

基于零空间表示和最大似然的欠定盲源分离方法

王荣杰^{1,3}, 詹宜巨², 周海峰³

(1.中山大学 信息科学与技术学院, 广东 广州 510006; 2.中山大学 工学院, 广东 广州 510006; 3.集美大学 轮机工程学院, 福建 厦门 361021)

摘 要: 针对欠定情况下源数的估计、解混叠矩阵和源信号恢复关键技术, 提出一种源数未知的欠定盲源分离算法, 首先利用 S 变换和聚类技术相结合来估算源数和混叠矩阵, 然后将源信号以零空间形式表示, 再通过最大似然估计关于其后验概率以达到恢复源信号的目的。仿真实验结果表明了该方法不仅能同时分离服从超高斯分布和亚高斯分布的源信号, 且比其他传统的方法具有更优越的估计性能。

关键词: 欠定盲源分离; S 变换; 模糊 c 均值聚类; 零空间表示; 最大似然

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2012)03-0183-08

Underdetermined blind source separation based on null-space representation and maximum likelihood

WANG Rong-jie¹, ZHAN Yi-ju², ZHOU Hai-feng¹

(1. School of Information Science and Technology, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510006, China;

2. School of Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510006, China; 3. Marine Engineering Institute, Jimei University, Xiamen 361021, China)

Abstract: Aiming to the estimation of source numbers, mixing matrix and source signals under underdetermined case, and a method of underdetermined blind source separation with an unknown number of sources was proposed. Firstly, an algorithm based on S transforms and clustering technology was introduced to estimate the number of sources and mixing mixtures. Then sources were represented as null space form, the recovery of source signals using a method based on maximum likelihood. The simulation results show that the proposed method can separate sources of super-Gaussian distribution and sub-Gaussian distribution, and compared to other conventional algorithms, estimated mixing matrix and separated sources with higher accuracy.

Key words: underdetermined blind source separation; S transforms; fuzzy c -mean clustering; null-space representation; maximum likelihood

1 引言

近年来, 鉴于盲源分离优越的假设前提, 其模型被广泛用于数字通信、语音、图像处理、船舶工程、机器人导航和生物医学信号处理等领域^[1-6]。所谓的盲源分离, 就是在源信号和混合系统(或传输通道)等未知的情况下, 仅根据源信号的统计特性, 由观测到

的混叠信号恢复出源信号。根据观测信号和源信号的个数, 盲源分离可分为超(正)定盲源分离和欠定盲源分离。超正定盲源分离有很多成熟的方法, 如 ICA 独立分量分析^[7,8]、修正的 Stone 法^[9]、阶统计代数法^[10]等。但这些方法不适用于观测信号的个数少于源信号的个数的情况, 欠定盲源分离(UBSS, underdetermined blind source separation)是本文的研究重点。

收稿日期: 2010-12-20; 修回日期: 2011-12-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51179074)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (51179074)

传统的欠定盲源分离算法主要可分为 2 类：一类是利用源信号的稀疏性来处理，文献[11]提出利用聚类技术和最小化 l_1 范数相结合的方法来恢复时域稀疏的源信号，文献[12,13]提出利用时频变换方法将非稀疏信号变换到时频域，以达稀疏的目的，它们认为在每个时频区域内只有一个源信号不为零；这些方法都选择服从超高斯分布的语音为源信号。另一类是利用广义分布模型作为源信号的概率密度的贝叶斯估计法^[14,15]，这类方法的主要缺点是计算复杂，在一定程度上降低了源信号的恢复质量。这些传统的算法都假设源数为已知。本文提出一种源数未知的欠定情况下任意分布源信号的盲分离方法，该方法首先利用 S 变换和聚类技术相结合来估算源数和混叠矩阵，然后将源信号以零空间形式表示，最后通过最大似然 (ML, *maxima likelihood*) 法估计关于它的后验概率以达到恢复源信号的目的。

2 问题的描述

假设 n 个彼此相互独立的未知源信号 $\mathbf{s}(t)=[s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)]^T$ ，通过一未知瞬时线性混合系统后，得到 m 个观测信号 $\mathbf{x}(t)=[x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)]^T$ 。观测信号 $\mathbf{x}(t)$ 与源信号 $\mathbf{s}(t)$ 的关系可由式(1)表示。

$$\mathbf{x}(t)=\mathbf{A}\mathbf{s}(t) \tag{1}$$

其中， $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为混合矩阵，它反映了混合系统或信道的传输特性，要求它为行满秩， $t=0, \dots, N-1$ 为时域采样点。为了便于分析，在推导过程中将 $\mathbf{s}(t)$ 和 $\mathbf{x}(t)$ 分别记为 \mathbf{s} 和 \mathbf{x} 。

在 $m \geq n$ 的情况下，给定 \mathbf{A} ，源信号 \mathbf{s} 可由式(2)估计得到。

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{A}^* \mathbf{x} \tag{2}$$

其中， \mathbf{A}^* 为 \mathbf{A} 的广义逆矩阵， $\mathbf{A}^* = \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}$ 。

当 $m < n$ 时，即为欠定情况，即便 \mathbf{A} 已知，对于源信号 \mathbf{s} 的恢复也不是唯一，只能通过估计方法估计出 \mathbf{s} 的最优估计值。

3 源数和混叠矩阵的估计

在第 4 节中分析的前提条件是假设混叠矩阵 \mathbf{A} 和 n 为已知，特别在传统算法中的 n 都设为已知，但在实际中 \mathbf{A} 和 n 都是未知的。本文采用了一种基于 S 变换的单源测试(SSD, *single source detention*)方法，首先以此为准则选择出时频域的单源观测信号，然后采用聚类技术分别估计源信号个数 n 和混

