

# 基于 SMDO 的滑模控制器设计及其在导弹上的应用

曾宪法<sup>1</sup>, 王洁瑶<sup>2</sup>, 王小虎<sup>1,\*</sup>, 王铁军<sup>1</sup>

1. 北京控制与电子技术研究所, 北京 100038

2. 哈尔滨工业大学 航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001

**摘要:** 提出了一种基于滑模干扰观测器(SMDO)的滑模控制器(SMC)设计方法。针对一类级联多输入多输出(MIMO)非线性系统,根据奇异扰动原理将其分为内、外回路分别进行控制器设计。以外回路为例,分析了传统基于饱和函数的滑模控制的鲁棒性,针对其在面临干扰时鲁棒性较差的问题,在名义滑模控制律的基础上设计了基于超扭曲算法的SMDO以实现对于干扰的估计和补偿。将该方法应用于导弹控制系统的设计中,通过仿真表明,基于SMDO的滑模控制器(SMDO-SMC)有效提高了控制系统的鲁棒性和性能。

**关键词:** 滑模干扰观测器; 滑模控制; 超扭曲算法; 导弹; 鲁棒控制

**中图分类号:** V448.22; TP273.2 **文献标识码:** A

滑模控制是非线性控制的一种重要方法。该方法通过设计不连续的控制律,迫使系统产生滑动模态运动,而一旦进入滑动模态,系统将对模型参数不确定性及干扰具有不变性<sup>[1-3]</sup>;同时由于设计简单,易于实现,因此滑模控制被广泛应用于航空航天飞行器的控制中<sup>[3-8]</sup>。但是抖振现象的存在限制了传统滑模控制的应用。将滑模控制律中的符号函数替换为饱和函数的方法可实现对抖振的有效抑制,但是在抑制抖振的同时,鲁棒性也大打折扣<sup>[2,8]</sup>。结合自适应在线估计策略可提高传统滑模控制的性能<sup>[9]</sup>,鉴于此,文献[3]设计了高超声速飞行器的自适应滑模控制器,通过对模型不确定参数的在线估计提高控制的鲁棒性;文献[8]设计了一种连续的滑模干扰观测器(SMDO),并将其应用于X-33的控制系统设计中,以提升系统的抗干扰能力。

本文结合文献[2]和文献[8]的思想,设计了一种基于超扭曲算法(Super-twisting Algorithm)的SMDO,同时与传统基于饱和函数的连续滑模控制方法进行综合,形成基于SMDO的滑模控制器(SMDO-SMC),实现在抑制抖振的同时,对于干扰进行估计和补偿。

## 1 SMDO-SMC 设计原理

### 1.1 控制方案

考虑如下—类级联非线性多输入多输出(MIMO)系统:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 + d \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + g_2u + D \\ y &= x_1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $x_1, x_2 \in \mathbf{R}^n$  为  $n$  维实空间的状态; $u \in \mathbf{R}^m$  为

收稿日期: 2010-08-20; 退修日期: 2010-09-19; 录用日期: 2010-11-22; 网络出版时间: 2010-12-13 17:45

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20101213.1745.001.html

DOI: CNKI:11-1929/V.20101213.1745.001

\* 通讯作者. Tel.: 010-63301556 E-mail: wangxh\_lf@sina.com

引用格式: 曾宪法, 王洁瑶, 王小虎, 等. 基于 SMDO 的滑模控制器设计及其在导弹上的应用[J]. 航空学报, 2011, 32(5): 873-880.

Zeng Xianfa, Wang Jieryao, Wang Xiaohu, et al. Design of sliding mode controller based on SMDO and its application to missile control [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(5): 873-880.

控制量;  $f_1(\cdot), f_2(\cdot) \in \mathbf{R}^n$ ;  $d, D \in \mathbf{R}^n$  为范数有界的未知干扰;  $g_1(\cdot), g_2 \in \mathbf{R}^{n \times n}$  为非奇异矩阵。

根据奇异摄动原理<sup>[10]</sup>, 可以将上述系统进行时标分离形成两个回路, 其中外回路状态变化较慢, 内回路状态变化较快; 然后分别在两个回路中进行 SMDO-SMC 的设计。采用这种分层的设计方法可以简化控制器的设计和回路的综合。考虑到状态变量  $x_1$  变化较慢, 因此, 将其在外回路进行控制, 而  $x_2$  变化较快, 可在内回路进行控制。由此, 针对系统式(1)的双回路 SMDO-SMC 基本设计框架如图 1 所示。图 1 中:  $y_c$  为外回路指令;  $x_{2c}$  为内回路指令;  $u_c$  为内回路计算出的舵面指令。

