

# 频率选择 MIMO 信道多用户块传输 SCFDE 系统的联合波束成形

徐立洲, 姜建, 丁盛, 王营冠

(中国科学院 无线传感网与通信重点实验室, 上海 200050)

**摘要:** 对频率选择多入多出信道多用户场景下块传输单载波频域均衡系统联合波束成形的问题进行了研究。首先将频域波束成形转化为时域成形滤波。在时域模型中给出了频域最小均方误差均衡后各接收节点判决处的信干噪比; 在使每个接收节点都满足给定服务质量要求的约束下, 将非凸的二阶约束二次优化问题通过松弛约束条件转化为凸半正定优化问题求解, 从而得到一组最佳波束成形系数, 使所有发射节点的发射功率最小化。仿真表明所有发射节点的总发射功率随模型不同设置表现有规律地变化。

**关键词:** 波束成形; 凸优化; 多用户; 多入多出; 单载波频域均衡

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2012)02-0053-08

## Joint beamforming for multiuser SCFDE block transmission system in frequency selective MIMO channels

XU Li-zhou, JIANG Jian, DING Sheng, WANG Ying-guan

(Key Laboratory of Wireless Sensor Network & Communication, CAS, Shanghai 200050, China)

**Abstract:** Single carrier frequency domain equalization (SCFDE) joint beamforming in frequency selective multiple input multiple output (MIMO) channels under the multi-user scenario was analyzed. Firstly, the frequency domain beamforming was transformed to a time domain filtering beamforming. By using the time domain model, the signal to interference plus noise (SINR) expression of every receiver at the decision point was shown after the frequency domain minimum mean square error (MMSE) equalization. Under a given quality of service (QoS) constraint of every receiver, the optimal beamforming coefficients minimizing the total transmitted power from all transmitters were found through solving a convex semidefinite programming (SDP) problem relaxed from a nonconvex quadratically constrained quadratic programming (QCQP) problem. Simulation demonstrates that the total transmitted power from all transmitters varies regularly with different settings deployed by the model.

**Key words:** beamforming; convex optimization; multi-user; multiple input multiple output; single carrier frequency domain equalization

### 1 引言

高速无线通信中, 信号易受频率选择性衰落的影响, 在抵抗频率选择性衰落的技术中块传输单载波频域均衡(SCFDE, single carrier frequency domain

equalization)<sup>[1]</sup>凭借峰均比低、对频偏敏感度低与均衡结构简单<sup>[2]</sup>的优点已经成为了可与正交频分复用(OFDM, orthogonal frequency division multiplexing)相比的宽带传输技术。

多入多出(MIMO, multiple input multiple out-

收稿日期: 2011-01-18; 修回日期: 2011-04-21

基金项目: 国家科技重大专项基金资助项目(2009ZX03006-003, 2009ZX03006-004)

Foundation Item: The National Science and Technology Major Project of China (2009ZX03006-003, 2009ZX03006-004)

put) 技术可增加频谱效率并提高数据速率, 进而提供了在空间上进行分集与复用的形式<sup>[3]</sup>。在一些频率选择性 MIMO 信道中 SCFDE 与多天线结合显示出了良好的性能<sup>[4]</sup>。为了获得 MIMO 信道最佳的分集增益, 发射机会采用一些信号处理的方法: 当发射端未知信道状态信息 (CSI, channel state information) 时, 一般使用空时编码 (STBC, space time block coding,) 提高接收端的误码性能; 当发射端已知信道状态信息时, 会利用发射波束成形 (TBF, transmit beam forming) 来提高接收端的信噪比 (SNR, signal to noise ratio) 改善接收端的误码性能; 文献[5~7]介绍了单用户场景中由若干中继节点构成分布式 MIMO 时网络波束成形在平坦衰落信道下的形式以及实现方法, 其中, 文献[5]对接收信噪比表达式采用函数分析的方法得到成形系数; 文献[6,7]以最大化接收信噪比为目标使用简单的最大特征值方式得到成形系数。文献[8]介绍了频率选择性多入单出 (MISO, multiple input single output) 信道下 SCFDE 的波束成形问题, 该文以最小化接收误码率为目将波束成形系数分为模值和辐角, 用最大化调和平均数 (MHM, maximize harmonic mean) 的方法得到各个系数的模值, 而成形系数辐角与信道辐角相抵消。

最近, 凸优化 (convex optimization) 方式下的分布式 MIMO 波束成形得到了快速发展, 文献[9]介绍了凸优化方式下波束成形在不同目标函数与约束条件下优化问题的标准形式与解决办法。当系统中存在多用户或多个通信对的情况下, 接收节点还会受到来自其他用户的干扰, 此时波束成形用来提高接收处的信干噪比 (SINR, signal to interference plus noise ratio)。文献[10,11]介绍了在多用户平坦衰落信道下中继节点构成分布式 MIMO 时的波束成形, 这些文献以最小化单节点发射功率或最小化整体发射功率为目标, 以接收端满足给定信干噪比为约束条件建立出二阶锥优化 (SOCP, second order cone programming) 或半正定优化 (SDP, semi definite programming) 问题, 利用内点法 (interior point method) 求解。

在频率选择性信道下, 一些波束成形则表现为时域滤波。文献[12]介绍了频选信道下中继构成分布式 MIMO 时多用户单载波系统时域波束成形滤波的结构, 该文使用与<sup>[10,11]</sup>相同的系统模型, 通过时域信号分析得到接收端信干噪比, 然后解凸 SDP

