

文章编号:1000-6893(2004)06-0598-04

一种基于模型误差预测的 UKF 方法

张红梅, 邓正隆, 林玉荣

(哈尔滨工业大学 控制科学与工程系, 哈尔滨 150001)

UKF Method Based on Model Error Prediction

ZHANG Hong-mei, DENG Zheng-long, LIN Yu-rong

(Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

摘要: Unscented Kalman 滤波器(UKF)对本质非线性系统具有估计精度高、收敛速度快和容易实现等优点,但是对系统的模型误差比较敏感。针对这一问题,提出了一种基于模型误差预测的 UKF 方法,称为 PUKF(Predictive Unscented Kalman Filter)。它利用非线性预测滤波器(NPF)的模型误差预测过程,能够对不准确的系统模型进行实时修正,弥补了 UKF 方法的不足。仿真结果表明,相对于原始的 UKF 方法,新方法从滤波精度、收敛速度和收敛的稳定性等几个方面,显著提高了非线性滤波的性能。PUKF 可适用于模型不确定、非线性较强系统的滤波。

关键词: 状态估计; UKF; Sigma 点; 预测滤波; 模型误差; 姿态确定

中图分类号: V249 **文献标识码:** A

Abstract: For essentially nonlinear systems, the Unscented Kalman Filter (UKF) has some advantages such as high estimation precision, fast convergence and easy accomplishment. But the UKF is sensitive to model error of systems. To address this problem, a new UKF method based on model error prediction (MEP) is proposed, which is called Predictive Unscented Kalman Filter (PUKF). The new filter utilizes the MEP process of Nonlinear Predictive Filter (NPF), which can adjust the inaccurate model in real time and thus remedy the shortage of the UKF. Theory analysis and simulation results demonstrate that the new filtering method remarkably improves the efficiency of nonlinear filtering. Compared with the UKF, the new filter significantly improves the performance in precision, convergence speed and stability. So PUKF is applicable to uncertain and high nonlinear system.

Key words: state estimation; UKF; Sigma points; predictive filtering; model error; attitude determination

长期以来,扩展卡尔曼滤波(EKF)由于方法简单、容易实现、快速收敛等优点成为最广泛适用的非线性估计方法。但 EKF 也有不足:(1)非线性模型的线性化过程容易引入误差,因此降低模型的准确性,对于强非线性系统,无法保证估计精度;(2)滤波前必须手动计算非线性函数的 Jacobi 矩阵。对于高维的复杂系统模型,这一过程非常烦琐而且容易出错。

为解决上述 2 个问题,Julier^[1,2]等人提出了 UKF(Unscented Kalman Filter)方法。UKF 一般也是假定状态满足高斯分布,状态变量沿时间的传播由一组确定的样本点(称 Sigma 点)通过非线性变换实现,对状态后验均值和方差的估计采用 UT(Unscented 变换)技术来完成。不仅避免了线性化等近似方法,而且不必计算 Jacobi 矩阵。相对于 EKF,UKF 的估计精度和收敛速度都得到显著提高,也很容易实现。文献[3]将 UKF 用在

卫星姿态确定问题中,取得良好的估计效果。然而,UKF 的不足之处在于它对系统的模型误差比较敏感,不能解决由此引入估计误差的问题。

与此同时,Crassidis^[4]等人提出了非线性预测滤波(NPF - Nonlinear Predictive Filter)方法。NPF 能够实时估计系统的模型误差,并以此修正系统模型,可用于模型误差较大的非线性系统的滤波。在某些情况下,NPF 能得到优于 EKF 等其他方法的滤波效果^[5,6],缺点是收敛速度较慢,但可以与其它方法相结合以弥补这个不足。文献[7]将 NPF 与 EKF 结合,使滤波性能得到了很大改善,但线性化的问题依然存在,而且也不能避免计算 Jacobi 矩阵。

本文将 NPF 的模型误差预测方法引入到 UKF 方法中,有机地结合了 NPF 和 UKF 的优点。对于非线性较强、模型误差较大的非线性滤波问题,仍然具有很好的估计性能。