叠矩阵 \mathbf{A} 。

3.1 基于 S 变换的单源测试方法

S 变换是 Stockwell 于 1996 年提出的一种可逆的局部时频分析方法，其思想是对连续小波变换和短时傅里叶变换的发展。它不同于短时傅里叶变换之处在于采用的高斯窗口的高度和宽度随频率而变化，这样就克服了短时傅里叶变换窗口高度和宽度固定的缺陷^[16,17]。观测信号的 S 变换可由式(3)和式(4)计算得到。

$$\mathbf{X}_i^F(k) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} x_i(t) \exp(-j \frac{2\pi kt}{N}) \tag{3}$$

$$\mathbf{X}_i^S(t, k) = \sum_{l=0}^{N-1} \mathbf{X}_i^F(l+k) \exp\left(\frac{2\pi^2 l^2}{k^2}\right) \exp\left(j t \frac{2\pi l}{N}\right) \tag{4}$$

式(3)和式(4)中， $i=1, \dots, m$ ，代表时间的 $t=0, \dots, N-1$ ，代表频率的 $k=0, \dots, N-1$ ；式(4)中的 $\mathbf{X}_i^F(\cdot)$ 为式(3)中信号的傅里叶变换。

记 $\mathbf{X}^S(t, k)=[\mathbf{X}_1^S(t, k), \dots, \mathbf{X}_m^S(t, k)]^T$ 为 \mathbf{x} 的 S 变换，基于 S 变换的单源测试方法的思想^[18]：在某一时频点(t, k)如果有 2 个或以上的源信号不为零，那么 $\mathbf{X}^S(t, k)$ 与 $\mathbf{X}_i^S(t, k)$ ($\mathbf{X}_i^S(t, k) \neq 0, i=1, \dots, m$) 之比虚部的 Frobenius 范数将大于某一正数；否则该时频点为单源点。根据这一思想选择具有单源性的观测信号过程由式(5)来描述。

表 1 不同单源信号测试方法计算复杂度的比较

| 单源信号测试方法 | 计算复杂度 | | | |
|-----------|-------------|-----------------|----------------------|--------------|
| | 取实(虚)部运算 | 乘法运算 | 加法运算 | 比较运算 |
| 本文的方法 | mN^2 | mN^2 | $(m-1)N^2$ | N^2 |
| 文献[13]的方法 | $2mN^2+2mN$ | $2mN^2+2mN$ | $(2m-1)N^2+(2m-1)N$ | $N^2+N(N-1)$ |
| 文献[19]的方法 | $2mN^2$ | $2mN^2+(2m+1)N$ | $(m-1)N^2+2(m-1)N^2$ | N^2 |

$$\Psi_s = \{ \text{Re}[\mathbf{X}^S(t, k)] \mid \left\| \text{Im} \left[\frac{\mathbf{X}^S(t, k)}{\mathbf{X}_i^S(t, k)} \right] \right\| < \varepsilon; \varepsilon > 0, \mathbf{X}_i^S(t, k) \neq 0, i=1, \dots, m \} \tag{5}$$

式(5)中， $\|\cdot\|$ ， $\text{Re}[\cdot]$ 和 $\text{Im}[\cdot]$ 分别为 Frobenius 范数，取实部和取虚部运算。如果时频点(t, k)为单源点时，且存在 $\mathbf{X}_i^S(t, k) \neq 0 (i=1, \dots, m)$ ，那么 $\mathbf{X}^S(t, k)$ 中所有的元素均由某一个相同的源信号与混合矩阵 \mathbf{A} 中的元素相乘获得，因此 $\frac{\mathbf{X}^S(t, k)}{\mathbf{X}_i^S(t, k)}$ 为纯实数向量，即

$\left\| \text{Im} \left[\frac{\mathbf{X}^s(t,k)}{\mathbf{X}_i^s(t,k)} \right] \right\|_{\mathbb{F}} = 0$ ；如果 (t, k) 不为单源点时，那么

$\frac{\mathbf{X}^s(t,k)}{\mathbf{X}_i^s(t,k)}$ 为复数向量，而 $\left\| \text{Im} \left[\frac{\mathbf{X}^s(t,k)}{\mathbf{X}_i^s(t,k)} \right] \right\|_{\mathbb{F}}$ 不为零且为

一正数。式(5)中的 ε 为一个正数。由于具有单源特性的观测信号 $\mathbf{X}^s(t,k)$ 的实部或虚部与对应的 \mathbf{A} 中的列向量之间具有相同的绝对方向^[19]，因此本文利用与传统的基于稀疏特性的欠定混合矩阵估计算法中的聚类技术对具有单源特性的观测信号进行聚类估计混合矩阵，同时源信号的个数也可利用单源信号的特性和聚类技术来估计；式(5)中的 Ψ_s 为具有单源特性观测信号 $\mathbf{X}^s(t,k)$ 实部的集合。基于 \mathbf{S} 变换的单源测试方法不仅克服了其他传统单源测试方法中的时频变换窗函数和长度重叠选择盲目性的缺陷；同时，与传统单源测试方法相比较，本文方法的计算简单，通过表 1 比较了 3 种不同单源测试方法的计算复杂度可以证明。

