文章编号: 1000 6893(2004) 03-0308 04

飞机复杂蒙皮拉形过程有限元分析中的 接触搜索算法

白 笛,周贤宾,李东升

(北京航空航天大学 704 教研室, 北京 100083)

Finite Element Contact Searching Algorithm of Complex Skin Stretch Forming Processes

BAI Di, ZHOU Xian bin, LI Dong-sheng

(Faculty 704, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

摘 要:针对飞机复杂蒙皮拉伸成形特点,引入了适合于蒙皮模具的四节点四边形等参单元描述方式,建立 了基于非精确交点的线面精确求交算法,采用基于最大梯度法的搜索算法,开发了复杂蒙皮拉形数值模拟系统 STRETCHFORM。利用商业软件 MARC 和 PAM-STAMP 进行了 S 形蒙皮拉形的模拟计算对比,证明了 接触搜索算法的合理性。与全局搜索算法相比,本文算法使搜索效率得到显著提高。

关键词:飞机蒙皮拉形;接触搜索;有限元分析;最大梯度法;四节点四边形单元

中图分类号: V261 文献标识码: A

Abstract: To accomplish the simulation of complex aircraft skin forming processes, four-node quadrilateral isoparametric element model for tool description is derived according to the stretch forming feature of skin. In order to increase the efficiency of contact and search calculation, maximum gradient search path and precise point of intersection solving method based on imprecise intersected iterative initial value are established. Algorithm is introduced into the finite element simulation system – STRETCHFORM which has been developed for complex skin stretch forming processes, and simulation for "S" shape skin stretch forming processes is carried out, it demonstrates the good precision and stability in comparing with the results of MARC and PAM-STAMP by using exactly the same model. By analyzing the time consuming, it shows that contact and search algorithm based on maximum gradient search path owns higher computation efficiency than that of global search one.

Key words: aircraft skin stretch forming; contact and search; finite element analysis; maximum gradient search method; four node quadrilateral element

在板料成形过程中,模具对板料的接触与摩 擦作用是产生板料塑性变形力的主要来源,也是 板料成形数值模拟研究中的热点之一。早期主要 研究小曲率弯曲等简单成形问题,模具型面以解 析式表达,接触求交简单;随后提出用有限元网格 法划分模具,结合全局搜索法进行接触求解,为复 杂成形问题提供了解决方案。基于参数曲面和非 参数曲面的模具描述方法大大减少了模具描述信 息量,结合主从搜索法和级域搜索法使得求解效 率显著提高^[1,2];参数曲面描述法和有限元网格 法的结合使用也获得良好效果^[3];为解决成形中 复杂的动态接触问题,有人提出接触特征空间的 概念使问题的处理得到了简化^[4]。

蒙皮零件是构成飞机气动外形的关键零件,

收稿日期: 2003-03-28; 修订日期: 2003-05-27 基金项目:"十五"国防预研(41318.4.2.5)及基础研究项目 (J1600E003) 一般采用拉形工艺成形。相对其它工艺来讲,蒙 皮拉形工艺运动方式更为复杂,不仅包括模具的 垂直运动,而且拉形机钳口可在6个自由度方向 任意运动,找到一条最优的加载路径十分困难;复 杂蒙皮形状有凹有凸,但表面光滑缓和,一般曲率 不大,多属弹塑性变形性质,零件回弹很大。

为帮助解决生产中的实际问题,北京航空航 天大学基于静态隐式算法开发了复杂蒙皮拉形过 程数值模拟系统 STRETCHFORM,通过对蒙皮 成形过程进行模拟仿真,以期达到指导生产的目 的。本文分析比较了各种模具描述方式的特点, 结合蒙皮零件的特殊性,最终选取四节点四边形 等参单元描述模具型面,推导出基于非精确交点 的线面精确求交算法和包容算法,并采用基于最 大梯度的搜索算法以提高搜索计算效率。通过比 较,证明了算法的合理性。

1 模具的网格单元描述方式

模具型面一般有解析函数法、参数曲面法、离 散点列法和网格单元法等4种描述方法^[5]。描述 方式的不同决定着接触搜索算法的不同,因此对 仿真精度和效率有很大的影响。飞机蒙皮零件型 面一般较平缓,没有曲率急剧变化部位,模具型面 较其它工业模具容易描述,精度容易保证。由于 网格单元法的接触求交计算优势明显、模具描述 适应性及通用性强,因此系统采用网格单元法描 述模具型面,单元类型为通用四节点四边形单元。 在运算中引入自然坐标,利用等参变换法将全局 固定笛卡尔直角坐标系中几何形状规则的单元,这使 得求交运算十分简单,也满足对一般形状问题进 行离散的精度要求^[6]。