问题得到波束成形系数。文献[13]介绍了 MIMO-OFDM 系统的时域波束成形, 该文通过优化载波信道容量并采用迭代的方法解决优化问题得到时域波束成形系数。

通过对已有工作的了解, 发现大多数工作都是建立在平坦衰落中继分布式 MIMO 信道的基础上, 对频选信道中单载波系统波束成形技术的研究不多, 此信道下的研究对象大多集中于 OFDM, 并且在凸优化的方式下对多用户联合波束成形模型的研究也很少。基于这样的情况, 本文希望在以往研究基础上尝试建立一个新颖的频率选择 MIMO 信道下多用户单载波频域均衡系统模型, 系统包含多组发射接收节点对, 其中发射节点配备多天线而每个接收节点只配备一根天线。本文期望解决一个使用波束成形对系统发射端信号进行预处理以使各接收节点判决处信号的信噪比在满足一定服务质量要求条件下让所有发射节点总发射功率尽量小的问题。文章首先将频域波束成形转化到时域, 这样可使成形系数的数目减少, 并在时域建立各个接收节点判决处信噪比的模型, 从而使整个问题转化为二阶约束二次规划问题 (QCQP, quadratically constrained quadratic program)。最后通过对 QCQP 问题的变换与约束条件的松弛, 形成一个半正定规划 (SDP) 问题, 最终完成求解。

本文工作共分为 4 部分: 第 2 部分介绍频率选择性 MIMO 信道下多用户单载波频域均衡系统波束成形的基本模型; 第 3 部分介绍在已知模型的基础上将接收节点最小化总发射功率的问题转换成凸优化问题的方法, 并求解此问题获得系统发射节点波束成形系数; 第 4 部分给出本文的仿真结果及分析; 第 5 部分是结束语。

标记法:  $[ ]^T$   $[ ]^H$   $[ ]^*$  分别表示矩阵转置、酉转置以及共轭;  $\mathbf{I}_N$  表示  $N \times N$  维单位矩阵;  $[A]_{ij}$  表示矩阵  $A$  的第  $i$  行第  $j$  列的元素;  $E[ ]$  表示取期望;  $[l]_{\text{mod}(N)}$  表示对  $N$  取模;  $\text{diag}(\mathbf{A})$  表示对角线元素为向量  $\mathbf{A}$  的方阵;  $\text{Tr}_0[A]$  表示  $N \times N$  维方阵  $A$  主对角线上元素的和;  $\text{Tr}_n[A]$  表示  $N \times N$  维方阵  $A$  第  $n$  个子对角线与第  $n-N$  个子对角线上元素的和, 其中,  $n \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ ;  $\otimes$  表示 kronecker 乘积;  $\text{rank}()$  表示矩阵的秩;  $\succeq$  表示对称矩阵的矩阵不等式。

## 2 系统模型

本文考虑频率选择性信道多用户场景中的分布式多天线单载波频域均衡系统。系统包含  $N_{\text{node}}$  组由单个发射节点和单个接收节点组成的通信节点对, 其中每个发射节点配备有  $N_t$  ( $N_t \geq 2$ ) 根发射天线; 每个接收节点配备有一根接收天线(如图 1 所示)。这里每个发射节点发出信息只期望能够达到与它对应的接收节点上, 而每个接收节点收到的由其他非对应发射节点传来的信息则被认为是干扰。这样的场景常常出现在蜂窝通信系统若干个小区边缘范围中多个基站与多个端机通信的情况时; 或者出现在无线传感器网络中配置有多个发射天线的若干个信源节点与若干个信宿节点间发生通信的情况时。

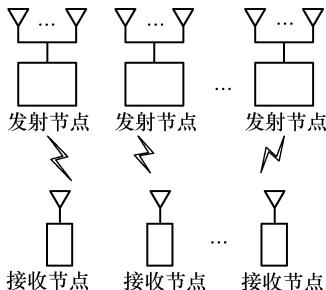


图 1 多用户分布式多天线单载波频域均衡系统

### 2.1 频率选择性 MIMO 信道

将本文中的无线信道建模为频率选择性空时不相关多入多出 MIMO 信道。假设第  $m_t$  个发射节点的第  $i$  根发射天线到第  $m_r$  个接收节点天线间的信道时域冲击响应记为  $h_i^{m_t, m_r}(l)$ , 其中,  $m_t, m_r \in \{0, 1, \dots, N_{\text{node}} - 1\}$ ,  $l \in \{0, 1, \dots, L_h - 1\}$ ,  $i \in \{0, 1, \dots, N_t - 1\}$ ,  $L_h$  是最大的信道响应长度。

### 2.2 发射波束成形

每个单载波发射节点采用块传输方式, 如图 2 所示。时域被调制的信息构成发射符号向量  $s^{n_{\text{node}}} \triangleq [s^{n_{\text{node}}}(0), s^{n_{\text{node}}}(1), \dots, s^{n_{\text{node}}}(N_s - 1)]^T$ , 其中,  $s^{n_{\text{node}}}(n)$ ,  $0 \leq n < N_s$ ,  $N_s$  是块传输长度,  $n_{\text{node}} \in \{0, 1, \dots, N_{\text{node}} - 1\}$ , 可以被认为是在第  $n_{\text{node}}$  个发射节点上从一个有限的线性符号集合中随机抽选出的调制符号(线性符号集可以是 QPSK、QAM 等调制方式的星座图), 其方差为  $E[s^{n_{\text{node}}}(n)^2] = \sigma_s^2$ 。每个发射符号向量块首先经过长度为  $N_s$  的 DFT 变换  $S^{n_{\text{node}}} \triangleq \mathbf{F} s^{n_{\text{node}}}$  到频域得到  $S^{n_{\text{node}}} = [S^{n_{\text{node}}}(0), S^{n_{\text{node}}}(1), \dots, S^{n_{\text{node}}}(N_s - 1)]^T$ , 其中,  $\mathbf{F}$  为 DFT酉矩阵, 元素为  $[F]_{\alpha\beta} = e^{-j2\pi\alpha\beta/N_s}/\sqrt{N_s}$ ,  $\alpha, \beta \in \{0, 1, \dots, N_s - 1\}$ 。