表 1 中时频变换的点数均设为 N ；利用表中的 3 种方法将每一个单源性观测信号变为用于估算混合矩阵的聚类元素项还需如下计算量：本文的方法只需 m 次取实部运算；而文献[13]的方法需 $3m+2$ 次乘法运算、 $3(m-1)$ 次加法运算和 $2m$ 次取实(虚)部运算；文献[19]的方法需 $m+1$ 次乘法运算、 $(m-1)$ 次加法运算和 m 次取实(虚)部运算。

3.2 源数和混叠矩阵的估计

由于源数是未知的，并且欠定情况下的源数也不能用 PCA 或 SVD 进行估算。为了估算源信号的个数，本节采用一种基于聚类验证技术确定源数，该方法根据不同的聚类数(聚类数 $c=2, \dots, c_{\max}$)对式(5)中的单源性元素进行模糊 c 均值聚类(fuzzy c -means clustering)，并以式(6)为准则对不同 c 的聚类结果进行评估得到最优聚类数，即为源数。

$$\hat{n} = \arg \min_c \left\{ \text{Scat}(c) + \frac{\text{Sep}(c)}{\text{Sep}(c_{\max})} \right\}, \quad c = 2, \dots, c_{\max} \quad (6)$$

式(6)中的 $\text{Scat}(c)$ 和 $\text{Sep}(c)$ 不仅与聚类数 c 有关，还与单源观测信号集合 Ψ_s 中的元素和聚类中心相关，它的具体计算可参考文献[20]。 $\text{Scat}(c)$ 表示聚类数为 c 的聚类紧凑性，当聚类紧凑性越好时 $\text{Scat}(c)$ 的值将越小，它的值在 0~1 之间； $\text{Sep}(c)$ 用于描述聚类数为 c 时聚类中心分布情况，称为聚类分离度；当聚类中心分布越合理时，它的值也将越小。

因此，最小化式(6)，便可获得 Ψ_s 的最佳聚类数，即确定源信号个数。当源数确定后，混叠矩阵将根据最优聚类下的元素来估算。设 a_i 为 \mathbf{A} 的第 i 列向量，具体由式(7)估算得到。

$$\hat{a}_i = \frac{1}{Nc_i} \sum_{(t,k) \in \Psi_{c_i}} \text{Re}[X^s(t,k)], \quad i=1, \dots, \hat{n} \quad (7)$$

式(7)是在最优聚类情况下，将式(5)中的元素聚类成 \hat{n} 类， \mathbf{A} 的 \hat{n} 个列向量分别由各聚类中的成员求均值得到。注意， N_{c_i} 为属于 c_i 类的成员个数， Ψ_{c_i} 为属于 c_i 的单源点成员的集合。

4 源信号的恢复

在 \mathbf{A} 和 n 都已知的欠定情况下，盲源分离算法就是要从 \mathbf{x} 得到 \mathbf{s} 的最优估计。本节在假设 \mathbf{A} 和 n 已知情况下，首先介绍了源信号的零空间表示^[21]，在此基础上采用了一种基于 ML 估计的方法来恢复源信号。

4.1 源信号的零空间表示

为了便于分析，先设式(1)中的 \mathbf{A} 由一个 m 阶的对角阵 Λ 和 $m \times (n-m)$ 维的 $\mathbf{0}$ 矩阵组成，记 $\mathbf{A} = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_m]$ 且 $\lambda_i < \lambda_{i-1}, \lambda_i (i=1, \dots, m) > 0$ ，那么式(1)可改写成式(8)。

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}, \mathbf{0})\mathbf{s} \quad (8)$$

由式(8)可知， \mathbf{s} 的前 m 个值可由式(9)得到。

$$s_i = x_i / \lambda_i, \quad i=1, \dots, m \quad (9)$$

其余的 $(n-m)$ 个 \mathbf{s} 用一个 $(n-m)$ 维列向量的 \mathbf{r} 表示， $\mathbf{r} = [r_1, \dots, r_{n-m}]^T$ 。由此式(8)中 \mathbf{s} 的解可用式(10)来描述。

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{-1} \\ \mathbf{0}_{(n-m) \times m} \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{m \times (n-m)} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \mathbf{r} \quad (10)$$

式(10)中的 \mathbf{I} 为 $(n-m)$ 阶单位矩阵； $\begin{pmatrix} \mathbf{A}^{-1} \\ \mathbf{0}_{(n-m) \times m} \end{pmatrix}$ 为

混合矩阵 \mathbf{A} 的广义逆矩阵。

当混合矩阵 \mathbf{A} 不满足式(8)中的特殊形式时，它的 \mathbf{s} 解也就不能直接用式(10)来描述。但由于 \mathbf{A} 为行满秩，它的 SVD 奇异值分解中含 m 个不为零的特征值，可写成 $\mathbf{A} = \mathbf{U}(\mathbf{A}, \mathbf{0})\mathbf{V}$ ，将其代入式(1)，并根据式(10)，可得到 \mathbf{s} 的解如式(11)所示。

$$\mathbf{s} = \mathbf{V} \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{-1} \\ \mathbf{0}_{(n-m) \times m} \end{pmatrix} \mathbf{U}^T \mathbf{x} + \mathbf{V} \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{m \times (n-m)} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \mathbf{r} \quad (11)$$

其中， $\mathbf{V} \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{-1} \\ \mathbf{0}_{(n-m) \times m} \end{pmatrix} \mathbf{U}^T$ 为 \mathbf{A} 的广义逆变换矩阵，记