四边形单元节点沿单元片正向逆时针排列, 几何描述形式为

$$\boldsymbol{P} = \sum_{N=1}^{4} \phi_N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\nu}) \boldsymbol{P}_N \tag{1}$$

式中: P 是单元片内任一点的全局固定笛卡儿坐标矢量; P_N 是单元节点的全局固定笛卡儿坐标 矢量, N 为单元节点编号; $\Phi_V(\mu, \nu)$ 是基于自然 坐标系的 Serendipity 插值形函数, 表达式为

$$\Phi_N = \frac{1}{4} (1 + \mu \mu_N) (1 + \mathcal{W}_N) \qquad (N = 1, 2, 3, 4)$$
(2)

(^ц, *v*) 是单元片内任一点的自然坐标; (^ц_v, ^v_v) 是单元节点的自然坐标。

2 线面求交与包容算法

包容算法强烈依赖于模具型面的描述方法, 针对四节点四边形单元描述方法,本文算法能在 实现包容计算的同时完成线面求交运算。将四边 形模具单元表示为自然坐标函数形式

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\nu}) \tag{3}$$

则板料节点射线与模具单元的交点是否位于该单 元内的判据就简化为判断(^μ, ν) 的绝对值是否满 足包容条件:

$$| \mu| \leq 1, | \nu| \leq 1 \tag{4}$$

假设节点射线方程为

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}_0 + \lambda \boldsymbol{n} \tag{5}$$

其中: n 为节点射线单位矢量; λ 为参数变量, 其 几何意义为直线上任一点到节点 P_0 的距离矢 量。则板料节点射线方程与参数单元求交可将式

(3)和式(5)联立求解:

F(λ, μ, ν) = P₀+ λn - P(μ, ν) = 0 (6)
 式(6) 是三元高次方程组, 通常可以采用
 Newton 迭代法求解, 其迭代方程为

$$\begin{bmatrix} \lambda_{i+1} \\ \mu_{i+1} \\ \nu_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{i} \\ \mu_{i} \\ \nu_{i} \end{bmatrix} - J^{-1} \begin{bmatrix} F_{1}(\lambda, \mu_{i}, \nu_{i}) \\ F_{2}(\lambda, \mu_{i}, \nu_{i}) \\ F_{3}(\lambda, \mu_{i}, \nu_{i}) \end{bmatrix}$$
(7)
$$J = \begin{bmatrix} \partial F_{1}/\partial \lambda & \partial F_{1}/\partial \mu & \partial F_{1}/\partial \nu \\ \partial F_{2}/\partial \lambda & \partial F_{2}/\partial \mu & \partial F_{2}/\partial \nu \\ \partial F_{3}/\partial \lambda & \partial F_{3}/\partial \mu & \partial F_{3}/\partial \nu \end{bmatrix}$$
(8)

 F_1 , F_2 , F_3 是交点方程 $F(\lambda, \mu, \nu) = 0$ 的 X_1 , X_2 , X_3 的分量。在此将通过三元高次方程组得到解的方式称为精确求交方式。

方程组迭代初始值的选择至关重要,影响着 计算收敛速度以及收敛性。为避免迭代发散,同 时提高收敛速度,对于四节点四边形单元描述方 法,初始值计算方法如下:





图 1 非规则四边形单元的参数化



取每条边的中点,这里分别定义为 P5, P6, P7, P8,然后再将其作为中点生成一矩形。可用此矩 形来近似非规则形状单元片,矩形面函数描述为

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\nu}) = \boldsymbol{P}_{c} + (\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{V}_{x} + \boldsymbol{\nu}\boldsymbol{V}_{y}) \qquad (9)$$

$$\boldsymbol{P}_{c} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{4} \boldsymbol{P}_{i}$$
(10)