随后, 发射机对频域每个载波上的信号根据发射天线的个数分别乘以一个波束成形系数, 可以得

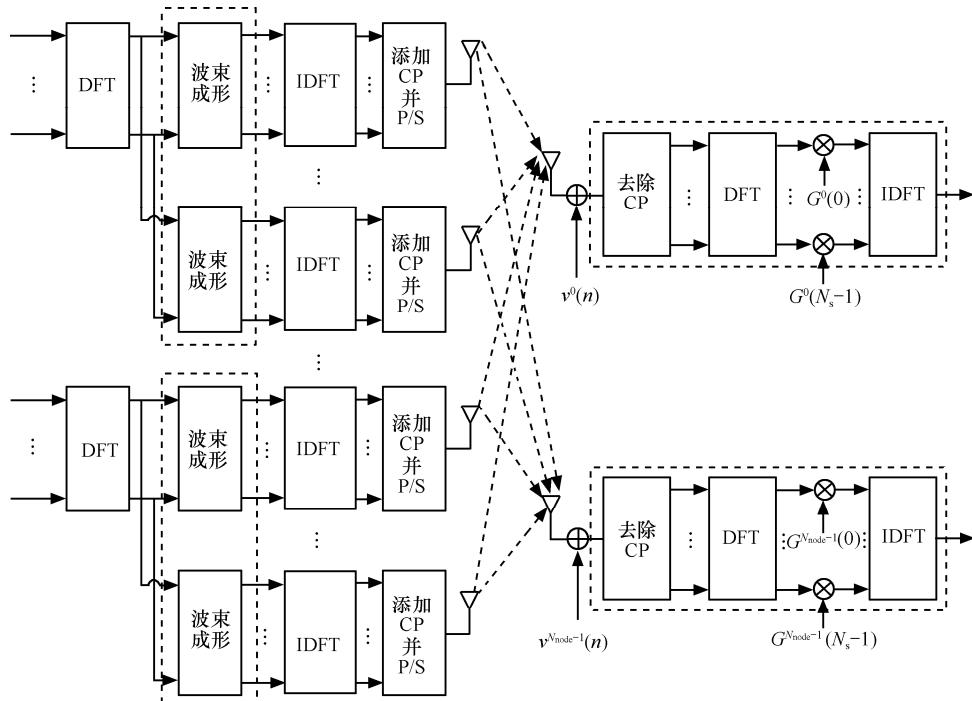


图 2 分布式多天线单载波频域均衡系统的传输结构

到所有发射节点上载波中波束成形后的信号序列为： $\tilde{\mathbf{s}}_i^{n_{\text{node}}} = \text{diag}\{\mathbf{W}_i^{n_{\text{node}}}\} \mathbf{S}^{n_{\text{node}}}$ ， $i \in \{0, 1, \dots, N_t - 1\}$ ，

其中， $\mathbf{W}_i^{n_{\text{node}}} \triangleq [W_i^{n_{\text{node}}}(0), W_i^{n_{\text{node}}}(1), \dots, W_i^{n_{\text{node}}}(N_s - 1)]^T$

为对应于第  $n_{\text{node}}$  个发射节点中第  $i$  个发射天线的频域波束成形系数。然后在各个发射天线上对  $\tilde{\mathbf{s}}_i^{n_{\text{node}}}$  进行 IDFT 到时域得到时域发射序列  $\tilde{\mathbf{s}}_i^{n_{\text{node}}} = \mathbf{F}^H \tilde{\mathbf{s}}_i^{n_{\text{node}}}$ 。可以看到，前述频域波束成形可由时域循环卷积波束成形等效：若定义时域波束成形系数  $\mathbf{w}_i^{n_{\text{node}}} \triangleq [w_i^{n_{\text{node}}}(0), w_i^{n_{\text{node}}}(1), \dots, w_i^{n_{\text{node}}}(L_w - 1)]^T$ ，其中， $L_w$  为时域系数的长度（假设每个发射节点中对应于每根发射天线的时域波束成形系数的长度都为  $L_w$ ），使

$\mathbf{W}_i^{n_{\text{node}}} = \sqrt{N_s} \mathbf{F} \left[ [\mathbf{w}_i^{n_{\text{node}}}]^T, \text{zeros}(1, N_s - L_w) \right]^T$ ，其中， $\text{zeros}(1, N)$  产生一个长度为  $N$  的 0 序列，那么相应的波束成形可重新表示。首先在每个发射节点的某一根天线上发射波束成形可以表示为

$$\tilde{\mathbf{s}}_i^{n_{\text{node}}}(n) = \mathbf{w}_i^{n_{\text{node}}} \begin{bmatrix} s^{n_{\text{node}}}\left([n]_{\text{mod}(N_s)}\right) \\ s^{n_{\text{node}}}\left([n-1]_{\text{mod}(N_s)}\right) \\ \vdots \\ s^{n_{\text{node}}}\left([n-L_w+1]_{\text{mod}(N_s)}\right) \end{bmatrix} \quad (1)$$

又设  $\hat{\mathbf{w}}^{n_{\text{node}}}(n) = [w_0^{n_{\text{node}}}(n), w_1^{n_{\text{node}}}(n), \dots, w_{N_t-1}^{n_{\text{node}}}(n)]^T$ ， $n \in \{0, 1, \dots, L_w - 1\}$  为第  $n_{\text{node}}$  个发射节点所有天线上波束成形系数在第  $n$  时刻上所组成的向量，那么在此（第  $n_{\text{node}}$  个）发射节点上所有天线发射信号在第  $n$  时刻上的波束成形为

$$\begin{bmatrix} \tilde{s}_0^{n_{\text{node}}}(n) \\ \tilde{s}_1^{n_{\text{node}}}(n) \\ \vdots \\ \tilde{s}_{N_t-1}^{n_{\text{node}}}(n) \end{bmatrix} = [\hat{\mathbf{w}}^{n_{\text{node}}}(0), \hat{\mathbf{w}}^{n_{\text{node}}}(1), \dots, \hat{\mathbf{w}}^{n_{\text{node}}}(L_w - 1)] \begin{bmatrix} s^{n_{\text{node}}}\left([n]_{\text{mod}(N_s)}\right) \\ s^{n_{\text{node}}}\left([n-1]_{\text{mod}(N_s)}\right) \\ \vdots \\ s^{n_{\text{node}}}\left([n-L_w+1]_{\text{mod}(N_s)}\right) \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中， $n \in \{0, 1, \dots, N_s - 1\}$ ；根据式(2)可得到所有发射节点全部天线第  $n$  时刻的波束成形。设