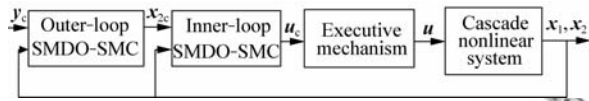


图 1 双回路 SMDO-SMC 控制框图

Fig. 1 Two-loop SMDO-SMC control scheme

## 1.2 内、外回路滑模面设计

由系统式(1)可知, 内、外回路的相对阶均为 1, 因此为实现无静差跟踪, 可设计如下含跟踪误差积分的切换函数<sup>[3]</sup>:

$$\sigma_1 = e_1 + c_1 \int e_1 dt \quad (2)$$

$$\sigma_2 = e_2 + c_2 \int e_2 dt \quad (3)$$

式中:  $\sigma_1 = [\sigma_{11} \quad \sigma_{12} \quad \cdots \quad \sigma_{1n}]^T$  为外回路切换函数;  $e_1 = y_c - x_1$  为外回路跟踪误差;  $\sigma_2 = [\sigma_{21} \quad \sigma_{22} \quad \cdots \quad \sigma_{2n}]^T$  为内回路切换函数;  $e_2 = x_{2c} - x_2$  为内回路跟踪误差;  $c_i = \text{diag}(c_{i1}, c_{i2}, \cdots, c_{in})$  ( $i = 1, 2$ ), 且  $c_{ij}$  ( $j = 1, 2, \cdots, n$ )  $> 0$ 。

如果在有限的时间内系统的运动能够进入滑模态, 即系统的解满足  $\sigma_i(x_i) = 0$ , 则系统将保持在滑模面 (即  $\sigma_i(x_i) = 0$  的平面) 上, 并沿着该面向原点运动。

因此, 为实现系统动态快速趋近滑模面, 定义趋近律为<sup>[11]</sup>

$$\dot{\sigma}_1 = -K_1 \sigma_1 - \varepsilon_1 \text{sgn} \sigma_1 \quad (4)$$

$$\dot{\sigma}_2 = -K_2 \sigma_2 - \varepsilon_2 \text{sgn} \sigma_2 \quad (5)$$

式中:  $\text{sgn} \sigma_i = [\text{sgn} \sigma_{i1} \quad \text{sgn} \sigma_{i2} \quad \cdots \quad \text{sgn} \sigma_{in}]^T$ ,  $\varepsilon_i = \text{diag}(\varepsilon_{i1}, \varepsilon_{i2}, \cdots, \varepsilon_{in})$ ,  $K_i = \text{diag}(K_{i1}, K_{i2}, \cdots, K_{in})$ ,  $i = 1, 2$ 。调节  $K_1, K_2, \varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  可获得一个

合理的趋近律。

## 1.3 外回路 SMDO-SMC 设计

对式(2)求一阶导数, 并结合式(4), 可得

$$\dot{y}_c - f_1(x_1) - g_1(x_1)x_2 - d + c_1 e_1 = -K_1 \sigma_1 - \varepsilon_1 \text{sgn} \sigma_1 \quad (6)$$

假定  $\dot{y}_c$  未知有界, 因此定义广义干扰为  $\bar{d} = [\bar{d}_1 \quad \bar{d}_2 \quad \cdots \quad \bar{d}_n]^T = \dot{y}_c - d$ , 且  $|\bar{d}_j| \leq L_j$  ( $j = 1, 2, \cdots, n$ ), 其中  $L_j > 0$  为第  $j$  条通道有界干扰的上界。

首先令  $\bar{d} = 0$ , 则根据式(6)可得外回路的名义滑模控制律为

$$x_{2\text{nor}} = g_1^{-1}(x_1)(-f_1(x_1) + c_1 e_1 + K_1 \sigma_1 + \varepsilon_1 \text{sgn} \sigma_1) \quad (7)$$

系统式(1)在式(7)的作用下会出现抖振现象, 为了消除抖振, 通常采用饱和函数  $\text{sat}(\sigma_1, b_1)$  来代替式(7)中的符号函数  $\text{sgn} \sigma_1$ , 其中  $b_1 = [b_{11} \quad b_{12} \quad \cdots \quad b_{1n}]^T$  为连续部分的宽度, 而  $\text{sat}(\sigma_1, b_1) = [\text{sat}(\sigma_{11}/b_{11}) \quad \text{sat}(\sigma_{12}/b_{12}) \quad \cdots \quad \text{sat}(\sigma_{1n}/b_{1n})]^T$ , 且

$$\text{sat}(\sigma_{1j}/b_{1j}) = \begin{cases} \text{sgn} \sigma_{1j} & |\sigma_{1j}/b_{1j}| > 1 \\ \sigma_{1j}/b_{1j} & |\sigma_{1j}/b_{1j}| \leq 1 \end{cases}$$

