLB)。文献[5]则是通过引入虚拟子载波技术, 利用 OFDMA 上行系统中噪声和信号子空间相互的正交性, 提出一种基于子空间的半盲信道估计算法, 实现了对多用户信道的有效估计。

通过以上分析可见, 已有这些算法通常假设 OFDMA 上行系统中的活动用户(active user)数以及多径信道长度(信道可分辨多径个数)都是固定不变的。然而在实际的无线系统中, 由于已有活动用户会消失或有新的活动用户出现<sup>[6,7]</sup>, 因此系统中活动用户数是动态变化的; 此外, 每个活动用户对应的信道多径数以及多径衰落系数也可能是时变的<sup>[8]</sup>。因此, 已有信道估计算法并未获得令人满意的性能。对于上述复杂问题, 文献[6,7]首先尝试使用随机集理论<sup>[9,10]</sup>来解决直接扩频码分多址系统的多用户检测问题, 但该文献没有考虑信道的时变特性。文献[8,11]则仅是针对单用户 MIMO-OFDM 系统, 分别利用随机集理论和粒子滤波方法解决复杂无线环境下的时变信道估计问题。

在文献[6~8]的基础上, 本文针对 OFDMA 上行系统中活动用户数和信道多径数同时动态变化这一复杂情况, 提出一种基于随机集和贝叶斯滤波理论<sup>[12]</sup>的导频辅助多用户时变信道估计算法。该算法使用有限随机集合来建模和表示活动用户状态、信道多径状态和信道冲激响应等未知量, 采用粒子滤波<sup>[13,14]</sup>方法进行逼近求解, 实现了复杂无线环境下的多用户时变信道的贝叶斯估计。

## 2 OFDMA 上行系统模型

考虑一个具有  $K$  个用户的 OFDMA 上行系统, 系统总的子载波数为  $N$ , 每个用户分配得到的子载波数为  $N_k$ , 且  $\sum_{k=1}^K N_k \leq N$ 。假设对于第  $m$  个 OFDM 发射符号, 第  $k$  个用户的频域  $N \times 1$  维发射符号向量表示为  $s_{m,k}$ ,  $s_{m,k}$  第  $n$  个元素可以定义为

$$s_{m,k,n} = \begin{cases} d_{m,k,n}, & n \in I_{k,d}, I_{k,d} \subset I_k \\ d_{m,k,n}^p, & n \in I_{k,p}, I_{k,p} \subset I_k \\ 0, & n \notin I_k \end{cases}$$

其中,  $d_{m,k,n}$  和  $d_{m,k,n}^p$  分别表示数据信号和导频信号,  $I_k$  代表用户  $k$  分配得到的子载波集合,  $I_{k,d}$  和  $I_{k,p}$  分别为  $I_k$  中的数据子载波集合和导频子载波集合。

用户发射端经过 OFDM 调制后得到的时域发射符号可以表示为  $x_{m,k} = \mathbf{W}^H s_{m,k}$ , 其中,  $(\cdot)^H$  表示共轭转置,  $\mathbf{W}$  为  $N \times N$  离散傅里叶变换(DFT)矩阵,  $\mathbf{W}$  的第  $(p,q)$  个元素可以表示为  $[\mathbf{W}]_{p,q} = 1/\sqrt{N} \cdot \exp(-j2\pi pq/N)$ ,  $0 \leq p, q \leq N-1$ 。时域符号  $x_{m,k}$  被用户端发送出去之前, 为了消除符号间干扰, 通常需要加上一个长度大于  $L_{\max}$  的循环前缀(CP), 其中,  $L_{\max}$  表示多径信道最大长度。假设系统中第  $k$  个用户对应的信道冲激响应系数为  $h_{m,k}^l$ ,  $l \in \{1, \dots, L_{\max}\}$ , 且信道状态和系数在一个 OFDM 符号内保持不变, 但随着不同的 OFDM 符号发生变化。假设接收端已实现理想同步, 则在去 CP 和 DFT 处理后, 导频子载波位置上的频域基带等效接收信号向量  $y_m$  可以表示为<sup>[1]</sup>

$$y_m = \sum_{k=1}^K \mathbf{S}_{m,k} \mathbf{W}_L \mathbf{h}_{m,k} + z_m \quad (1)$$

其中,  $z_m$  表示均值为 0、方差为  $\sigma_z^2$  的循环对称复高斯白噪声频率响应,  $\mathbf{S}_{m,k}$  表示以导频信号  $\{d_{m,k,n}^p, n \in I_{k,p}\}$  为对角元素的  $P_k \times P_k$  维对角阵,  $\mathbf{W}_L$  为  $\mathbf{W}$  在导频子载波位置上的  $P_k \times L_{\max}$  维子矩阵,  $P_k$  为导频子载波个数。此外, 式(1)中  $\mathbf{h}_{m,k} = [h_{m,k}^1, \dots, h_{m,k}^{L_{\max}}]^T$  表示信道衰落系数向量。根据文献[8,12], 通常可以采用高斯-马尔可夫模型来建模和表示时变信道冲激响应系数的动态变化。假设系统中每个用户及其多径信道间相互独立, 则第  $k$  个用户的时变信道冲激响应状态变化方程可以写为<sup>[8]</sup>

$$h_{m+1,k}^l = a h_{m,k}^l + v_h \quad (2)$$

其中, 模型系数  $a$  反映了时变信道变化快慢,  $v_h$  为均值为 0、方差为  $\sigma_v^2$  的模型驱动噪声。

## 3 基于随机集和贝叶斯滤波的信道估计算法

### 3.1 贝叶斯滤波

根据式(1)和式(2), 设  $\mathbf{h}_m = [h_{m,1}^T, \dots, h_{m,K}^T]^T$ , 可以将多用户信道估计建模为如下所示贝叶斯滤波问题<sup>[11,12]</sup>:

$$p(\mathbf{h}_m | y_{1:m}) \propto p(y_m | \mathbf{h}_m) p(\mathbf{h}_m | y_{1:m-1}) \quad (3)$$

$$p(\mathbf{h}_m | y_{1:m-1}) = \int p(\mathbf{h}_m | \mathbf{h}_{m-1}) p(\mathbf{h}_{m-1} | y_{1:m-1}) d\mathbf{h}_{m-1} \quad (4)$$