$$\tilde{\mathbf{w}}(n) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{w}}^0(n) & 0_{N_t \times 1} & \cdots & 0_{N_t \times 1} \\ 0_{N_t \times 1} & \hat{\mathbf{w}}^1(n) & \cdots & 0_{N_t \times 1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{N_t \times 1} & 0_{N_t \times 1} & \cdots & \hat{\mathbf{w}}^{N_{\text{node}}-1}(n) \end{bmatrix}, n \in \{0, 1, \dots, L_w - 1\}$$

$$\hat{\mathbf{s}}(p) = [s^0(p), s^1(p), \dots, s^{N_{\text{node}}-1}(p)]^T, p \in \{0, 1, \dots, N_s - 1\}$$

再设  $\tilde{\mathbf{s}}^{n_{\text{node}}}(q) = [\tilde{s}_0^{n_{\text{node}}}(q), \tilde{s}_1^{n_{\text{node}}}(q), \dots, \tilde{s}_{N_t-1}^{n_{\text{node}}}(q)]^T$ ， $q \in \{0, 1, \dots, N_s - 1\}$ ，那么：

$$\begin{bmatrix} \tilde{s}^0(n) \\ \tilde{s}^1(n) \\ \vdots \\ \tilde{s}^{N_{\text{node}}-1}(n) \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{w}}(0), \tilde{\mathbf{w}}(1), \dots, \tilde{\mathbf{w}}(L_w - 1)] \cdot \begin{bmatrix} \hat{s}([n]_{\text{mod}(N_s)}) \\ \hat{s}([n-1]_{\text{mod}(N_s)}) \\ \vdots \\ \hat{s}([n-L_w+1]_{\text{mod}(N_s)}) \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中， $n \in \{0, 1, \dots, N_s - 1\}$ 。由式(3)可知，分布式多天线单载波频域均衡系统所有发射节点全部天线发射信号的波束成形是原始时域信号与时域成形系数的循环卷积。

经过发射波束成形后，各发射节点在每个天线上采用单载波块传输的方式。首先对每个发射向量块添加循环前缀（CP, cyclic prefix），循环前缀的长度应不小于  $L_h - 1$ ，最终将添加循环前缀的单载波信号经相应天线发射出去。

### 2.3 接收端处理

任意接收节点接收所有发射节点全部天线发射的信号在节点处叠加，去掉 CP 后可观察到接收信号是信道和发射信号的循环卷积。设  $\hat{\mathbf{h}}^{m_t m_r}(l) = [h_0^{m_t m_r}(l), h_1^{m_t m_r}(l), \dots, h_{N_t-1}^{m_t m_r}(l)]^T$  为第  $m_t$  个发射节点全部天线到第  $m_r$  个接收节点在第  $l$  个采样点的信道响应向量，那么：

$$\mathbf{y}^{n_{\text{node}}}(n) = \sum_{l=0}^{L_h-1} [\hat{\mathbf{h}}^{0 n_{\text{node}}}(l)^T, \hat{\mathbf{h}}^{1 n_{\text{node}}}(l)^T, \dots, \hat{\mathbf{h}}^{N_{\text{node}}-1 n_{\text{node}}}(l)^T] \cdot \begin{bmatrix} \tilde{s}^0([n-l]_{\text{mod}(N_s)}) \\ \tilde{s}^1([n-l]_{\text{mod}(N_s)}) \\ \vdots \\ \tilde{s}^{N_{\text{node}}-1}([n-l]_{\text{mod}(N_s)}) \end{bmatrix} + v^{n_{\text{node}}}(n) \quad (4)$$

$\mathbf{y}^{n_{\text{node}}}(n)$  为第  $n_{\text{node}}$  个接收节点去掉循环前缀后接收到的传输块中的第  $n$  个数据，包含一个方差为  $\sigma_v^2$  的高斯噪声。设

$$\check{\mathbf{h}}^{n_{\text{node}}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{h}}^{0n_{\text{node}}}(0), \dots, \hat{\mathbf{h}}^{0n_{\text{node}}}(L_h - 1) & \cdots & 0_{N_t \times L_h} \\ 0_{N_t \times L_h} & \cdots & 0_{N_t \times L_h} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{N_t \times L_h} & \cdots & \hat{\mathbf{h}}^{N_{\text{node}}-1n_{\text{node}}}(0), \dots, \hat{\mathbf{h}}^{N_{\text{node}}-1n_{\text{node}}}(L_h - 1) \end{bmatrix}$$

为第  $n_{\text{node}}$  个接收节点相对于所有发射节点全部天线在整个采样时间上的时域信道响应; 然后再设  $\boldsymbol{\xi}(n) = [s^0([n]_{\text{mod}(N_s)}), \dots, s^0([n-L_h+1]_{\text{mod}(N_s)}), \dots,$

$s^{N_{\text{node}}-1}([n]_{\text{mod}(N_s)}), \dots, s^{N_{\text{node}}-1}([n-L_h+1]_{\text{mod}(N_s)})]^T$ ,  $\boldsymbol{\psi}(n) = [\hat{\mathbf{w}}^0(n)^T, \hat{\mathbf{w}}^1(n)^T, \dots, \hat{\mathbf{w}}^{N_{\text{node}}-1}(n)^T]^T$ ,  $n \in \{0, 1, \dots, N_s - 1\}$ , 分别为第  $n$  个采样时间的发射循环数据块以及所有发射节点全部天线在第  $n$  个采样时间的所有时域波束成形系数; 那么进一步推得式(4)可以转换为

$$\begin{aligned} y^{n_{\text{node}}}(n) &= [\boldsymbol{\psi}(0)^T, \boldsymbol{\psi}(1)^T, \dots, \boldsymbol{\psi}(L_w - 1)^T] [\mathbf{I}_{L_w} \otimes \check{\mathbf{h}}^{n_{\text{node}}}] \cdot \\ &\quad \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}(n) \\ \boldsymbol{\xi}(n-1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\xi}(n-L_w+1) \end{bmatrix} + v^{n_{\text{node}}}(n) \\ &= \boldsymbol{\Psi}^H \boldsymbol{\Gamma}^{n_{\text{node}}} \boldsymbol{\Xi}(n) + v^{n_{\text{node}}}(n) \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $n \in \{0, 1, \dots, N_s - 1\}$ 。式(5)将接收节点接收块中第  $n$  个采样数据用发射端所有的时域波束成形系数、所有时域信道响应及所有原始发射数据表示出来。