1 基于模型误差预测的UKF——PUKF

新方法的滤波过程可以分为如下3部分。

(1) 模型误差预测

预测滤波的提出基于连续非线性系统

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t)] + \mathbf{G}[\mathbf{x}(t)]\mathbf{d}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}[\mathbf{x}(t)] + \mathbf{v}(t) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{x}(t)$ 为 n 维的状态向量; $\mathbf{d}(t)$ 为模型误差向量, 后面会对其进行解释; $\mathbf{G}[\mathbf{x}(t)]$ 为模型误差分布矩阵; $\mathbf{y}(t)$ 为 m 维量测值; $\mathbf{v}(t)$ 是量测噪声, 并且 $\mathbf{v}(t) \sim N(0, R)$ 。

模型误差预测的核心问题, 就是在“协方差约束”^[4]的条件下, 求得使准则函数

$$J[\mathbf{d}(t)] = \frac{1}{2} [\mathbf{y}(t + \Delta t) - \hat{\mathbf{y}}(t + \Delta t)]^T \mathbf{R}^{-1} \times [\mathbf{y}(t + \Delta t) - \hat{\mathbf{y}}(t + \Delta t)] + \frac{1}{2} \mathbf{d}^T(t) \mathbf{W} \mathbf{d}(t) \quad (3)$$

最小的模型误差

$$\mathbf{d}(t) = - \{ [\mathbf{A}(\Delta t) \mathbf{S}(\hat{\mathbf{x}})]^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A}(\Delta t) \mathbf{S}(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{W} \}^{-1} \times [\mathbf{A}(\Delta t) \mathbf{S}(\hat{\mathbf{x}})]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{Z}(\hat{\mathbf{x}}, \Delta t) + \hat{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{y}(t + \Delta t)] \quad (4)$$

上述涉及到的量的含义可参见文献[4]。

利用式(4)可以求得 t 时刻的模型误差值 $\mathbf{d}(t)$, 将其代入式(1)后, 即得一步修正模型。

值得说明的是, 模型误差加权矩阵 \mathbf{W} 的取值对估计效果的影响很大, 但没有固定的选取规则。通过仿真发现, 若模型误差是加性的或者初始估计误差过大时, \mathbf{W} 的值不应过大; 若模型误差为乘性的, \mathbf{W} 的值可以大一些; 测量误差一般对 \mathbf{W} 的取值不构成影响。

由于UKF算法是针对离散系统提出的, 所以对于连续系统, 需要将校准模型离散化(文中利用四阶 Runge-Kutta 法实现), 以用于下一步的UKF估计。设离散后的系统模型为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_k, \mathbf{d}_k, k) \quad (5)$$

下面利用此离散模型进行状态的时间更新和测量更新。

(2) 时间更新

1) 计算 Sigma 点和加权因子

由于逼近状态分布比逼近非线性函数更容易^[2], 所以可用一个确定的样本点组来完成随机状态变量的非线性传播。设已知某 $k-1$ 时刻状态向量 \mathbf{x} 的条件均值(即估计值)和估计误差方差矩阵分别为 $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ 和 $\mathbf{P}_{x_{k-1}}$ 。为了表示 \mathbf{x}_{k-1} , 可以选取由 $2n+1$ 个与 \mathbf{x}_{k-1} 同型的样本点构成 Sigma 点

组

$$\mathbf{X}_{k-1} = [\hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + a\sqrt{\mathbf{P}_{x_{k-1}}} \quad \hat{\mathbf{x}}_{k-1} - a\sqrt{\mathbf{P}_{x_{k-1}}}] \quad (6)$$

式中: $\sqrt{*}$ 为矩阵平方根; $a = \sqrt{n+\lambda}$, λ 为尺度参数, 对高斯分布, $n+\lambda=3$ 最佳^[1]。

相应的加权因子取为

$$\mathbf{W}_0 = \lambda / (n + \lambda) \quad (7a)$$

$$\mathbf{W}_i = 1 / [2(n + \lambda)], i = 1, \dots, 2n \quad (7b)$$

可以验证, 利用上述 Sigma 点和加权计算出的样本均值和方差与 \mathbf{x}_{k-1} 的均值和方差相同。这样, 我们就可以利用 Sigma 点组 \mathbf{X}_{k-1} 来完成随机状态向量 \mathbf{x}_{k-1} 沿时间的非线性传播。