式中:  $b_{1j} > 0$  ( $j = 1, 2, \cdots, n$ )。

于是, 外回路的名义滑模控制律式(7)变为

$$x_{2\text{nor}} = g_1^{-1}(x_1)(-f_1(x_1) + c_1 e_1 + K_1 \sigma_1 + \varepsilon_1 \text{sat}(\sigma_1, b_1)) \quad (8)$$

**定理 1** 对于外回路, 如果采用式(8)所示的名义滑模控制律, 且满足  $K_{1j} > 0$  和  $\varepsilon_{1j} > L_j$  ( $j = 1, 2, \cdots, n$ ), 则

(1) 当不存在干扰时, 即  $\bar{d} = 0$ , 系统轨迹将渐近收敛到滑模面。

(2) 当存在干扰  $\bar{d}$  时, 对每个通道, 系统的轨迹将渐近收敛到滑模面的邻域  $|\sigma_{1j}| \leq \Delta_j$ , 且  $\Delta_j$  满足

$$\Delta_j = L_j / (K_{1j} + \varepsilon_{1j}/b_{1j}) \quad (j = 1, 2, \cdots, n)$$

**证明** 由式(1)和式(2)可得

$$\dot{\sigma}_1 = \bar{d} - f_1(x_1) - g_1(x_1)x_2 + c_1 e_1 \quad (9)$$

用式(8)中的  $x_{2\text{nor}}$  代替式(9)中的  $x_2$ , 可得

$$\dot{\sigma}_1 = \bar{d} - K_1 \sigma_1 - \varepsilon_1 \text{sat}(\sigma_1, b_1) \quad (10)$$

(1) 当不存在干扰时,式(10)变为

$$\dot{\sigma}_1 = -K_1 \sigma_1 - \varepsilon_1 \text{sat}(\sigma_1, b_1)$$

定义 Lyapunov 函数为  $V = 0.5 \sigma_1^T \sigma_1$ 。

对  $V$  求导可得

$$\dot{V} = \sigma_1^T (-K_1 \sigma_1 - \varepsilon_1 \text{sat}(\sigma_1, b_1))$$

① 当  $|\sigma_{1j}/b_{1j}| > 1 (j=1, 2, \dots, n)$  时,

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\lambda_{\min}(K_1) \|\sigma_1\|^2 - \lambda_{\min}(\varepsilon_1) \sigma_1^T \text{sgn} \sigma_1 = \\ &-\lambda_{\min}(K_1) \|\sigma_1\|^2 - \lambda_{\min}(\varepsilon_1) \sum_{j=1}^n |\sigma_{1j}| \end{aligned}$$

式中:  $\lambda_{\min}(\cdot)$  为矩阵的最小特征值。由给定条件可知  $\dot{V} < 0$ , 于是系统轨迹以指数形式趋近  $|\sigma_{1j}/b_{1j}| \leq 1$ 。

② 当  $|\sigma_{1j}/b_{1j}| \leq 1 (j=1, 2, \dots, n)$  时,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma_1^T (-K_1 - M_{sb}) \sigma_1 \leq \\ &-\lambda_{\min}(K_1 + M_{sb}) \|\sigma_1\|^2 \end{aligned}$$

式中:  $M_{sb} = \text{diag}(\varepsilon_{11}/b_{11}, \varepsilon_{12}/b_{12}, \dots, \varepsilon_{1n}/b_{1n})$ 。由给定条件知  $\dot{V} < 0$ , 系统轨迹将渐近收敛到滑模面。

(2) 当存在有界干扰时,与(1)类似,定义 Lyapunov 函数为  $V = 0.5 \sigma_1^T \sigma_1$ 。

将式(10)代入  $\dot{V}$  可得

$$\dot{V} = \sigma_1^T (\bar{d} - K_1 \sigma_1 - \varepsilon_1 \text{sat}(\sigma_1, b_1))$$