观察式(5), 可以发现最右侧的原始数据是一个  $L_h N_{\text{node}} L_w \times 1$  维的列向量, 若假设从第一个数据起每  $L_h$  个连续数据作为一个单位数据块, 那么每隔  $N_{\text{node}}$  个这样的单位数据块的所有  $L_w$  个单位数据块中的数据恰好都是从同一发射节点发出。共有  $N_{\text{node}}$  组这样的数据块组合, 它们恰好构成所有发射数据。若利用向量行置换将同一发射节点发射数据都排列在相邻位置, 那么就可以将特定接收节点需要接收的有用数据与不需要的干扰分离开来, 以做进一步的干扰抑制。设向量行置换矩阵为  $\mathbf{P}_{\text{permute}}^{n_{\text{node}}}$ , 那么式(5)可以转换为

$$\begin{aligned} y^{n_{\text{node}}}(n) &= \boldsymbol{\Psi}^H \boldsymbol{\Gamma}^{n_{\text{node}}} \mathbf{P}_{\text{permute}}^{n_{\text{node}}} {}^T \mathbf{P}_{\text{permute}}^{n_{\text{node}}} \boldsymbol{\Xi}(n) + v^{n_{\text{node}}}(n) \\ &= \boldsymbol{\Psi}^H \boldsymbol{\Gamma}_P^{n_{\text{node}}} \boldsymbol{\Xi}_P(n) + v^{n_{\text{node}}}(n) \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $\boldsymbol{\Gamma}_P^{n_{\text{node}}} = \boldsymbol{\Gamma}^{n_{\text{node}}} \mathbf{P}_{\text{permute}}^{n_{\text{node}}} {}^T$ ,  $\boldsymbol{\Xi}_P(n) = \mathbf{P}_{\text{permute}}^{n_{\text{node}}} \boldsymbol{\Xi}(n)$ 。数据置换之后, 接收节点对收到的数据做  $N_s$  点的 DFT

变换到频域, 进行一阶 MMSE 均衡, 均衡系数为

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^{n_{\text{node}}} &= \left[ \text{diag} \left( \sigma_s^2 \sum_{t=0}^{N_{\text{node}}-1} \left| \sum_{i=0}^{N_t-1} \mathbf{H}_i^{m_{\text{node}}} \right|^2 \right) + \sigma_v^2 \mathbf{I}_{N_s} \right]^{-1} \cdot \\ &\quad \left( \sigma_s^2 \sum_{i=0}^{N_t-1} \mathbf{H}_i^{n_{\text{node}} n_{\text{node}}} \right)^* \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{H}_i^{m_t m_r} = [H_i^{m_t m_r}(0), H_i^{m_t m_r}(1), \dots, H_i^{m_t m_r}(N_s - 1)]^T$  表示第  $m_t$  个发射节点上第  $i$  根天线到第  $m_r$  个接收节点间的频域信道响应, 元素为  $H_i^{m_t m_r}(n) = \sum_{l=0}^{L_h-1} h_i^{m_t m_r}(l) e^{-j \frac{2\pi nl}{N_s}}$ 。均衡后的数据在接收节点经 IDFT 到时域。此过程亦可由时域循环卷积等效, 和频域均衡系数对应的时域均衡系数为  $g^{n_{\text{node}}}(l) = \frac{1}{N_s} \sum_{n=0}^{N_s-1} \mathbf{G}^{n_{\text{node}}}(n) e^{\frac{j 2\pi nl}{N_s}}$  则接收节点中频域均衡后的时域数据可表示为

$$\tilde{y}^{n_{\text{node}}}(n) = \boldsymbol{\Psi}^H \boldsymbol{\Gamma}_P^{n_{\text{node}}} \sum_{l=0}^{N_s-1} g^{n_{\text{node}}}(l) \boldsymbol{\Xi}_P([n-l]_{\text{mod}(N_s)}) + \tilde{v}^{n_{\text{node}}}(n) \quad (8)$$

其中,  $\tilde{v}^{n_{\text{node}}}(n) = \sum_{l=0}^{N_s-1} g^{n_{\text{node}}}(l) v^{n_{\text{node}}}([n-l]_{\text{mod}(N_s)})$ 。然后在各接收节点中将式(8)中的  $\boldsymbol{\Xi}_P$  和  $\boldsymbol{\Gamma}_P^{n_{\text{node}}}$  分拆为有效数据及干扰, 可得到:  $\boldsymbol{\Xi}_P = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Xi}_{PD} \\ \boldsymbol{\Xi}_{PI} \end{bmatrix}$ ,  $\boldsymbol{\Gamma}_P^{n_{\text{node}}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}_{PD}^{n_{\text{node}}} & \boldsymbol{\Gamma}_{PI}^{n_{\text{node}}} \end{bmatrix}$ ,

那么式(8)可变换为

$$\begin{aligned} \tilde{y}^{n_{\text{node}}}(n) &= \boldsymbol{\Psi}^H \boldsymbol{\Gamma}_{PD}^{n_{\text{node}}} \sum_{l=0}^{N_s-1} g^{n_{\text{node}}}(l) \boldsymbol{\Xi}_{PD}([n-l]_{\text{mod}(N_s)}) + \\ &\quad \boldsymbol{\Psi}^H \boldsymbol{\Gamma}_{PI}^{n_{\text{node}}} \sum_{l=0}^{N_s-1} g^{n_{\text{node}}}(l) \boldsymbol{\Xi}_{PI}([n-l]_{\text{mod}(N_s)}) + \tilde{v}^{n_{\text{node}}}(n) \end{aligned} \quad (9)$$