式中: P_e 为四节点四边形单元的中心; V_x , V_y 为构成单元的两个矢量, 模大小等于等参矩形面沿 V_x , V_y 两个方向尺寸的 1/2。

$$2 \mid V_{x} \mid = \mid P_{2} + P_{3} \mid /2 - |P_{4} + P_{1} \mid /2 = |P_{6} - P_{8}|$$

$$2 \mid V_{y} \mid = \mid P_{3} + P_{4} \mid /2 - |P_{1} + P_{2} \mid /2 = |P_{7} - P_{5}|$$
(11)

式中: | **P**₆- **P**₈| 表示 6 点与 8 点之间的距离, 其 它类推。当单元上某一点参数坐标(^μ, ν) 的绝对 值分别小于 1 时, 该点位于单元之内。

量。则板料节点射线方程与参数单元求交可将式 Publishing Fourse (5)。式(9)。可得线面交点方程的矢量。

形式如下

求此三元一次方程组,可得未知量(u, v, λ) 的值。由于矩形单元片与原始单元片之间存在误 差,所以此时得到的(u, v)不能直接作为板料节 点与原始单元片的交点参数坐标,需作转化才可 应用。

$$\begin{split} \mu &= \frac{2\mu | P_6 - P_8 |}{(1 - \nu) | P_2 - P_1 | + (1 + \nu) | P_3 - P_4 |} \\ \nu &= \frac{2\nu | P_7 - P_5 |}{(1 - \mu) | P_4 - P_1 | + (1 + \mu) | P_3 - P_2 |} \end{split}$$

$$\end{split}$$

此时得到的(^ú, ^ý) 可作为板料节点与原始 单元片的交点参数坐标, 并以(^ú, ^ý, ^λ) 作为式 (7) 的迭代初始值进行迭代运算。在此将求解三 元一次方程组的方式称为非精确求交方式。采用 以上方法确定求交迭代计算初始值, 很好地解决 了求交迭代计算的收敛性问题。

3 基于最大梯度的接触搜索算法

采用基于最大梯度的接触搜索路径搜索板料 节点对应的模具单元。对于某个板料节点,选定 一起始模具单元进行非精确求交。设定一略大于 1的容限值,若交点的参数坐标(μ,ν)在容限范围 内,表示找到对应关系,则基于非精确解进行精确 求交。根据板料节点与对应模具单元的距离 λ 的值进行接触判断和分离判断;若参数坐标(μ, ν)大于容限,则根据图 2 和表 1 所示的单元关系 与搜索路径确定下一个搜索目标进行非精确求 交,判断对应关系。若满足包容条件,则精确求解 交点坐标;如此反复直至找到对应单元或搜索到 模具边界为止。若始终没有对应单元,则将所有 模具单元中与板料节点距离最近的单元作为此节 点的对应单元。循环对每个板料节点进行计算直 至所有节点遍历完毕。采用基于最大梯度的接触



表1 搜索路径

Table 1 Searching Path

μ	ν	搜索方向
	V< - 1	<i>e</i> 5
μ< - 1	– 1 ≤v≤1	e_4
	V> 1	<i>e</i> 8
- 1 <i>≤</i> µ≤1	V< - 1	e_1
	– 1≤v≤1	对应单元
	V> 1	e 3
μ> 1	V< - 1	e ₆
	– 1≤v≤1	<i>e</i> ₂
	V> 1	e 7

搜索算法,板料节点与模具单元对应关系搜索过 程总是沿着搜索路径最短的方向进行,因此最大 程度地提高了接触搜索效率。

4 计算实例

"S"形蒙皮零件的成形需加上压成形装置, 是复杂蒙皮拉形过程数值模拟技术研究的难点, 对其进行模拟具有实际意义。为了验证算法合理 性,在相同材料模型和加载条件下利用商业有限 元软件 MARC 和 PAM-STMAP 进行了模拟对 比。

拉形模与板料的相互关系如图 3 所示。模拟 中选用的材料为 Ly12M,厚度为 2.0mm,摩擦系 数为 0.08。



图 3 模具与板料位置关系

Fig. 3 Position relation between die and sheet

加载过程中首先使夹钳作水平运动对板材进 行 1% 的预拉伸, 然后使夹钳保持固定, 上压模具 下行直至中部板材与底模贴合, 最后夹钳作垂直 运动完成成形。图 4 为成形终了板料最大主应变 分布 云 图; 图 5 为 MARC, PAM-STAMP 和 STRETCHFORM 3 个软件计算结果沿长度方向 对称切面的最大主应变 ε₁ 分布曲线, 计算结果相 当一致, 最大差值 0.03。悬空段为成形危险区,