考虑到名义控制律式(8)已经实现了通道间的解耦,因此对于单个通道,有

① 当  $|\sigma_{1j}/b_{1j}| > 1 (j=1, 2, \dots, n)$  时,

$$\begin{aligned} \dot{V}_j &= \sigma_{1j} (\bar{d}_j - K_{1j} \sigma_{1j} - \varepsilon_{1j} \text{sgn} \sigma_{1j}) \leq \\ &-K_{1j} \sigma_{1j}^2 - (\varepsilon_{1j} - L_j) |\sigma_{1j}| \end{aligned}$$

由于  $K_{1j} > 0$  且  $\varepsilon_{1j} > L_j$ , 因此  $\dot{V}_j < 0$ , 则在每个通道  $\sigma_{1j}$  将以指数形式趋近  $|\sigma_{1j}/b_{1j}| \leq 1$ 。

② 当  $|\sigma_{1j}/b_{1j}| \leq 1 (j=1, 2, \dots, n)$  时,

$$\dot{V}_j = \sigma_{1j} [\bar{d}_j - (K_{1j} + \varepsilon_{1j}/b_{1j}) \sigma_{1j}] \quad (11)$$

对于式(11),当  $\sigma_{1j} > 0$  时,系统稳定的条件为

$$L_j - (K_{1j} + \varepsilon_{1j}/b_{1j}) \sigma_{1j} < 0$$

同理,当  $\sigma_{1j} < 0$  时,系统稳定的条件为

$$-L_j - (K_{1j} + \varepsilon_{1j}/b_{1j}) \sigma_{1j} > 0$$

由此可知,当存在不确定性和干扰时,传统基于饱和函数的滑模控制只能收敛到滑模面  $\sigma_{1j} = 0$  的邻域,即

$$|\sigma_{1j}| \leq \Delta_j = L_j / (K_{1j} + \varepsilon_{1j}/b_{1j})$$

由定理 1 可知,滑模控制的连续化削弱了其鲁棒性,而考虑到未知不确定性  $\bar{d}$  的存在,本文在名义控制律式(8)的基础上,增加如下的扰动控制量:

$$x_{2d} = g_1^{-1}(x_1) v_1 \quad (12)$$

式中:  $v_1$  为对干扰的估计。

此时,外回路滑模控制变为

$$x_{2c} = x_{2nor} + x_{2d} \quad (13)$$

本文采用一种基于超扭曲算法的滑模干扰观测器来实现对干扰的估计。超扭曲算法是一种连续的二阶滑模控制(Second-order Sliding Mode Control)算法。该算法可实现滑模变量及其一阶导数稳定收敛到零,同时由于高频切换部分被隐藏至滑模变量的高阶导数中,因此可有效地抑制抖振现象<sup>[2,8]</sup>。引理 1 给出了该算法的具体特性。

**引理 1**<sup>[8,12]</sup> 考虑如下受扰非线性微分方程:

$$\begin{aligned} \dot{\chi}(t) + \rho |\chi(t)|^{1/2} \text{sgn} \chi(t) + \\ \zeta \int \text{sgn} \chi(\tau) d\tau = \xi(t) \end{aligned} \quad (14)$$

式中:  $\xi(t)$  为未知有界干扰,且  $|\dot{\xi}(t)| \leq C$ ,  $C$  为干扰导数的上界;  $\chi(t)$  为状态;  $\rho$  和  $\zeta$  为常系数。

如果  $\rho \geq 1.5 \sqrt{C}$  且  $\zeta \geq 1.1C$ , 则  $\chi(t)$  和  $\dot{\chi}(t)$  在有限时间  $t_r \leq 7.6 \chi(0) / (\zeta - C)$  收敛至零。

在本文滑模观测器的设计中,首先构造如下辅助滑模变量:

$$s_1 = \sigma_1 - \hat{\sigma}_1 \quad (15)$$

式中:  $\hat{\sigma}_1 = \int (-K_1 \sigma_1(\tau) - \varepsilon_1 \text{sat}(\sigma_1(\tau), b_1)) d\tau$ ;

$$s_1 = [s_{11} \quad s_{12} \quad \dots \quad s_{1n}]^T$$

对式(15)求导,并结合式(8)、式(9)、式(12)和式(13),推导可得

$$\dot{s}_1 = \bar{d} - v_1 \quad (16)$$

式中:  $v_1 = [v_{11} \quad v_{12} \quad \dots \quad v_{1n}]^T$ 。

对比式(14)和式(16),可以得到如下超扭曲控制律:

$$v_1 = \lambda_1 |s_1|^{1/2} \text{sgn} s_1 + \hat{\omega}_1 \int \text{sgn} s_1 d\tau \quad (17)$$