\mathbf{A}^* ; \mathbf{V} 的后 $(n-m)$ 个列向量为 \mathbf{A} 特征值为零对应的特征向量, 它们组成的矩阵记为 \mathbf{V}_2 , 即为 \mathbf{A} 的零空间。那么式(11)可简写成式(12)。

$$\mathbf{s} = \mathbf{A}^* \mathbf{x} + \mathbf{V}_2 \mathbf{r} \quad (12)$$

由式(12)可知, 当 \mathbf{A} 已知, 那么估计了 $(n-m)$ 个的 \mathbf{r} 就相当于估计 n 个的 \mathbf{s} 。

4.2 源信号的恢复

为了能同时分离服从任意分布的源信号, 本文选取具有对称单峰分布特性的广义高斯模型 (GGM, generalized Gaussian model)^[18, 22]作为源信号的概率密度, 式(13)为它的通用数学表达式。

$$p(z | \alpha, \beta) = \frac{\beta}{2\sigma\Gamma(1/\beta)} \exp\left[-\left|\frac{z}{\sigma}\right|^\beta\right] \quad (13)$$

其中, α 为信号 z 的方差, $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数; 调节 β 的值可得出不同的分布函数模型, $\beta=2$ 表示标准高斯分布, $\beta<2$ 时为超高斯分布, $\beta>2$ 时为亚高斯分布。

设 $\mathbf{X}=[\mathbf{x}(0), \dots, \mathbf{x}(N-1)]$, $\mathbf{R}=[\mathbf{r}(0), \dots, \mathbf{r}(N-1)]$, $\mathbf{S}=[\mathbf{s}(0), \dots, \mathbf{s}(N-1)]$, $\mathbf{q}=[\alpha_1, \dots, \alpha_n, \beta_1, \dots, \beta_n]^T$, 并记 \mathbf{S} 的概率密度为 $f(\mathbf{S}|\mathbf{q})$ 。那么可得 \mathbf{X} 和 \mathbf{R} 的联合分布函数如式(14)所示。

$$p(\mathbf{X}, \mathbf{R} | \mathbf{A}, \mathbf{q}) = \left[\frac{1}{\det(\mathbf{A})} \right]^N f(\mathbf{S} | \mathbf{q}) \quad (14)$$

为了估计每个源信号分布函数模型中的 α 和 β , 构造关于参数向量 \mathbf{q} 的先验似然函数如式(15)所示。

$$p(\mathbf{X} | \mathbf{q}) = \int_{\mathbf{A}} p(\mathbf{X} | \mathbf{A}, \mathbf{q}) p(\mathbf{A}) d\mathbf{A} \quad (15)$$

由最大似然估计法可知

$$\hat{\mathbf{q}} = \arg \max_{\mathbf{q}} \left\{ \int_{\mathbf{A}} p(\mathbf{X} | \mathbf{A}, \mathbf{q}) p(\mathbf{A}) d\mathbf{A} \right\} \quad (16)$$

即

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \int_{\mathbf{A}} p(\mathbf{X} | \mathbf{A}, \mathbf{q}) p(\mathbf{A}) d\mathbf{A} = 0 \Rightarrow \hat{\mathbf{q}} \quad (17)$$

式(14)~式(17)中, 由于 \mathbf{A} 独立于 \mathbf{q} , 且分布 $p(\mathbf{X}|\mathbf{A}, \mathbf{q})$ 和 $p(\mathbf{A})$ 是非负的, 因此 \mathbf{q} 的最大似然估计可简化为式(18)。

$$\hat{\mathbf{q}} = \arg \max_{\mathbf{q}} p(\mathbf{X} | \mathbf{A}, \mathbf{q}) \quad (18)$$

式(18)中估计出 \mathbf{q} 后, 根据关于 \mathbf{R} 的后验概率 $P(\mathbf{R} | \mathbf{X} \mathbf{q}; \mathbf{A})$ 利用 Metropolis-Hastings 算法^[23]将产生 \mathbf{R} 的抽样序列 $\tilde{\mathbf{R}}_k$ ($k=K_0, \dots, K; K_0>0$ 为 burn in 周

期)。基于这抽样序列, 可定义关于后验概率均值的二次型损失期望函数如式(19)所示。

$$J(\mathbf{R}) = E[(\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R})^2 | \mathbf{X} \mathbf{q}; \mathbf{A}] \\ = \int_{\mathbf{R}} (\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R})^2 p(\mathbf{R} | \mathbf{X} \mathbf{q}; \mathbf{A}) d\mathbf{R} \quad (19)$$

最小化式(19)中的 $J(\mathbf{R})$ 可得到后验概率均值的估计值 $\hat{\mathbf{R}}$, 它可由式(20)抽样序列 $\tilde{\mathbf{R}}_k$ 的经验均值来逼近。

$$\hat{\mathbf{R}} = E[\mathbf{R} | \mathbf{X} \mathbf{q}; \mathbf{A}] = \frac{1}{(K - K_0)} \sum_{k=K_0}^K \tilde{\mathbf{R}}_k \quad (20)$$

从上述的分析过程可知, 由式(18)和式(20)结合可估计出 $\mathbf{r}(t)$, 然后将其代入式(12)中就可以得到 $\mathbf{s}(t)$ 的估计值。

5 仿真实验分析

本文提出的源数未知的欠定盲源分离算法实现步骤如下。

step 1 源数 n 和混叠矩阵 \mathbf{A} 的估计

1) 由式(3)和式(4)对 \mathbf{X} 进行 S 变换, 得到 $\mathbf{X}^S(t, k)$, $t=0, \dots, N-1, k=0, \dots, N-1$;