进而可以得到  $\mathbf{h}_m$  的贝叶斯估计最优解为

$$\mathbf{E}[\mathbf{h}_m | y_m] = \int \mathbf{h}_m p(\mathbf{h}_m | y_m) d\mathbf{h}_m \quad (5)$$

由于上述贝叶斯滤波通常很难得到解析解,因此可以采用粒子滤波进行逼近求解<sup>[11]</sup>。

### 3.2 用户及信道状态的随机集模型

由式(3)~式(5)可知,已有贝叶斯信道估计算法的设计前提是系统中用户数和信道多径数保持不变。然而,实际的无线系统可能存在已有活动用户消失和新活动用户出现等现象的发生;此外,每个用户对应的信道多径数也可能是时变的,即个别信道路径会消失或有新的路径产生。由文献[6~10]可知,可以考虑使用有限随机集建模和表示动态时变的用户和信道状态,利用集合理论中的“并集”、“交集”、“差集”以及集合的从属关系来描述用户及信道状态的动态变化。

假设用随机集合  $\mathcal{X}_{m,k}^l$  来表示第  $k$  个用户及其信道第  $l$  个路径的未知状态,如果在时刻  $m$  第  $k$  个用户为活动用户且其信道第  $l$  个路径有效,则定义  $\mathcal{X}_{m,k}^l = \{k, l, h_{m,k}^l\}$ ; 相反,当第  $k$  个用户不是活动用户或者第  $k$  个用户此时是活动用户但其多径信道第  $l$  个路径无效时,  $\mathcal{X}_{m,k}^l = \phi$  为一个空集合。因此,时刻  $m$  第  $k$  个用户状态及其多径信道状态可以用集合并集的方式来表示,即

$$\mathcal{X}_{m,k} = \bigcup_{l=1}^{L_{\max}} \mathcal{X}_{m,k}^l \quad (6)$$

同理,OFDMA 上行系统中所有用户及其信道状态可以表示为

$$\mathcal{X}_m = \bigcup_{k=1}^K \mathcal{X}_{m,k} = \bigcup_{k=1}^K \bigcup_{l=1}^{L_{\max}} \mathcal{X}_{m,k}^l \quad (7)$$

由式(6)和式(7)可知,随机集  $\mathcal{X}_{m,k}$  和  $\mathcal{X}_m$  分别定义于混合状态空间  $\{k\} \times \{1, \dots, L_{\max}\} \times \mathcal{C}$  和  $\{1, \dots, K\} \times \{1, \dots, L_{\max}\} \times \mathcal{C}^N$ 。因此,随机集  $\mathcal{X}_{m,k}$ ,  $\mathcal{X}_{m,k}$  和  $\mathcal{X}_m$  可以充分描述 OFDMA 上行系统中各个用户的状态,信道多径的状态和信道冲激响应。为了便于分析,定义子集合  $\Omega^u(\mathcal{X}_{m,k})$ 、 $\Omega^p(\mathcal{X}_{m,k})$  和  $\Omega^h(\mathcal{X}_{m,k}^l)$  分别为  $\mathcal{X}_{m,k}$  在  $\{k\}$ 、 $\{1, \dots, L_{\max}\}$  和  $\mathcal{C}$  上的投影。因此,当表征用户状态的  $\Omega^u(\mathcal{X}_{m,k})$  和表征用户信道多径状态的  $\Omega^p(\mathcal{X}_{m,k})$  已知时,第  $k$  个用户对应的信道冲激响应可以用随机子集  $\Omega^h(\mathcal{X}_{m,k}) = \bigcup_{k \in \Omega^u(\mathcal{X}_{m,k}), l \in \Omega^p(\mathcal{X}_{m,k})} \{h_{m,k}^l\}$  来表示。同理,所有用户状态及其对应信道状态也可以通过子集合  $\Omega^u(\mathcal{X}_m)$  ( $\mathcal{X}_m$  在  $\{1, \dots, K\}$  上的投影),  $\Omega^p(\mathcal{X}_m)$  ( $\mathcal{X}_m$  在  $\{1, \dots, L_{\max}\}$  上的投影)和

$\Omega^h(\mathcal{X}_m) = \bigcup_{\{k,l\}^T \in (\Omega^u(\mathcal{X}_m) \cup \Omega^p(\mathcal{X}_m))} \{h_{m,k}^l\}$  来表示。