观察式(9), 显然第 1 项是接收节点期望的有用数据, 第 2 项干扰信号, 第 3 项是噪声数据。

### 3 分布式波束成形的时域优化

由式(9)可以得到接收信号解调处的信干噪比为

$$SINR^{n_{\text{node}}} = \frac{\boldsymbol{\Psi}^H \boldsymbol{\Gamma}_{PD}^{n_{\text{node}}} \mathbf{R}_{\text{data}} \boldsymbol{\Gamma}_{PD}^{n_{\text{node}} H} \boldsymbol{\Psi}}{\boldsymbol{\Psi}^H \boldsymbol{\Gamma}_{PI}^{n_{\text{node}}} \mathbf{R}_{\text{inter}} \boldsymbol{\Gamma}_{PI}^{n_{\text{node}} H} \boldsymbol{\Psi} + \sigma_v^2} \quad (10)$$

其中,  $\mathbf{R}_{\text{data}}$ 、 $\mathbf{R}_{\text{inter}}$ 、 $\sigma_v^2$  的形式分别可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\text{data}} &= \mathbb{E} \left\{ \left[ \sum_{l=0}^{N_s-1} g^{n_{\text{node}}} (l) \boldsymbol{\Xi}_{PD} \left( [n-l]_{\text{mod}(N_s)} \right) \right] \left[ \sum_{l=0}^{N_s-1} g^{n_{\text{node}}} (l) \boldsymbol{\Xi}_{PD} \left( [n-l]_{\text{mod}(N_s)} \right) \right]^H \right\} \\ &= \sigma_s^2 \begin{bmatrix} \text{Tr}_0 \left( \mathbf{g}^{n_{\text{node}}} \mathbf{g}^{n_{\text{node}} H} \right) & \text{Tr}_1 \left( \mathbf{g}^{n_{\text{node}}} \mathbf{g}^{n_{\text{node}} H} \right) & \cdots & \text{Tr}_{L_h L_w - 1} \left( \mathbf{g}^{n_{\text{node}}} \mathbf{g}^{n_{\text{node}} H} \right) \\ \text{Tr}_{L_h L_w - 1} \left( \mathbf{g}^{n_{\text{node}}} \mathbf{g}^{n_{\text{node}} H} \right) & \text{Tr}_0 \left( \mathbf{g}^{n_{\text{node}}} \mathbf{g}^{n_{\text{node}} H} \right) & \cdots & \text{Tr}_{L_h L_w - 2} \left( \mathbf{g}^{n_{\text{node}}} \mathbf{g}^{n_{\text{node}} H} \right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Tr}_1 \left( \mathbf{g}^{n_{\text{node}}} \mathbf{g}^{n_{\text{node}} H} \right) & \text{Tr}_2 \left( \mathbf{g}^{n_{\text{node}}} \mathbf{g}^{n_{\text{node}} H} \right) & \cdots & \text{Tr}_0 \left( \mathbf{g}^{n_{\text{node}}} \mathbf{g}^{n_{\text{node}} H} \right) \end{bmatrix} \quad (11) \end{aligned}$$

$$\mathbf{R}_{\text{inter}} = \mathbf{I}_{(N_{\text{node}}-1)} \otimes \mathbf{R}_{\text{data}} \quad (12)$$

$$\sigma_v^2 = \sigma_s^2 \text{Tr}_0 \left( \mathbf{g}^{n_{\text{node}}} \mathbf{g}^{n_{\text{node}} H} \right) \quad (13)$$

在接收端希望每个接收节点满足给定最低的服务质量要求，此处服务质量由每个接收节点解调处的信干噪比表示；在此基础上使所有发射节点总发射功率达到最小。如此，整个问题可被描述为一个优化问题：

$$\min_{\boldsymbol{\Psi}} \sigma_s^2 \boldsymbol{\Psi}^H \boldsymbol{\Psi}$$

$$\text{s.t. } SINR^{n_{\text{node}}} \geq \gamma^{n_{\text{node}}}, \quad n_{\text{node}} = 0, 1, \dots, N_{\text{node}} - 1 \quad (14)$$

将式(10) 带入式(14)，可以得到：

$$\begin{aligned} \min_{\boldsymbol{\Psi}} \sigma_s^2 \boldsymbol{\Psi}^H \boldsymbol{\Psi} \\ \text{s.t. } \frac{\boldsymbol{\Psi}^H \boldsymbol{\Gamma}_{PD}^{n_{\text{node}}} \mathbf{R}_{\text{data}} \boldsymbol{\Gamma}_{PD}^{n_{\text{node}} H} \boldsymbol{\Psi}}{\boldsymbol{\Psi}^H \boldsymbol{\Gamma}_{PI}^{n_{\text{node}}} \mathbf{R}_{\text{inter}} \boldsymbol{\Gamma}_{PI}^{n_{\text{node}} H} \boldsymbol{\Psi} + \sigma_v^2} \geq \gamma^{n_{\text{node}}}, \\ n_{\text{node}} = 0, 1, \dots, N_{\text{node}} - 1 \quad (15) \end{aligned}$$

式(15)描述的问题中目标函数是一个二阶凸函数，但约束条件可能没有凸性。将约束条件进一步变换，可以得到：

$$\boldsymbol{\Psi}^H \left( \boldsymbol{\Gamma}_{PD}^{n_{\text{node}}} \mathbf{R}_{\text{data}} \boldsymbol{\Gamma}_{PD}^{n_{\text{node}} H} - \gamma^{n_{\text{node}}} \boldsymbol{\Gamma}_{PI}^{n_{\text{node}}} \mathbf{R}_{\text{inter}} \boldsymbol{\Gamma}_{PI}^{n_{\text{node}} H} \right) \boldsymbol{\Psi} \geq \gamma^{n_{\text{node}}} \sigma_v^2 \quad (16)$$