2) 由式(5)选择 $\mathbf{X}^S(t, k)$ 中具有单源性的信号, 得到 Ψ_s ;

3) 利用文献[20]中的 FCM 对 Ψ_s 进行 $c(c=2, \dots, c_{\max})$ 聚类, 并由式(6)确定 n ;

4) 由式(7)估算混叠矩阵 \mathbf{A} ;

step 2 源信号 \mathbf{s} 的恢复

1) 利用最大似然法估计式(18)中的参数向量 \mathbf{q} ;

2) 利用文献[23]中的 Metropolis-Hastings 算法和式(20)相结合估算 \mathbf{r} ;

3) 将 step 1 中的 \mathbf{A} 和 \mathbf{r} 代入式(12), 即可得到 \mathbf{s} 的估计值。

在仿真验证实验中选取的源信号时域波形如图 1 所示, 本文的仿真平台为 MATLAB R2010b。

为了更好地检验基于 S 变换和聚类验证技术相结合的源数估计法, 利用例 1、例 2 和例 3 这 3 个例子加以验证。例 1 的源信号选 $\{s_1, s_3\}$, 例 2 的源信号选 $\{s_1, s_2, s_3\}$, 例 3 的源信号选 $\{s_1, s_2, s_3, s_4\}$, 在这 3 个例子的仿真实验中 \mathbf{A} 都是在 $[-1, 1]$ 之间随机产生的, 且 $m=3$ 。它们的仿真结果如图 2 所示。由图 2 可知, 聚类数越接近于最优值时它的聚类验证指数越小, 由式(6)可以准确地确定例 1、例 2 和例 3 的源数; 由

此可表明基于 S 变换和聚类验证技术相结合的估计法不仅能准确估计欠定情况下的源数，也适用于超定情况。

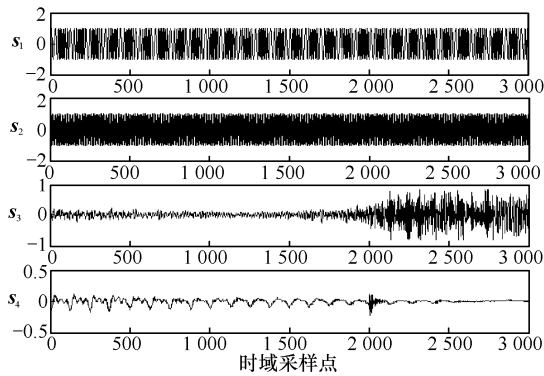


图1 源信号

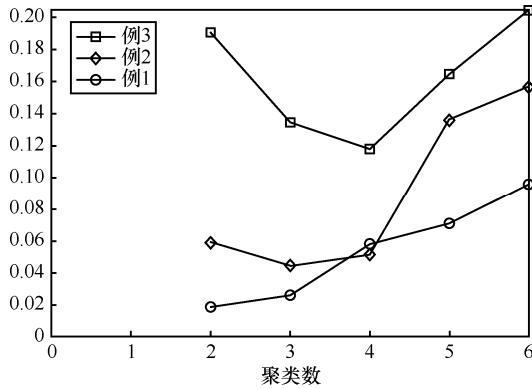


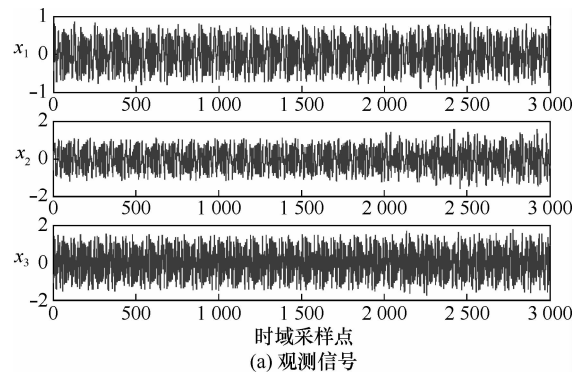
图2 聚类验证指数曲线

为了全面验证本文提出的 UBSS 方法的有效性，还将该方法与其他文献的方法进行比较加以验证。在这个仿真实验中，式(1)中的 \mathbf{A} 同样也是在 $[-1 \ 1]$ 之间随机产生的，它的值见式(21)，本文欠定混合矩阵估计方法与文献[13]、文献[16]、文献[19]等不同方法估计的结果如表 2 所示。利用本文、文献[13]和文献[24]等 3 种不同 UBSS 方法实现的分离信号如图 3 所示；源信号估计方法的性能由式(22)评价，利用它对源信号估计性能的比较如表 3 所示。

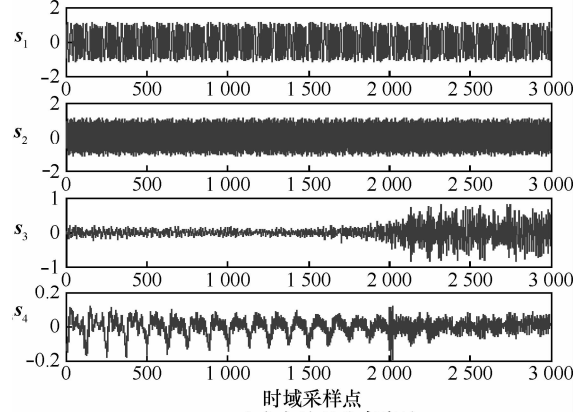
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.3575 & -0.2155 & 0.4121 & -0.9077 \\ 0.5155 & 0.3110 & -0.9363 & -0.8057 \\ 0.4863 & -0.6576 & -0.4462 & 0.6469 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$SIR_i = 10 \lg \frac{\|S_i\|^2}{\|S_i - \hat{S}_i\|^2}, \quad i=1, \dots, n \quad (22)$$