### 3.3 基于随机集模型的贝叶斯滤波

上节描述了如何利用随机集合  $\mathcal{X}_m$  来建模和表示 OFDMA 上行系统中的各用户状态及其信道多径状态,根据文献[9,10],式(3)、式(4)所示贝叶斯滤波可以相应改写为

$$p(\mathcal{X}_m | y_{1:m}) \propto p(y_m | \mathcal{X}_m) p(\mathcal{X}_m | y_{1:m-1}) \quad (8)$$

$$p(\mathcal{X}_m | y_{1:m-1}) = \int p(\mathcal{X}_m | \mathcal{X}_{m-1}) p(\mathcal{X}_{m-1} | y_{1:m-1}) \delta \mathcal{X}_{m-1} \quad (9)$$

其中,  $\delta \mathcal{X}_{m-1}$  表示集合积分<sup>[9]</sup>,似然分布  $p(y_m | \mathcal{X}_m)$  可以由式(1)中的噪声分布给出,状态转移分布  $p(\mathcal{X}_m | \mathcal{X}_{m-1})$  的计算下面通过随机集模型来加以描述。

根据式(6)、式(7),假设由时刻  $m-1$  到  $m$ ,系统中仍然存在的活动用户由随机集  $A_m(\mathcal{X}_{m-1})$  来表示,新出现的活动用户由随机集  $B_m$  表示,则  $\mathcal{X}_m$  可以表示为

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_m &= A_m(\mathcal{X}_{m-1}) \cup B_m \\ &= \left( \bigcup_{k=1}^K \bigcup_{l=1}^{L_{\max}} A_{m,k}^l(\mathcal{X}_{m-1,k}^l) \right) \cup \left( \bigcup_{k=1}^K \bigcup_{l=1}^{L_{\max}} B_{m,k}^l \right) \quad (10) \end{aligned}$$

其中,  $|\cdot|$  表示集合基数。同时,本文假设: 1) 时刻  $m$  未消失的活动用户都是来自时刻  $m-1$  的活动用户,即  $A_m(\mathcal{X}_m) \subseteq \mathcal{X}_{m-1}$ ; 2) 时刻  $m$  未消失的活动用户不可能成为新出现的活动用户,即  $\Omega^u(\mathcal{X}_{m-1}) \cap \Omega^u(B_m) = \phi$ ; 3) 时刻  $m$  未消失的活动用户其信道多径不可能成为新出现活动用户的信道路径,即  $\Omega^p(\mathcal{X}_{m-1}) \cap \Omega^p(B_m) = \phi$ 。

由 3.2 节中所述和以上分析可知,给定随机集  $\mathcal{X}_{m-1}$ ,式(10)中的  $A_m(\mathcal{X}_{m-1})$  可以表示为

$$A_m(\mathcal{X}_{m-1}) = \Omega^u(A_m(\mathcal{X}_{m-1})) \cup \Omega^p(A_m(\mathcal{X}_{m-1})) \cup \Omega^h(A_m(\mathcal{X}_{m-1})) \quad (11)$$

同理,式(10)中的  $B_m$  可以表示

$$B_m = \Omega^u(B_m) \cup \Omega^p(B_m) \cup \Omega^h(B_m) \quad (12)$$

根据式(10)~式(12),随机集  $\mathcal{X}_m$  的状态转移函数  $p(\mathcal{X}_m | \mathcal{X}_{m-1})$  可以表示为

$$p(\mathcal{X}_m | \mathcal{X}_{m-1}) = p(\Omega^u(\mathcal{X}_m) | \Omega^u(\mathcal{X}_{m-1})) \cdot$$

$$p(\Omega^p(\mathcal{X}_m) | \Omega^p(\mathcal{X}_{m-1}), \Omega^u(\mathcal{X}_{m-1,m})) \cdot$$

$$p(\Omega^h(\mathcal{X}_m) | \Omega^h(\mathcal{X}_{m-1}), \Omega^u(\mathcal{X}_{m-1,m}), \Omega^p(\mathcal{X}_{m-1,m})) \quad (13)$$

其中,  $p(\Omega^u(\mathcal{X}_m) | \Omega^u(\mathcal{X}_{m-1}))$  反映了系统中活动用户状态的转移变化;  $p(\Omega^p(\mathcal{X}_m) | \Omega^p(\mathcal{X}_{m-1}), \Omega^u(\mathcal{X}_{m-1,m}))$

反映了活动用户状态已知情况下，其多径信道状态的转移变化： $p(\Omega^h(\mathcal{R}_m) | \Omega^h(\mathcal{R}_{m-1}), \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1,m}), \Omega^p(\mathcal{R}_{m-1,m}))$  表示当用户及其信道多径状态已知时信道冲激响应的状态变化。这 3 个条件概率密度函数的详细计算如附录所示。

通过以上分析和推导，式(9)中的  $p(\mathcal{R}_m | \mathcal{R}_{m-1})$  可由式(13)和附录中式(17)~式(22)计算得到，进而可以实现由式(8)、式(9)所示的基于随机集的贝叶斯多用户信道估计。

### 3.4 基于粒子滤波的贝叶斯信道估计

由文献[10,12]可知，贝叶斯滤波通常无法得到解析解，因此可以采用粒子滤波的方法根据未知状态后验分布来逼近状态真实值。对于式(8)、式(9)所示的随机集模型，根据文献[13]中重要性重采样(SIR)算法以及文献[8]所述可得

$$p(\mathcal{R}_m | y_{1:m}) \approx \sum_{i=1}^{N_p} w_m^{(i)} m_{\mathcal{R}_m^{(i)}}(\mathcal{R}_m) \quad (14)$$

其中， $w_m^{(i)}$  表示重要性权值， $m_{\mathcal{R}_m^{(i)}}(\mathcal{R}_m)$  表示集合  $\mathcal{R}_m$  的狄拉克测度<sup>[8]</sup>。