这里  $n_{\text{node}} = 0, 1, \dots, N_{\text{node}} - 1$ 。观察式(16)，发现它为二阶函数。联系式(15)中的目标函数，可以定义整个优化问题成为一个二阶约束二次优化问题。进一步，若式(16)中的矩阵  $\boldsymbol{\Gamma}_{PD}^{n_{\text{node}}} \mathbf{R}_{\text{data}} \boldsymbol{\Gamma}_{PD}^{n_{\text{node}} H} - \gamma^{n_{\text{node}}} \boldsymbol{\Gamma}_{PI}^{n_{\text{node}}} \mathbf{R}_{\text{inter}} \boldsymbol{\Gamma}_{PI}^{n_{\text{node}} H}$  为半正定矩阵，那么约束条件会具有凸性<sup>[14]</sup>。但由于信道的随机与不确定性不能保证此矩阵半正定，因此约束不是凸函数，那么式(15)就不是凸优化问题，这使问题的求解变得困难。如果令  $\mathbf{X} = \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\Psi}^H$ ，可以将原始问题转换为

$$\min_{\mathbf{X}} \sigma_s^2 \text{Tr}_0 (\mathbf{X}) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} &\text{s.t. } \text{Tr} \left[ \left( \boldsymbol{\Gamma}_{PD}^{n_{\text{node}}} \mathbf{R}_{\text{data}} \boldsymbol{\Gamma}_{PD}^{n_{\text{node}} H} - \gamma^{n_{\text{node}}} \boldsymbol{\Gamma}_{PI}^{n_{\text{node}}} \mathbf{R}_{\text{inter}} \boldsymbol{\Gamma}_{PI}^{n_{\text{node}} H} \right) \mathbf{X} \right] \\ &\geq \gamma^{n_{\text{node}}} \sigma_v^2, \\ &n_{\text{node}} = 0, 1, \dots, N_{\text{node}} - 1, \\ &\mathbf{X} \geq 0, \\ &\text{rank}(\mathbf{X}) = 1 \end{aligned}$$

由式(17)可以发现若将  $\text{rank}(\mathbf{X}) = 1$  约束条件松弛，式(17)可成为凸 SDP 问题，从而可以利用文献[14]中内点法求解(17)获得  $\mathbf{X}$ 。利用  $\mathbf{X}$ ，可以建立起原始问题解的下界。最后利用文献[15]中的随机化方法（randomized techniques）可从  $\mathbf{X}$  中取得等效时域波束成形系数。

## 4 仿真与分析

本文通过蒙特卡洛仿真对所提出的频率选择性 MIMO 信道多用户单载波频域均衡系统波束成形进行验证。系统参数为：SCFDE 传输块长度  $N_s = 64$ ，用户数设为 2 或 3 对；对应不同的用户数，每个发射节点天线的数量分别设为 2、3 和 4 根，则系统共有 6 种配置。每个发射节点上的每根天线到任意接收节点间的信道采用 5 径瑞利衰落信道模型，能量成指数分布，可分径之间统计独立。所有接收节点采用相同的目标信干噪比阈值，在每个接收节点上仿真实现 1 000 组实际的信道响应来获得发射节点发射功率的平均值。设每个发射节点数据的功率  $\sigma_s^2 = 100$ ，并且假设所有接收节点收到噪声的功率相等为  $\sigma_v^2 = 1$ 。

由于等效时域波束成形系数的长度与单载波传输块长度无关，那么可用仿真确定在指定信道条件下与不同发射接收节点对配置下等效时域波束成形系数的合适长度。首先将接收节点目标信干噪比阈值设为 12dB；然后设置不同的等效时域成形系数的长度观察所有发射节点的总发射功率。图 3 给出了等效时域波束成形系数长度变化导致总发射功率变化的情况。由图 3 可知，随着等效系数长度

的增加, 各种发射接收配置下的总发射功率表现为收敛。并且总发射功率收敛时等效时域波束成形长度远小于单载波系统传输块的长度。进一步, 图 3 还说明不同发射接收节点对配置下总发射功率的收敛值不同。当所有发射节点总发射功率收敛时可以确定出不同发射接收节点对配置下合适的等效系数的长度。这里令  $L_w = 35$  为合适的时域波束成形系数的长度值作为对所有配置下的仿真参数。

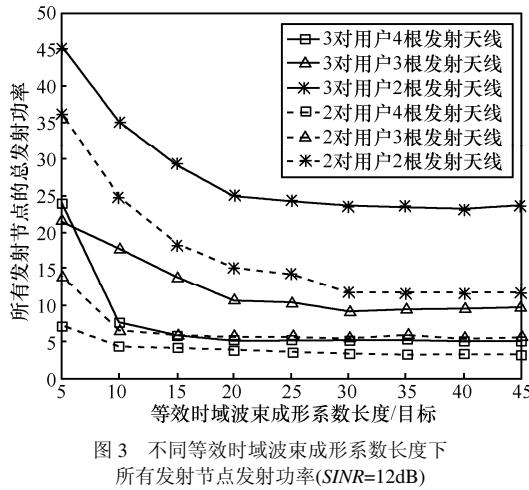


图 3 不同样本时域波束成形系数长度下所有发射节点的总发射功率 ( $SINR=12dB$ )

进一步, 利用上述等效时域波束成形系数的长度本文对不同目标信干噪比 ( $SINR$ ) 下所有发射节点的总发射功率进行仿真。图 4 给出了不同发射接收节点对配置下接收节点不同目标信干噪比 ( $SINR$ ) 时所有发射节点的总发射功率。由图可见随目标  $SINR$  的增加, 所有发射节点总发射功率会增加; 当发射天线数确定并固定接收节点的目标  $SINR$  时, 随发射接收节点对数的增加, 所有发射节点总发射功率会增加; 进一步, 当发射接收节点对数一定并固定接收节点目标  $SINR$  时, 随发射天线数减少, 所有发射节点总发射功率也会增加。