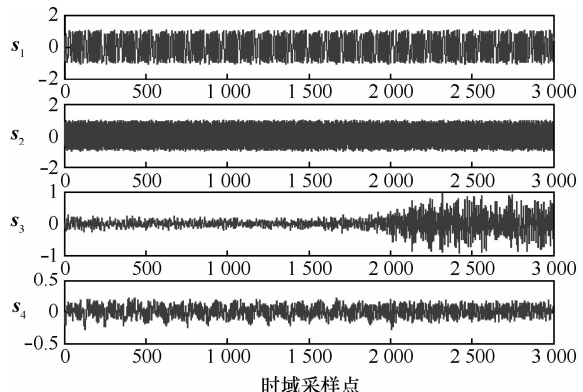
式中的 \hat{s}_i 为与 s_i 对应的估计。



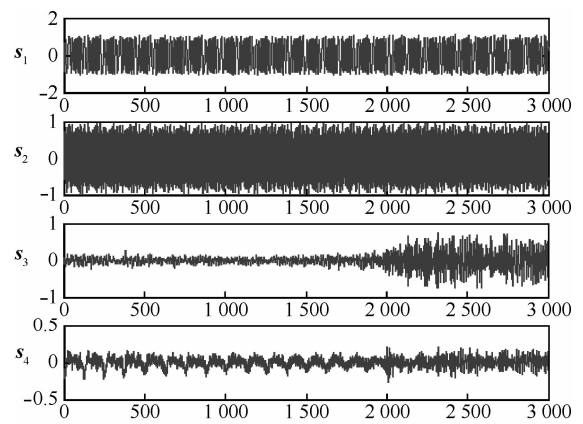
(a) 观测信号



(b) 本文方法的分离信号



(c) 文献[24]中方法的分离信号



(d) 文献[13]中方法的分离信号

图3 不同 UBSS 方法的分离信号

表 2 不同混合矩阵估计方法的估计结果的比较

| 真值 | 估计值 | | | |
|--------|----------|-----------|-----------|-----------|
| | 本文提出的方法 | 文献[13]的方法 | 文献[16]的方法 | 文献[19]的方法 |
| A(1,1) | 0.363 7 | 0.262 1 | 0.342 4 | 0.289 7 |
| A(1,2) | -0.193 4 | -0.072 5 | -0.107 5 | -0.149 4 |
| A(1,3) | 0.330 3 | 0.273 5 | 0.400 6 | 0.410 5 |
| A(1,4) | -0.951 5 | -1.035 2 | -0.819 0 | -0.961 5 |
| A(2,1) | 0.480 5 | 0.579 9 | 0.485 2 | 0.410 0 |
| A(2,2) | 0.366 7 | 0.156 7 | 0.239 9 | 0.187 0 |
| A(2,3) | -0.983 0 | -0.777 0 | -1.122 0 | -0.949 0 |
| A(2,4) | -0.817 7 | -1.051 1 | -0.816 3 | -0.708 1 |
| A(3,1) | 0.407 4 | 0.301 3 | 0.470 6 | 0.581 0 |
| A(3,2) | -0.672 9 | -0.407 2 | -0.543 7 | -0.592 1 |
| A(3,3) | -0.515 4 | -0.633 0 | -0.575 8 | -0.538 2 |
| A(3,4) | 0.652 3 | 0.692 6 | 0.508 0 | 0.713 2 |

表 3 不同 UBSS 方法分离结果的比较

| 源信号 | UBSS 方法 | | |
|-------|----------|-----------|-----------|
| | 本文提出的方法 | 文献[24]的方法 | 文献[13]的方法 |
| s_1 | 19.626 8 | 17.098 8 | 15.860 2 |
| s_2 | 26.230 7 | 19.116 6 | 12.721 5 |
| s_3 | 25.680 4 | 23.038 8 | 23.950 0 |
| s_4 | 23.901 4 | 19.294 4 | 22.380 1 |

由表 2 和表 3 的比较结果, 以及图 3 的波形可知, 本文的欠定盲源分离方法不仅能较好地分离出超高斯和亚高斯 2 种不同分布的信号, 同时它在 A 和源信号恢复的性能上也体现了它比其他方法更具有优越性。另外, 在仿真实验中, 由式(18)得到源信号(s_1, s_2, s_3, s_4)分布函数中的 α 的估计值分别为 1.059 3, 1.010 7, 0.091 0, 0.083 5; β 的估计值分别 70.010 9, 172.850 5, 0.795 7, 1.888 7, 由 β 的值可知 s_1, s_2 为亚高斯分布信号, s_3, s_4 为超高斯分布信号; 为验证这一结论, 直接计算源信号的峭度, (s_1, s_2, s_3, s_4) 的峭度分别为 1.500 1, 1.500 0, 6.417 0, 5.830 0, 当峭度大于 3 的信号为超高斯分布, 小于 3 的信号为亚高斯分布, 由此说明上述结论是正确的。

为了进一步评价第 3 节提出的源信号估计算法的性能, 分别利用该算法与文献[14,15]的算法分离出欠定情况下的 EEG(脑电图)信号进行比较分析, 3 种源信号恢复算法的复杂度运算量为: 本文的算法需估计 $2n$ 个参数, $2n$ 次最大化运算, 1 次 Metropolis-Hastings 抽样运算; 文献[14]的算法需要估计 $2n$ 个