如文献[8,10]所述，粒子滤波算法的状态估计精度和复杂度与未知状态维数成正比，因此 SIR 算法需要使用大量采样粒子来确保信道估计的精度。由式(1)可以看出， $y_m$  分别为  $h_{m,k}^i$  的线性观测量，以及  $\Omega^u(\mathcal{R}_m)$  和  $\Omega^p(\mathcal{R}_m)$  的非线性观测量。因此可以采用文献[14]中的 Rao-Blackwellized(R-B)粒子滤波算法求解式(8)、式(9)，以降低粒子滤波信道估计算法的计算复杂度。综合以上分析，本文提出的基于随机集的 OFDMA 上行多用户信道估计算法算法 1 所示。

**算法 1** 基于随机集理论的多用户信道估计

1) 令  $m = m + 1$ ， $i = 1, 2, \dots, N_p$

2) 根据先验分布进行重要性采样：

$$\{\Omega^u(\hat{\mathcal{R}}_m^{(i)}), \Omega^p(\hat{\mathcal{R}}_m^{(i)})\} \sim p(\cdot | \Omega^u(\hat{\mathcal{R}}_{m-1}^{(i)}), \Omega^p(\hat{\mathcal{R}}_{m-1}^{(i)}));$$

3) 计算重要性权值及其归一化形式：

$$w_m^{(i)} = w_{m-1}^{(i)} p(y_m | \Omega^u(\hat{\mathcal{R}}_m^{(i)}), \Omega^p(\hat{\mathcal{R}}_m^{(i)}), y_{1:m-1}),$$

$$\tilde{w}_m^{(i)} = w_m^{(i)} / \sum_{i=1}^{N_p} w_m^{(i)};$$

4) 重采样<sup>[13]</sup>；

5) 得到新的状态估计采样粒子及权值：

$$\{\Omega^u(\hat{\mathcal{R}}_m^{(i)}), \Omega^p(\hat{\mathcal{R}}_m^{(i)}), w_m^{(i)}\}_{i=1}^{N_p};$$

6) Kalman 估计得到信道冲激响应估计值  $\hat{h}_m$ ：

$$M_{mlm-1}^{(i)} = A_m^{(i)} M_{m-1}^{(i)} (A_m^{(i)})^H + V_m^{(i)} (V_m^{(i)})^H$$

$$K_m^{(i)} = M_{mlm-1}^{(i)} S_m^H (\sigma_z^2 I + S_m M_{mlm-1}^{(i)} S_m^H)^{-1}$$

$$\hat{h}_m^{(i)} = A_m^{(i)} \hat{h}_{m-1}^{(i)} + K_m^{(i)} (y_m - S_m A_m^{(i)} \hat{h}_{m-1}^{(i)})$$

$$M_m^{(i)} = (I - K_m^{(i)} S_m) M_{mlm-1}^{(i)}$$

$$\hat{h}_m = E[\hat{h}_m^{(i)}]$$

注：根据式(2)，算法 1 第 6)步中的  $KL_{\max} \times KL_{\max}$  维矩阵  $A_m^{(i)}$  和  $V_m^{(i)}$  在  $(k_1 l_1, k_2 l_2)$  位置的元素分别为

$$A_m^{(i)} [k_1 l_1, k_2 l_2] = \begin{cases} a, & \{l_1, l_2, k_1, k_2\} \in C_1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$V_m^{(i)} [k_1 l_1, k_2 l_2] = \begin{cases} \sqrt{1-a^2} \sigma_h, & \{l_1, k_1, l_2, k_2\} \in C_1 \\ \sigma_h, & \{l_1, k_1, l_2, k_2\} \in C_2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中， $C_1$  表示  $\{k_1 = k_2 \in (\Omega^u(\hat{\mathcal{R}}_m^{(i)}) \cap \Omega^u(\hat{\mathcal{R}}_{m-1}^{(i)}), l_1 = l_2 \in (\Omega^p(\hat{\mathcal{R}}_m^{(i)}) \cap \Omega^p(\hat{\mathcal{R}}_{m-1}^{(i)})\}$  的情况； $C_2$  表示  $\{k_1 = k_2 \in (\Omega^u(\hat{\mathcal{R}}_m^{(i)}) \setminus \Omega^u(\hat{\mathcal{R}}_{m-1}^{(i)}), l_1 = l_2 \in (\Omega^p(\hat{\mathcal{R}}_m^{(i)}) \setminus \Omega^p(\hat{\mathcal{R}}_{m-1}^{(i)})\}$  的情况。

### 3.5 计算复杂度分析

算法 1 由于随机集和粒子滤波本身的特性，一般很难准确给出其计算复杂度的明确表达式<sup>[9-14]</sup>。根据文献[11,12]，设  $N_x$  为未知状态随机集合中的元素个数，大致可以估算出 SIR 算法和 Kalman 算法的计算复杂度分别为  $O(N_x N_p)$  和  $O(N_x^2)$ 。在最坏情况下(即所有用户均为活动用户，且每个活动用户的信道多径数都为最大值  $L_{\max}$ )，假设用  $N_\Omega = K + KL_{\max}$  表示随机集合  $\{\Omega^u(\mathcal{R}_m), \Omega^p(\mathcal{R}_m)\}$  中元素个数的最大可能值，用  $N_h = KL_{\max}$  表示相应的信道冲激响应系数随机集合  $\Omega^h(\mathcal{R}_m)$  中的元素个数，则算法 1 中算法的计算复杂度主要为重要性重采样和 Kalman 滤波 2 部分之和： $O(N_\Omega N_p) + O(N_p N_h^2)$ 。因此，在最坏情况下，本文算法计算复杂度可能达到最大值的数量级为  $O(N_p N_h^2) = O(N_p (KL_{\max})^2)$ 。