2) 状态预测

将按上述规则产生的 Sigma 点代入非线性状态函数和观测函数, 得到变换 Sigma 点

$$\mathbf{X}_{k|k-1} = \mathbf{F}(\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{d}_{k-1}, k-1) \quad (8)$$

$$\mathbf{Y}_{k|k-1} = \mathbf{h}(\mathbf{X}_{k|k-1}) \quad (9)$$

计算变换 Sigma 点的均值 $\hat{\mathbf{x}}_{k,-}$ 和 $\hat{\mathbf{y}}_{k,-}$ 以及 $\hat{\mathbf{x}}_{k,-}$ 的误差方差

$$\hat{\mathbf{x}}_{k,-} = \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{W}_i \mathbf{X}_{i,k|k-1} \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{k,-} = \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{W}_i \mathbf{Y}_{i,k|k-1} \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_{x_{k,-}} = \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{W}_i [\mathbf{X}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k,-}] [\mathbf{X}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k,-}]^T \quad (12)$$

并以此代替状态的预测均值、预测量测值和预测误差方差。式中, $\mathbf{X}_{i,k|k-1}$ 表示 $\mathbf{X}_{k|k-1}$ 的第 i 列。

(3) 测量更新

在得到新的测量 \mathbf{y}_k 值后, 可以对预测状态 $\hat{\mathbf{x}}_{k,-}$ 和预测方差 $\mathbf{P}_{x_{k,-}}$ 进行修正

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k,-} + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_{k,-}) \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_{x_k} = \mathbf{P}_{x_{k,-}} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{y_k} \mathbf{K}_k^T \quad (14)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{x_{k,-}} \mathbf{P}_{y_k}^{-1} \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_{x_k y_k} = \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{W}_i [\mathbf{X}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k,-}] [\mathbf{Y}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_{k,-}]^T \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_{y_k} = \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{W}_i [\mathbf{Y}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_{k,-}] [\mathbf{Y}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_{k,-}]^T + \mathbf{R} \quad (17)$$

式(6)~(17)描述了执行一次完整 PUKF 滤波的全过程。下面用一个具体模型通过仿真来验证新方法的滤波性能, 并且将其与标准的 UKF 方法相比较。

2 仿真

(1) 系统模型

模型采用基于星敏感器的无陀螺卫星姿态确定系统。星体的运动学方程和动力学方程为^[5]

$$f_1[\mathbf{q}(t), \boldsymbol{\omega}(t)] = \frac{1}{2} \phi[\mathbf{q}(t)] \boldsymbol{\omega}(t) \quad (18)$$

$$f_2[\boldsymbol{\omega}(t)] = \mathbf{J}^{-1} \{ \mathbf{N} + \mathbf{d}(t) - \boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}(t) \} \quad (19)$$

式中： $\mathbf{q}(t) = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T$ 为星体的姿态四元数； $\boldsymbol{\omega}(t) = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$ 为星体的三轴角速度； \mathbf{J} 为系统的惯量矩阵； \mathbf{N} 为常值外部力矩； $\mathbf{d}(t)$ 为待估力矩模型误差向量，其中 $\phi[\mathbf{q}(t)]$ 的定义请见参考文献[5]。

令 $\mathbf{x} = [\mathbf{q}^T \ \boldsymbol{\omega}^T]^T$ ，则得状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t)] + \mathbf{G} \mathbf{d}(t) = \begin{bmatrix} f_1[\mathbf{q}(t), \boldsymbol{\omega}(t)] \\ f_2[\boldsymbol{\omega}(t)] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \mathbf{J}^{-1} \mathbf{d}(t) \quad (20)$$

式中： \mathbf{I}_3 为三维单位矩阵； \mathbf{G} 为常值过程噪声分布矩阵。

星体姿态测量方案采取基于星敏感器的星光双矢量观测，观测方程为

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}[\mathbf{x}_k] + \mathbf{v}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\mathbf{q}_k) \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{A}(\mathbf{q}_k) \mathbf{r}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{v}_k \quad (21)$$

式中： $\mathbf{A}(\mathbf{q}_k)$ 为 k 时刻的姿态矩阵； \mathbf{r}_1 和 \mathbf{r}_2 为两个不平行参考矢量； \mathbf{v}_k 是均值为零、方差为 \mathbf{R} 的测量白噪声。