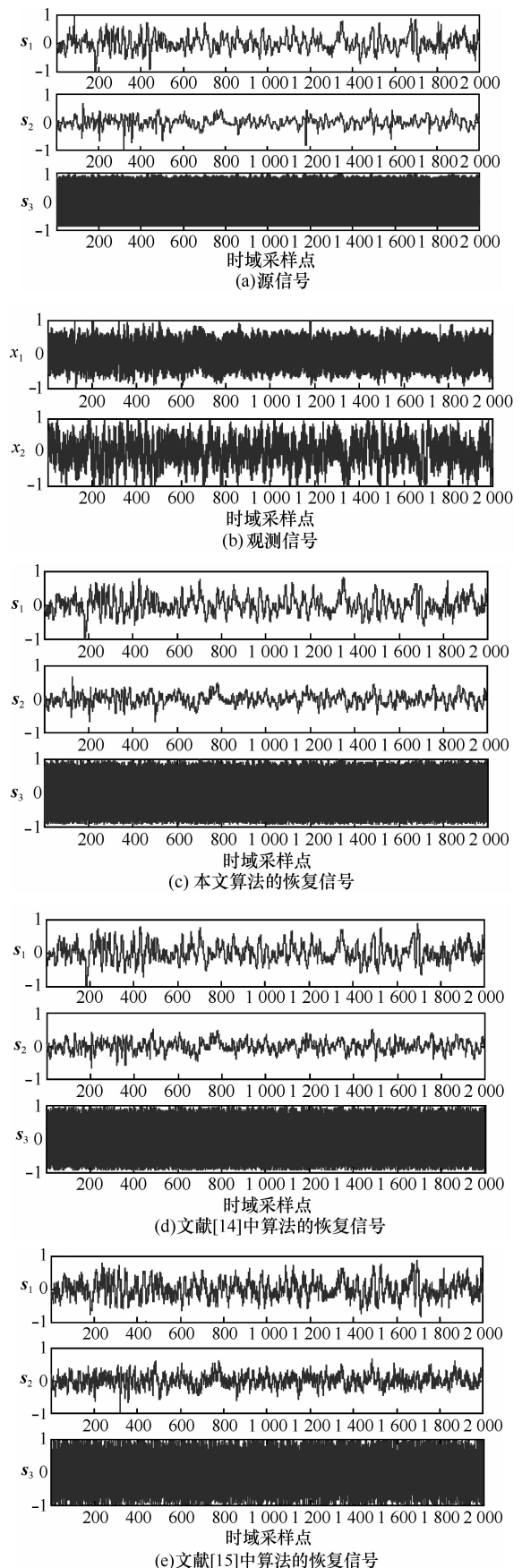


图 4 不同源信号估计算法的恢复信号

参数, $6n$ 次最大化运算, $6n$ 次 Metropolis-Hastings 抽样运算; 文献[15]的算法需要估计 $2nL$ 个参数, $2nL$ 次最大化运算, L 次 Metropolis-Hastings 抽样运算, L 为该算法的收敛迭代步长。图 4(a)中的源信号 s_1 和 s_2 为服从超高斯分布的 EEG 信号, 而 s_3 为服从亚高斯分布的噪声信号, 它们都取自文献[25]; 而混叠矩阵 A 的值见式(25), 它也是在 $[-1, 1]$ 之间随机产生, $m=2$ 。在这个仿真实验中, 假设混合矩阵 A 和源数 n 均为已知, 图 4(b)为观测信号, 图 4(c)~图 4(e)分别为 3 种不同源信号估计算法的分离信号, 它们对源信号估计的性能比较如表 4 所示。

$$A = \begin{bmatrix} 0.3575 & 0.4863 & 0.3110 \\ 0.5155 & -0.2155 & -0.6576 \end{bmatrix} \quad (23)$$

表 4 不同源信号估计算法实验结果的比较

| 源信号 | 源信号恢复算法 | | |
|-------|----------|-----------|-----------|
| | 本文提出的算法 | 文献[14]的算法 | 文献[15]的算法 |
| s_1 | 17.397 7 | 15.544 2 | 3.510 1 |
| s_2 | 14.363 6 | 11.555 5 | 7.504 4 |
| s_3 | 26.232 1 | 25.383 6 | 17.474 1 |

由图 4 和表 4 的比较结果可知, 虽然文献[15]中概率分布函数对信号建模具有较高的自由度, 但大量参数的估计不仅使得该算法的计算复杂, 且源信号恢复性能差; 利用本文的算法恢复的源信号 s_1 和 s_2 的 β 估计值分别为 1.116 8 和 1.559 1; 与文献[14,15]的算法比较, 该算法具有计算简单和估计性能优越等特点。

6 结束语

针对欠定情况下的源数估计、混叠矩阵和源信号恢复等关键技术, 本文提出了一种源数未知的欠定盲源分离算法。该方法首先利用 S 变换和聚类技术相结合的方法来估算源数和混叠矩阵; 然后将源信号以零空间形式表示, 这种表示形式将求解 n 个未知数的问题变换成求解 $(n-m)$ 个的未知, 再通过最大似然法估计关于它的后验概率以达到恢复源信号的目的。仿真结果表明了该方法不仅能较好地分离出服从不同分布的源信号, 同时它比其他方法具有更好的估计性能。本文提出的源信号个数和混叠矩阵的估计是利用聚类技术对 SSD 的元素进行聚类获得的, 而 SSD 元素的选取依据是实数的观测信号在 S 变换时频域上满足提出的 SSD 条件; 在源