## 4 仿真实验结果与讨论

在本文的计算机仿真实验中，假设 OFDMA 上行系统中共有 128 个子载波，调制方式为 QPSK，可允许的最大活动用户数为 4，每个用户分配得到的子载波数为  $N_k = 32$ ，仿真系统中未使用信道编码。此外，设信噪比等于基站接收端接收信号与噪声信号的功率比；无线信道采用高斯—马尔可夫模

型, 即信道冲激响应系数  $\{h_{m,k}^l\} \sim CN(h_{m,k}^l; 0, \sigma_h^2)$ , 其状态变化满足  $\{h_{m,k}^l | h_{m-1,k}^l\} \sim CN(h_{m,k}^l; ah_{m-1,k}^l, (1-a^2)\sigma_h^2)$ , 其中,  $CN(h_{m,k}^l; 0, \sigma_h^2)$  表示均值为 0、方差为  $\sigma_h^2$  的复高斯分布,  $a=0.999$ , 信道最大多径数  $L_{\max}=3$ . 仿真实验中, 本文算法使用的粒子数为 20, 每个用户使用  $P_k$  个导频信号等间隔的均匀分布在子载波集合中, 导频信号使用文献[15]中方法产生. 由于本文算法未对载波分配方法做任何假设, 因此仿真实验以交织子载波分配方案<sup>[1]</sup>为例.

#### 4.1 活动用户数和信道多径数同时动态变化

假设多径信道每个路径的产生概率和消失概率分别为  $P_{\text{birth}}^p=0.05$ ,  $P_{\text{death}}^p=0.05$ ; 已有活动用户的消失概率  $P_{\text{death}}^u=0.2$ , 出现新的活动用户概率  $P_{\text{birth}}^u=0.2$ , 当活动用户数达到上行系统中的最大用户数时, 不再有新的活动用户产生. 本文算法、LS 算法和 OPTI-PF 粒子滤波算法<sup>[11]</sup>的信道估计均方误差(MSE<sub>f</sub>)和相应的误码率(BER)比较如图 1 所示, 其中 MSE<sub>f</sub> 定义为

$$MSE_f = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N |H_{m,n,k} - \hat{H}_{m,n,k}|^2}{MKN} \quad (15)$$

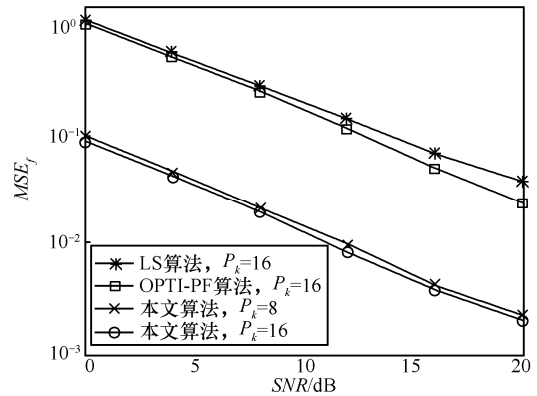
其中,  $H_{m,n,k}$  为时刻  $m$  用户  $k$  在子载波  $n$  上的信道频率响应值,  $\hat{H}_{m,n,k}$  为相应的估计值.

由图 1 可以看出, 本文算法利用随机集合方法对用户和信道多径状态进行建模和估计, 而 LS 和 OPTI-PF 算法未考虑用户和信道多径数的时变特性, 因此本文算法的信道估计和 BER 性能明显好于其他 2 种算法.

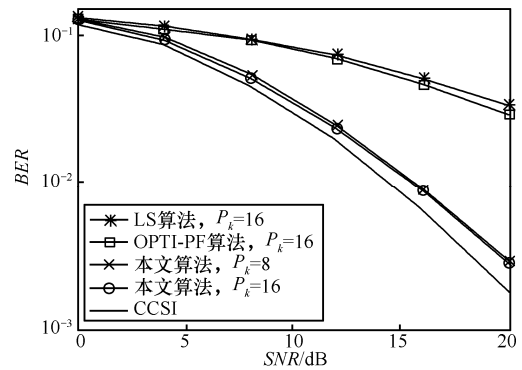
此外, 图 2、图 3 给出了 100 个 OFDM 符号间隔内, 分别使用本文算法和 LS 信道估计算法得到的用户 1 和用户 2 的信道跟踪结果(SNR=20dB,  $P_k=16$ ). 由图 2、图 3 可以看出, 用户 1 并非在 100 个 OFDM 符号间隔内都是活动用户, 而是在第 83 个 OFDM 符号附近消失; 与用户 1 不同, 用户 2 则是在第 31 个 OFDM 符号时刻才开始成为活动用户; 此外, 用户 1 和 2 各自的信道多径数也是动态变化的.

通过图 2、图 3(a)和图 3(b)的对比可以明显看出, 本文算法可以有效地检测出各个用户及其信道路径的状态变化, 进而实现对信道冲激响应的准确估计. 相反, 由于 LS 信道估计算法默认所有用户都为活动用户, 且用户数和信道多径数保持不变, 因此

当活动用户已经消失或活动用户信道多径数发生变化时, LS 算法仍对其信道每个路径的衰落系数进行估计, 从而无法获得较好的信道跟踪效果.