	0.096259 0.167339 0.238419 0.309499 0.380580 0.451660 0.522740 0.593920
W-	-0.593820 -0.664900

图 4 零件成形终了最大主应变分布云图

Fig. 29 Reactions among elements in natural recordinate system in Publishing House. All rights reserved. http://www.enki.net

易破裂,是加工时的考察重点,此处最大误差小于 10%,满足精度要求。由于应变取决于板料节点 的位移大小,而位移值依赖于板料节点与模具单 元的搜索求交算法,因此证明了本文的搜索求交 算法的合理性。



图 5 长度方向对称切面最大主应变分布对比图

Fig. 5 Comparison of max principal strain distributions on the transverse symmetrical section along the length

基于最大梯度的接触搜索算法可以显著提高 接触搜索效率。为定量比较算法优势,在 STRETCHFORM系统中分别实现了最大梯度搜 索算法和全局搜索算法。通过采用不同规模的单 元数量来描述S形蒙皮的模具,在 PIII800的计 算机上分别比较了模具单元数量为160、400、 2000、10000时基于最大梯度的接触搜索和全局 搜索两种算法的成形计算 CPU 耗时,结果见图 6。其中算法 *A* 为基于最大梯度的接触搜索算 法,算法 *B* 为全局接触搜索算法。



图 6 不同单元规模及搜索算法 CPU 耗时对比

Fig. 6 Comparison of different algorithms for the relation of element amount to CPU time cost

从图中数据可看出,随着模具单元数量的增加,两种搜索算法的总计算时间都会明显增加,但 采用全局搜索算法 CPU 耗时要明显大于基于最 大梯度搜索算法的 CPU 耗时。同时还可以看出, 随着单元规模的增加,基于最大梯度的接触搜索 算法能够更有效提高计算效率。

5 结 论

通过分析比较典型模具型面描述方式的优缺 点,结合飞机蒙皮的特点,建立了基于等参变换的 四节点四边形模具单元描述模型,同时推导出了 相应的求交迭代包容算法以及基于最大梯度的接 触搜索算法。为了验证算法的合理性,针对S形 飞机复杂蒙皮的拉形过程,利用本文算法在相同 模型的条件下与商业有限元软件 MARC 和 PAM-STAMP进行了模拟对比。从最大主应变 场的分布来看,结果相当一致,证明本文算法具有 很好的实用价值。



- Heege A. A frictional contact element for strongly curved cortact problems[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1996, 39: 165-183.
- [2] Parisch H. A consistent tangent stiffness matrix for three dimensional norr-linear contact analysis[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1989, 28: 1803 – 1812.
- [3] 王晓林,周贤宾. 板料成形数值模拟接触搜索模型的研究
 [J].北京航空航天大学学报,2000,26(3):348-351.
 (Wang X L, Zhou X B. FE contact search model research in sheet metal forming[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2000, 26(3): 348-351.)
- [4] 陈中奎,施法中.板料冲压成形过程有限元分析中的接触搜索算法[J].塑性工程学报,2000,7(2):44-47.
 (Chen Z K, Shi F Z. A contact searching algorithm for finite element methods of sheet metal stamping process[J]. Journal of Plasticity Engineering, 2000, 7(2): 44-47.)
- [5] Yang D Y. Finite element simulation of sheet metal forming by using non-parametric tool description with automatically refined patches[A]. Simulation of Materials Processing: Theory Methods and Applications, NumiForm' 95[C]. 1995. 799-804.
- [6] 王勖成,邵敏.有限单元法基本原理和数值计算方法[M]. 第二版.北京:清华大学出版社,1997.117-141.
 (Wang X C, Shao M. Fundamentals of finite element method and numerical implementation[M]. The second edition. Bei jing: Tsinghua University Press, 1997.117-141.)
 作者简介:



白 笛(1978-) 男(汉族),陕西省临潼县人,
博士研究生。主要从事板料成形数值模拟研究,电话:010 82317701。



周贤宾(1938-) 男(汉族),江苏省南通市人,博士生导师。研 究方向:板料塑性成形理论、成形过程数值模拟、精密成形技术, 电话:010-82317701。

(责任编辑:蔡 斐)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net