(2) 初始值与参数设置

设卫星动力学方程中的模型误差由干扰力矩引起，其真实模型为 $\Delta \mathbf{N} = \Delta \mathbf{N}_1 + \Delta \mathbf{N}_2$ 。其中，常值分量 $\Delta \mathbf{N}_1$ 和周期分量 $\Delta \mathbf{N}_2$ 分别为

$$\Delta \mathbf{N}_1 = [-0.03 \ -0.03 \ 0.04]^T (\text{N} \cdot \text{m})$$

$$\Delta \mathbf{N}_2 = 0.01 \times [\cos(\phi) \ \sin(\phi) \ \sin(\phi)]^T (\text{N} \cdot \text{m})$$

式中： $\phi = 5\omega_0 t$ ； $\omega_0 = 0.06^\circ/\text{s}$ 。

真实的状态初始值

$$\mathbf{q}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T, \boldsymbol{\omega}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T (^\circ/\text{s})$$

初始状态估值

$$\hat{\mathbf{q}}(0) = \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \sin(3^\circ) \times (1 \ 1 \ 1) \ \cos(3^\circ) \right]^T$$

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T (^\circ/\text{s})$$

初始估计误差方差

$$\mathbf{P}(0) = \begin{bmatrix} (3 \times 10^{-2})^2 \mathbf{I}_4 & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 4} & (5 \times 10^{-4})^2 \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}$$

外力矩

$$\mathbf{N} = [3.4285 \times 10^{-5} \ 1.3254 \times 10^{-6} \ 5.3462 \times 10^{-4}]^T \ (\text{N} \cdot \text{m})$$

惯量矩阵

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 836 & 4.7 & 5.5 \\ 4.7 & 623 & 82 \\ 5.5 & 82 & 727 \end{bmatrix} \ (\text{N} \cdot \text{m}^2)$$

两个参考矢量

$$\mathbf{r}_1 = [1 \ 0 \ 0]^T, \mathbf{r}_2 = [0 \ 1 \ 0]^T$$

模型误差加权矩阵： $\mathbf{W} = 65 \times \mathbf{I}_3$

矢量观测噪声标准差： $\sigma_v = 25''$

采样时间间隔： $t = 1 \text{ s}$

干扰力矩标准差： $\sigma_d = 0.02 \text{ N} \cdot \text{m}$

(3) 结果与讨论

仿真结果如图1~图3所示。图1为力矩模型误差的估计结果，实线和虚线分别表示真值和估值。图2和图3是2种方法的对比结果。图2是姿态四元数的估计误差曲线，图3是姿态角速率的估计误差曲线，实线和虚线分别表示用 PUKF 和 UKF 的估计结果。

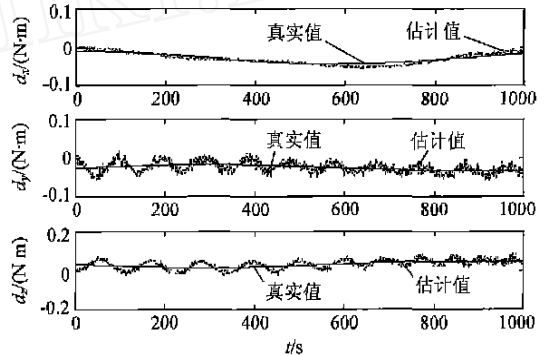


图1 真实的和估计的模型误差

Fig. 1 The true and estimated model error

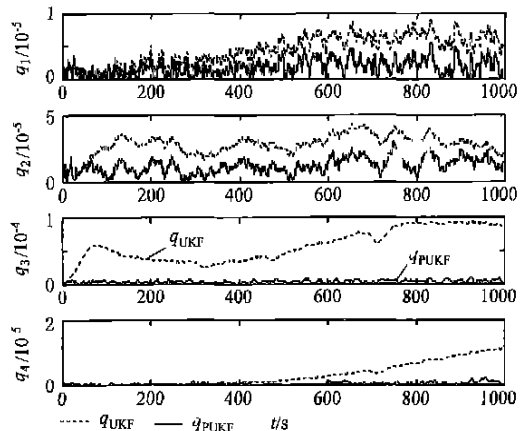


图2 四元数估计误差

Fig. 2 The error of estimated quaternion

从图中可以看出，UKF 方法的滤波精度已经

很高(对四元数的估计精度达到 10^{-5} 量级)。但由于 UKF 不能实时修正系统模型,致使估值不能很好地跟踪真实值,不仅误差曲线难以收敛,而且个别变量(如 q_4 和 q_3)的估计还出现了误差积累。而利用 PUKF 的估计效果有很大的改善。不仅估计精度得到提高,而且收敛速度也明显加快,一些变量(如 q_3 、 q_4 和 q_3)几乎在估计的一开始就能收敛到真实值附近。尤其是 PUKF 的滤波稳定性较好,在总的滤波时间内,没有出现误差随时间积累的现象。