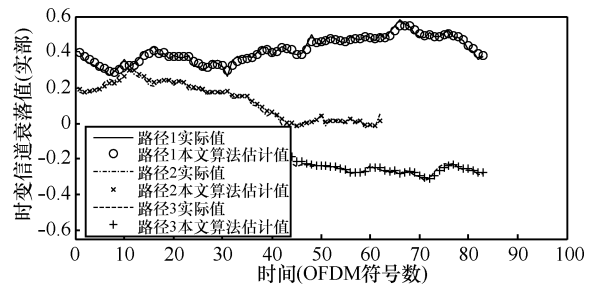


(a) MSE 性能

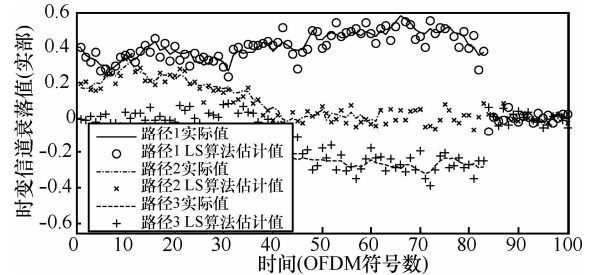


(b) BER 性能

图 1 活动用户数和信道多径数动态变化情况下, 3 种信道估计算法性能比较

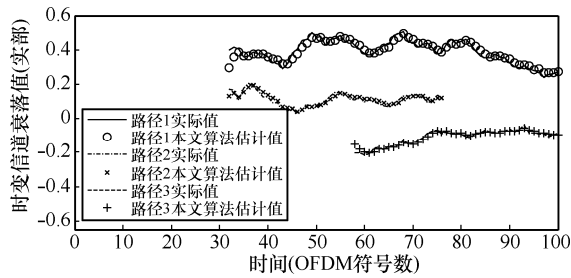


(a) 基于本文算法的用户 1 信道跟踪效果

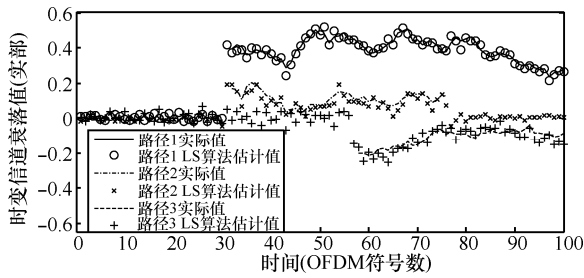


(b) 基于 LS 信道估计算法的用户 1 信道跟踪效果

图 2 用户 1 信道跟踪效果比较



(a) 基于本文算法的用户 2 信道跟踪效果



(b) 基于 LS 信道估计算法的用户 2 信道跟踪效果

图 3 用户 2 信道跟踪效果比较

### 4.2 本文算法估计性能与后验克拉美罗界(PCRB)

如算法 1 所示, 本文算法采用递归状态估计的方式对每一时刻的信道状态进行实时估计。文献[16]给出这一类递归状态估计算法的 PCRB 求解方法。时刻  $m$  信道冲激响应状态估计均方误差定义如式(16)所示, 则本文算法的信道估计均方误差与 PCRB 的比较如图 4 所示( $SNR=20\text{dB}$ ,  $P_k=16$ )。

$$MSE_m = E \left[ \sum_{k \in \Omega^u(\mathfrak{R}_m), l \in \Omega^p(\mathfrak{R}_m)} |h_{m,k}^l - \hat{h}_{m,k}^l|^2 \middle| y_{1:m}, \Omega^u(\mathfrak{R}_m), \Omega^p(\mathfrak{R}_m) \right] \quad (16)$$

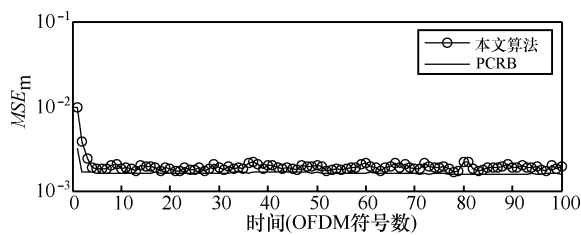


图 4 本文算法与 PCRB 比较

由图 4 可以看出, 由于本文算法是采用粒子滤波来逼近贝叶斯最优解, 因此信道冲激响应均方误差基本接近于 PCRB 曲线。

### 4.3 采样粒子数对本文算法性能影响

本文算法估计性能随采样粒子数变化的曲线如图 5 所示( $SNR=20\text{dB}$ ,  $P_k=16$ )。由图 5 可以看出, 本文算法的估计均方误差随着粒子数的增多快速

收敛, 因此使用少量的粒子就可以实现对多用户信道的准确估计。

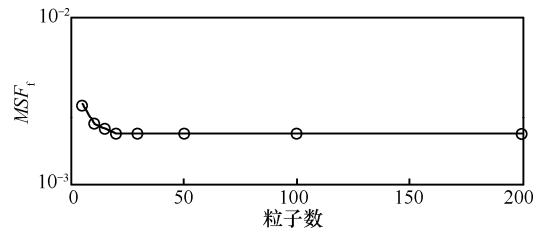


图 5 本文算法中采样粒子数对信道估计性能的影响

### 4.4 快时变信道下本文算法性能

在快时变信道下(即归一化多普勒衰减率为 0.01), 本文算法信道估计性能随活动用户概率  $P_{\text{birth}}^u$  和信道多径分量有效概率  $P_{\text{birth}}^p$  的变化情况如图 6 所示( $SNR=20\text{dB}$ )。  $P_{\text{birth}}^u$  和  $P_{\text{birth}}^p$  的值越大, 表明系统中活动用户数和信道路径数变化的几率越大。由图 6 可知, 当活动用户数和信道多径数的变化率增大时, 本文算法的信道估计性能未发生明显下降。