信号恢复方面, 通过最大似然法估计关于它的后验概率只适用于恢复混合矩阵为实数矩阵情况下的源信号, 但源信号的零空间表示法也适用于混合矩阵为复数矩阵情况, 这为复数混合矩阵的欠定盲源分离方法的研究提供了重要的思路, 同时复数混合矩阵的欠定盲源分离方法的研究将成为我们下一个研究目标。

参考文献:

- [1] LIU Y D, ZHOU Z T, HU D W. A novel method for spatio-temporal pattern analysis of brain fMRI data[J]. Science in China Series F, Information Sciences, 2005, 48(2): 151-160.
- [2] ARAKI S, MAKINO S, BLIN A. Underdetermined blind separation for speech in real environment with sparseness and ICA[A]. Proceedings of ICASSP '04[C]. Montreal, Canada, 2004. 881-884.
- [3] 王荣杰, 周海峰, 詹巨臣. 船舶噪声的自适应分离技术[J]. 中国航海, 2011, 34(3): 10-15.
WANG R J, ZHOU H F, ZHAN Y J. Adaptive separation technology of ship noise[J]. Navigation of China, 2011, 34(3): 10-15.
- [4] OHNISHI N Y, IMIYA A. Independent component analysis of optical flow for robot navigation[J]. Neurocomputing, 2008, 171(10-12): 2140-2163.
- [5] ANNA T, LUIGI B, EMANUELE S. A markov model for blind image separation by a mean-field EM algorithm[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(2): 473-482.
- [6] BAI E W, LI Q Y, ZHANG Z Y. Blind source separation/channel equalization of nonlinear channels with binary inputs[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(7): 2315-2323.
- [7] CICHOCKI A, AMARI S. Adaptive Blind Signal and Image Processing[M]. New York: Wiley, 2002.
- [8] DOUGLAS S C, GUPTA M, SAWADA H. Spatio-temporal fastICA algorithms for the blind separation of convolutive mixtures[J]. IEEE Trans Audio, Speech, Lang Process, 2007, 15(5): 1540-1550.
- [9] XIE S L, HE Z S, FU Y L. A note on stone's conjecture of blind separation[J]. Neural Computation, 2005, 17(2): 321-330.
- [10] EVEN J, MOISAN E. Blind source separation using order statistics[J]. Signal Processing, 2005, 85(9): 1744-1758.
- [11] FANG Y, ZHANG Y. A robust clustering algorithm for underdetermined blind separation of sparse sources[J]. Journal of Shanghai University(English Edition), 2008, 12(3): 228-234.
- [12] BOFILL P, ZIBULEVSKY M. Underdetermined source separation using sparse representation[J]. Signal Process, 2001, 81(11): 2353-2362.
- [13] ABDELJALIL A, NGUYEN L, KARIM A. Underdetermined blind separation of non-disjoint sources in the time-frequency domain[J].

- IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(3): 897-907.
- [14] CEMGIL A T, FEVOTTE C, GODSILL S J. Variational and stochastic inference for bayesian source separation[J]. Digital Signal Processing, 2007, 17(5): 891-913.
- [15] SNOUSSI H C, IDIER J. Bayesian blind separation of generalized hyperbolic processes in noisy and underdeterminate mixtures[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(9): 3257-3269.
- [16] WANG R J, ZHAN Y J. Application of similarity in fault diagnosis of power electronics circuits[J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2010, E93-A(6): 1190-1195.
- [17] STOCKWELL R G, MANSINA L, LOWER R P. Localization of the complex spectrum: the s transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 44(4): 998-1001.
- [18] KIM S Y, CHANG D Y. Underdetermined blind source separation based on subspace representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(7): 2604-2614.
- [19] REJU V G, KOH S N, SOON I Y. An algorithm for mixing matrix estimation in instantaneous blind source separation[J]. Signal Processing, 2009, 89(9): 1762-1773.
- [20] SUN H J, WANG S R, JIANG Q S. FCM-based model selection algorithms for determining the number of cluster[J]. Pattern Recognition, 2004, 37(10): 2027-2037.
- [21] CHEN R B, WU Y N. A null sapce method for over-complete blind source separateion[J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2007, 51(12): 5519-5536.
- [22] 史习智. 盲信号处理[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2006.
SHI X Z. Blind Signal Processing[M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 2006.
- [23] ROBERT C, CASELLA G. Monte Carlo Statistical Methods[M]. New York: Springer-verlag, 1999.
- [24] KHOR L C. Robust adaptive blind signal estimation algorithm for underdetermined mixture[J]. IEE Proceedings-Circuits, Devices and Systems, 2006, 153(4): 320-331.
- [25] CICHOCKI A, AMARI S, SIWEK K. ICALAB toolboxes [EB/OL]. <http://www.bsp.brain.riken.jp/ICALAB/ICALABSignalProc/benchmarks>, 2007.

作者简介:



王荣杰 (1981-), 男, 福建晋江人, 中山大学博士生, 主要研究方向为智能信息处理和电力电子电路故障诊断。



詹宜巨 (1955-), 男, 江苏南京人, 中山大学教授、博士生导师, 主要研究方向为电子信息技术应用。



周海峰 (1970-), 男, 福建莆田人, 集美大学副教授, 主要研究方向为智能信息处理。