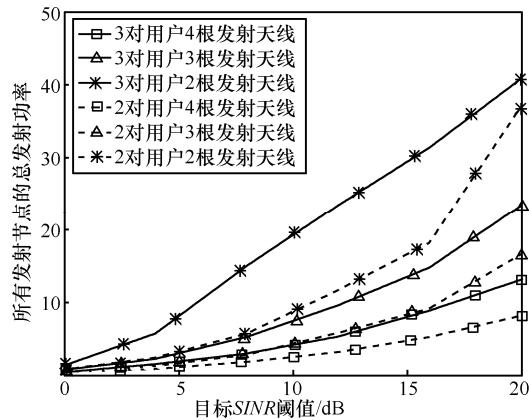


图 4 不同目标  $SINR$  条件下所有发射节点的总发射功率

虽然本文并没有给出发射节点波束成形系数的确切表达式, 但利用本文方法获得的结果可得到满意的结论: 首先, 当接收节点目标  $SINR$  要求提高时, 所有发射节点会发射更大的功率来满足要求; 其次, 当通信场景有新节点对加入时, 整个系统的干扰变得严重, 那么发射节点发射的总功率会增加来满足接收节点 QoS 的要求; 最后, 当新节点对加入到通信场景中, 为了满足接收节点  $SINR$  要求, 并且不希望所有发射节点发射功率增加, 系统可通过增加发射节点天线数来降低发射功率并满足 QoS 要求。

## 5 结束语

本文分析了频率选择性信道多用户场景中分布式多天线单载波频域均衡系统的波束成形问题。首先将频域波束成形转化到时域, 使等效时域波束成形系数长度小于单载波系统传输块的长度, 进而在时域建立出接收节点判决处信噪比。本文要解决设置发射节点处的波束成形系数并在所有接收节点满足给定服务质量要求的条件下使所有发射节点的总发射功率最小化的问题。在凸优化的方式下, 文章将问题原型描述成了二阶约束二次优化 (QCQP) 问题; 通过对约束条件的松弛, 整个问题可转化为一个半正定 (SDP) 问题, 最终通过内点法求解。仿真结果表明在整个问题可解的情况下可得到满意的结论: 发射节点的总发射功率随系统设计的接收信干噪比阈值、发射接收节点对数以及发射节点天线数的不同设置呈现有规律的变化, 为相关的系统设计提供了参考。

## 参考文献:

- [1] FALCONER D, ARIYAVISITAKUL S L, BENYAMIN-SEYYAR A, et al. Frequency domain equalization for single-carrier broadband wireless systems[J]. IEEE Communications Magazine, 2002, 40(4): 58-66.
- [2] WANG Z, MA X, GIANNAKIS G B, et al. OFDM or single-carrier block transmissions[J]. IEEE Transactions on Communications, 2004, 52(3): 380-394.
- [3] MIETZNER J, SCHOBERT R, LAMPE L, et al. Multiple-antenna techniques for wireless communications-a comprehensive literature survey[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2009, 11(2): 87-105.
- [4] COON J, SIEW J, BEACH M, et al. A comparison of MIMO-OFDM and MIMO-SCFDE in WLAN environments[A]. IEEE Global Tele-

- communications Conference[C]. San Francisco, USA, 2003. 3296- 3301.
- [5] JING Y, JAFARKHNI H. Network beamforming using relays with perfect channel information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 55(6):2499-2517.
- [6] ZHENG G, WONG K K, PAULRAJ A, *et al.* Collaborative-relay beamforming with perfect CSI: optimum and distributed implementation[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2009, 16(4): 257-260.
- [7] CHEN X, SONG S H, LETAIEF K B. Transmit and cooperative beamforming in multi-relay systems[A]. IEEE International Conference on Communications[C]. Cape Town, South Africa, 2010. 1-5.
- [8] HUANG Q F, GHOGHO M, WEI J B. Transmit beamforming for MISO frequency-selective channels with total and per-antenna power constraints[A]. IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing[C]. Dallas, TX, USA, 2010. 3430-3433.
- [9] GERSHMAN A B, SIDIRPOULOS N D, SHAHBAZPANAH S, *et al.* Convex optimization-based beamforming: from receive to transmit and network designs[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2010, 27(3): 62-75.
- [10] NGUYEN D H N, NGUYEN H H, TUAN H D. Distributed beamforming in relay-assisted multiuser communications[A]. IEEE International Conference on Communications[C]. Dresden, Germany, 2009.1-5.
- [11] NGUYEN D H N, NGUYEN H H. SNR maximization and distributed beamforming in multiuser multi-relay networks[A]. IEEE Global Telecommunications Conference[C]. Honolulu, HI, USA, 2009. 1-6.
- [12] SCHAD A, CHEN H H, GERSHMAN A B, *et al.* Filter-and-forward multiple peer-to-peer beamforming in relay network with frequency selective channels[A]. IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing[C]. Dallas, TX, USA, 2010.3246-3249.
- [13] LIANG Y W, SCHOBER R, GERSTAKER W. Time-domain transmit beamforming for MIMO-OFDM systems[A]. IEEE Global Telecommunications Conference[C]. Washington, DC, USA, 2007.3579-3584.
- [14] BOYD S, VANDENBERGHE L. Convex Optimization[M]. UK: Cambridge University Press, 2004.
- [15] SIDIRPOULOS N D, DAVIDSON T N, LUO Z Q. Transmit beamforming for physical-layer multicasting[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(6): 2239-2251.

### 作者简介:



徐立渊 (1985-) , 男, 湖北武汉人, 中国科学院博士生, 主要研究方向为虚拟 MIMO 中的波束成形技术。



姜建 (1981-) , 男, 浙江衢州人, 中国科学院博士生, 主要研究方向为多媒体传感网、无线通信等。

丁盛 (1983-) , 男, 湖北黄石人, 中国科学院博士生, 主要研究方向为虚拟 MIMO 中的功率分配和单载波频域均衡技术。

王营冠 (1970-) , 男, 陕西富平人, 中国科学院研究员、博士生导师, 主要研究方向为无线传感器网络、无线通信、信号处理等。