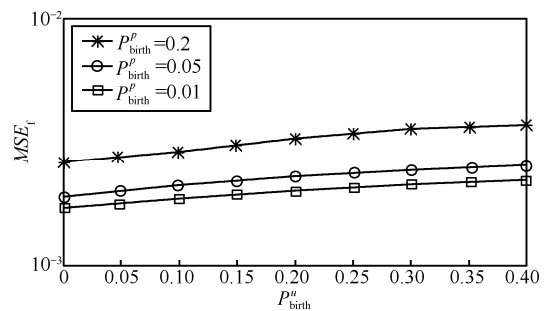


图 6 快时变信道下本文算法的信道估计性能

## 5 结束语

本文提出一种基于 OFDMA 上行系统的多用户时变信道估计算法。该算法利用随机集和贝叶斯滤波理论对多用户信道估计问题进行建模, 采用 R-B 粒子滤波算法实现多用户信道估计。由于本文算法采用有限随机集合表示用户状态、信道多径状态以及信道衰落系数, 因此在活动用户数和信道多径数动态变化的情况下, 仍能实现对时变信道的准确估计。仿真实验结果表明, 与已有的 LS 等信道估计算法相比, 本文算法在复杂无线环境下具有更好的信道估计和 BER 性能。

### 附录: 式(13)的计算方法

在附录中, 主要给出式(13)的计算方法。假设由时刻  $m-1$  到  $m$  活动用户的消失概率为  $P_{\text{death}}^u$ , 出现新的活动用户的概率

为  $P_{\text{birth}}^u$ , 信道的路径消失概率为  $P_{\text{death}}^u$ , 产生新的路径的概率为  $P_{\text{birth}}^p$ 。设  $\bar{\Omega}^u(\mathcal{R}_m) = \Omega^u(\mathcal{R}_m) \cap \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1})$ ,  $\tilde{\Omega}^u(\mathcal{R}_m) = \Omega^u(\mathcal{R}_m) \setminus \bar{\Omega}^u(\mathcal{R}_m)$ , 由式(10)~式(12)可知, 式(13)中

$$\begin{aligned} & p(\Omega^u(\mathcal{R}_m) | \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1})) \\ &= p(\bar{\Omega}^u(\mathcal{R}_m) | \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1})) \times p(\tilde{\Omega}^u(\mathcal{R}_m) | \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1})) \\ &= (1 - P_{\text{death}}^u)^{|\bar{\Omega}^u(\mathcal{R}_m)|} (P_{\text{death}}^u)^{|\Omega^u(\mathcal{R}_{m-1})| - |\bar{\Omega}^u(\mathcal{R}_m)|} \\ & \quad (P_{\text{birth}}^u)^{|\Omega^u(\mathcal{R}_m) \setminus \bar{\Omega}^u(\mathcal{R}_m)|} (1 - P_{\text{birth}}^u)^{K - |\Omega^u(\mathcal{R}_{m-1})| - |\tilde{\Omega}^u(\mathcal{R}_m)|} \end{aligned} \quad (17)$$

同理, 设  $\bar{\Omega}^p(\mathcal{R}_m) = \Omega^p(\mathcal{R}_m) \cap \Omega^p(\mathcal{R}_{m-1})$ ,  $\tilde{\Omega}^p(\mathcal{R}_m) = \Omega^p(\mathcal{R}_m) \setminus \bar{\Omega}^p(\mathcal{R}_m)$ , 可得

$$\begin{aligned} & p(\Omega^p(\mathcal{R}_m) | \Omega^p(\mathcal{R}_{m-1}), \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1:m})) \\ &= p(\bar{\Omega}^p(\mathcal{R}_m) | \Omega^p(\mathcal{R}_{m-1}), \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1:m})) \cdot \\ & \quad p(\tilde{\Omega}^p(\mathcal{R}_m) | \Omega^p(\mathcal{R}_{m-1}), \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1:m})) \end{aligned} \quad (18)$$

其中,  $p(\bar{\Omega}^p(\mathcal{R}_m) | \Omega^p(\mathcal{R}_{m-1}), \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1:m}))$  表征时刻  $m-1$  到  $m$  未消失活动用户其对应信道所有多径中未消失路径的状态变化, 其值为

$$\begin{aligned} & p(\bar{\Omega}^p(\mathcal{R}_m) | \Omega^p(\mathcal{R}_{m-1}), \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1:m})) \\ &= \prod_{k \in \bar{\Omega}^p(\mathcal{R}_m)} p(\bar{\Omega}^p(\mathcal{R}_{m,k}) | \Omega^p(\mathcal{R}_{m-1,k}), \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1:m,k})) \end{aligned} \quad (19)$$