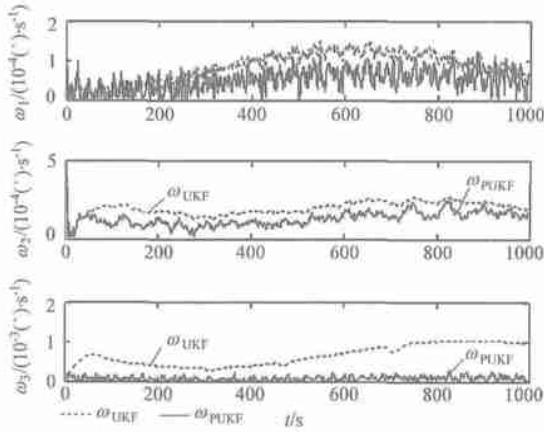


图3 姿态速率估计误差

Fig. 3 The error of estimated attitude rate

3 结论

针对 UKF 不能对系统模型实时修正的缺点,在 UKF 中引进了 NPF 的模型误差预测技术,得到一种新的非线性滤波方法——PUKF。新方法有机结合了 UKF 和 NPF 的优点,可用于模型误差较大、非线性较强系统的滤波。以无陀螺卫星姿态确定系统为模型,将 PUKF 和 UKF 进行了仿真比较,结果验证了 PUKF 的有效性和优越性。

参 考 文 献

[1] Julier S, Uhlmann J K. A general method for approximating nonlinear transformations of probability distributions [R]. RRG, Dept of Engineering Science, University of Oxford, 1996. [O L]. <http://www.robots.ox.ac.uk/~siju/>

- [2] Julier S, Uhlmann J K. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators [J]. IEEE Trans A C, 2000, 45(3): 477 - 482.
- [3] Zhang H M, Deng Z L. A UKF-based attitude determination method for gyroless satellite [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2004, 15(2): 105 - 109.
- [4] Crassidis J L, Markley F L. Predictive filtering for nonlinear systems [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1997, 20(3): 566 - 572.
- [5] 张红梅,邓正隆,林玉荣. 基于矢量观测确定卫星姿态的两种非线性滤波算法[J]. 中国惯性技术学报, 2002, 10(4): 14 - 18.
(Zhang H M, Deng Z L, Lin Y R. Two nonlinear filters for satellite attitude determination based on vector observation[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2002, 10(4): 14 - 18.)
- [6] 杨静,张洪钺. 基于预测滤波器的 GPS 姿态估计[J]. 航空学报, 2001, 22(5): 415 - 419.
(Yang J, Zhang H Y. Attitude determination with GPS based on predictive filter[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2001, 22(5): 415 - 419.)
- [7] 林玉荣,邓正隆. 基于星敏感器估计卫星姿态的预测 Kalman 滤波算法[J]. 中国科学(E 辑), 2002, 32(2): 817 - 823.
(Lin Y R, Deng Z L. Predictive Kalman filter based on star sensor for satellite attitude estimation [J]. Science in China (Series E), 2002, 32(2): 817 - 823.)

作者简介:



张红梅(1973-) 女,黑龙江人,哈尔滨工业大学控制科学与工程系在读博士,主要研究方向为非线性滤波理论及其应用、飞行器姿态确定等。
E-mail: zhanghm@hit.edu.cn



邓正隆(1939-) 男,黑龙江人,控制科学与工程系博士生导师,主要研究方向为惯性系统及其测试技术,现代控制理论在惯性技术中的应用。

林玉荣(1972-) 女,黑龙江人,博士,哈尔滨工业大学控制科学与工程系讲师,主要研究方向为惯性技术、飞行器姿态确定等。

(责任编辑:李泓洁)