其中,  $p(\bar{\Omega}^p(\mathcal{R}_{m,k}) | \Omega^p(\mathcal{R}_{m-1,k}), \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1:m,k}))$  表示第  $k$  个活动用户状态已知条件下其信道的多径状态变化。假设多径信道各路径间相互统计独立, 则

$$\begin{aligned} & p(\bar{\Omega}^p(\mathcal{R}_{m,k}) | \Omega^p(\mathcal{R}_{m-1,k}), \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1:m,k})) \\ &= (P_{\text{death}}^p)^{|\Omega^p(\mathcal{R}_{m-1,k})| - |\bar{\Omega}^p(\mathcal{R}_{m,k})|} (1 - P_{\text{death}}^p)^{|\bar{\Omega}^p(\mathcal{R}_{m,k})|} \end{aligned} \quad (20)$$

此外, 式(18)中的  $p(\tilde{\Omega}^p(\mathcal{R}_m) | \Omega^p(\mathcal{R}_{m-1}), \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1:m}))$  表示时刻  $m$  新出现活动用户的信道多径状态, 同理可得

$$\begin{aligned} & p(\tilde{\Omega}^p(\mathcal{R}_m) | \Omega^p(\mathcal{R}_{m-1}), \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1:m})) \\ &= \prod_{k \in \tilde{\Omega}^p(\mathcal{R}_m) \setminus \bar{\Omega}^p(\mathcal{R}_m)} p(\tilde{\Omega}^p(\mathcal{R}_{m,k}) | \Omega^p(\mathcal{R}_{m-1,k}), \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1:m,k})) \\ &= \prod_{k \in \tilde{\Omega}^p(\mathcal{R}_m) \setminus \bar{\Omega}^p(\mathcal{R}_m)} (P_{\text{birth}}^p)^{|\Omega^p(\mathcal{R}_{m-1,k}) \setminus \bar{\Omega}^p(\mathcal{R}_{m,k})|} (1 - P_{\text{birth}}^p)^{L_{\text{max}} - |\Omega^p(\mathcal{R}_{m-1,k})| - |\tilde{\Omega}^p(\mathcal{R}_{m,k})|} \end{aligned} \quad (21)$$

此外, 式(13)中等号右侧的  $p(\Omega^h(\mathcal{R}_m) | \Omega^h(\mathcal{R}_{m-1}), \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1:m}), \Omega^p(\mathcal{R}_{m-1:m}))$  表示当用户状态及其信道多径状态已知条件下信道冲激响应的状态转移函数, 根据式(2)可得

$$\begin{aligned} & p(\Omega^h(\mathcal{R}_m) | \Omega^h(\mathcal{R}_{m-1}), \Omega^u(\mathcal{R}_{m-1:m}), \Omega^p(\mathcal{R}_{m-1:m})) \\ &= \prod_{k \in \bar{\Omega}^h(\mathcal{R}_m), l \in \bar{\Omega}^p(\mathcal{R}_{m,k})} p(h_{m,k}^l | h_{m-1,k}^l) \times \prod_{k \in \tilde{\Omega}^h(\mathcal{R}_m), l \in \tilde{\Omega}^p(\mathcal{R}_{m,k})} p(h_{m,k}^l) \end{aligned} \quad (22)$$

参考文献:

- [1] WONG C Y, CHEN R S, LATAIEF K B, *et al.* Multiuser OFDM with adaptive subcarrier, bit, and power allocation[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1999, 17(10): 1747-1758.
- [2] HAYASHI K, SAKAI H. Uplink channel estimation for OFDMA system[A]. Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Audio and Speech Signal Processing[C]. Honolulu, Hawaii, USA, 2007.
- [3] FERTELLI P, MATZ G. Multi-user channel estimation in OFDMA systems based on irregular sampling and reduced pilot overhead[A]. Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Audio and Speech Signal Processing[C]. Honolulu, Hawaii, USA, 2007.
- [4] RABBI M F, HOU S W, KO C C. Basis expansion model (BEM) based channel estimation for OFDMA uplink transmission[A]. Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Communication Systems[C]. Guangzhou, China, 2008.
- [5] HUANG W C, PAN C H, LI C P, *et al.* Subspace-based semi-blind channel estimation in uplink OFDMA systems[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2010, 56(1):58-65.
- [6] BIGLIERI E and LOPS M. Multiuser detection in a dynamic environment. part I: user identification and data detection[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(9):3158-3170.
- [7] ANGELOSANTE D, BIGLIERI E, LOPS M. Multiuser detection in a dynamic environment. part II: joint user identification and parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(5):2365-2374.
- [8] ANGELOSANTE D, BIGLIERI E, LOPS M. Sequential estimation of multipath MIMO-OFDM channels[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(8):3167-3181.
- [9] MAHLER R P S. Multi-target Bayes filtering via first-order multi-target moments[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4):1152-1178.
- [10] MAHLER R P S. Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion[M]. Boston, MA: Artech House, 2007.
- [11] 景源, 殷福亮, 曾硕. 基于粒子滤波的 MIMO-OFDM 时变信道半盲估计[J]. 通信学报, 2007, 28(8): 67-75.  
JING Y, YIN F L, ZENG S. Particle filtering based semi-blind estimation for MIMO-OFDM time-varying channel[J]. Journal on Communications, 2007, 28(8): 67-75.
- [12] HAYKIN S, HUBER K, CHEN Z. Bayesian sequential state estimation for MIMO wireless communications[J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 439-455.
- [13] DOUCET A, WANG X D. Monte Carlo methods for signal processing: a review in the statistical signal processing context[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2005, 22(6): 1053-5888.
- [14] DOUCET A, FREITAS N, MURPHY K, *et al.* Rao-Blackwellised particle filtering for dynamic Bayesian networks[A]. The 16th Annual Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence[C]. San Francisco, CA, 2000.

(下转第 101 页)