式中:

$$\left\{ \begin{array}{l} |s_1|^{1/2} \operatorname{sgn} s_1 = [|s_{11}|^{1/2} \operatorname{sgn} s_{11} \\ |s_{12}|^{1/2} \operatorname{sgn} s_{12} \quad \cdots \quad |s_{1n}|^{1/2} \operatorname{sgn} s_{1n}]^T \\ \hat{\omega}_1 = \operatorname{diag}(\hat{\omega}_{11}, \hat{\omega}_{12}, \dots, \hat{\omega}_{1n}) \\ \lambda_1 = \operatorname{diag}(\lambda_{11}, \lambda_{12}, \dots, \lambda_{1n}) \end{array} \right.$$

综上,式(15)和式(17)构成了本文的 SMDO,由引理 1 可知,  $v_1$  将在有限时间内实现对干扰  $\bar{d}$  的估计。

综合式(8)、式(12)、式(13)、式(15)~式(17),可得外回路的 SMDO-SMC 为

$$\left. \begin{array}{l} x_{2c} = x_{2nor} + x_{2d} \\ x_{2nor} = g_1^{-1}(x_1)(-f_1(x_1) + c_1 e_1 + K_1 \sigma_1 + \varepsilon_1 \operatorname{sat}(\sigma_1, b_1)) \\ x_{2d} = g_1^{-1}(x_1) v_1 \\ s_1 = \sigma_1 - \hat{\sigma}_1 \\ \hat{\sigma}_1 = \int (-K_1 \sigma_1(\tau) - \varepsilon_1 \operatorname{sat}(\sigma_1(\tau), b_1)) d\tau \\ v_1 = \lambda_1 |s_1|^{1/2} \operatorname{sgn} s_1 + \hat{\omega}_1 \int \operatorname{sgn} s_1 d\tau \end{array} \right\} \quad (18)$$

**定理 2** 在有界干扰存在的情况下,采用如式(18)所示的 SMDO-SMC 时,外回路闭环是渐近稳定的。

**证明** 定义 Lyapunov 函数为  $V = 0.5 \sigma_1^T \sigma_1$ , 对其求导并结合式(1)、式(2)和式(18)可得

$$\dot{V} = \sigma_1^T \dot{\sigma}_1 = \sigma_1^T (-K_1 \sigma_1 - \varepsilon_1 \operatorname{sat}(\sigma_1, b_1)) + \sigma_1^T (\bar{d} - v_1)$$

由引理 1 可知,  $\dot{V}$  的最后一项将在有限的时间内收敛至零,而对于前一项,由定理 1 可知,其满足  $\dot{V} < 0$ ,因此系统是渐近稳定的。

#### 1.4 内回路 SMDO-SMC 设计

内回路的控制器设计过程与外回路类似,这里不再赘述,给出其 SMDO-SMC 设计结果如下:

$$\left. \begin{array}{l} u_c = u_{nor} + u_d \\ u_{nor} = g_2^{-1}(-f_2(x_1, x_2) + c_2 e_2 + K_2 \sigma_2 + \varepsilon_2 \operatorname{sat}(\sigma_2, b_2)) \\ u_d = g_2^{-1} v_2 \\ s_2 = \sigma_2 - \hat{\sigma}_2 \\ \hat{\sigma}_2 = \int (-K_2 \sigma_2(\tau) - \varepsilon_2 \operatorname{sat}(\sigma_2(\tau), b_2)) d\tau \\ v_2 = \lambda_2 |s_2|^{1/2} \operatorname{sgn} s_2 + \hat{\omega}_2 \int \operatorname{sgn} s_2 d\tau \end{array} \right\} \quad (19)$$

式中:变量的定义与外回路类似。

显然,与外回路相同,上述 SMDO-SMC 可实现对未知有界干扰的有效抑制,确保内回路闭环渐近稳定。

## 2 SMDO-SMC 在导弹上的应用

导弹六自由度(6DOF)非线性刚体动力学方程由 12 个方程组成<sup>[13]</sup>,状态变量  $x = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z \ \alpha \ \beta \ \gamma_v \ V_m \ \theta \ \psi_v \ x \ y \ z]^T$ ,各分量分别表示:滚转、偏航与俯仰角速度,迎角,侧滑角,速度滚转角,速度,弹道倾角,弹道偏角以及在地面坐标系三轴的位置。

本文考虑导弹相对速度轴的姿态控制问题,即设计控制器使导弹跟踪迎角、侧滑角和速度滚转角指令。此时用于设计的状态变量为  $\bar{x} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z \ \alpha \ \beta \ \gamma_v]^T$ 。由导弹运动学规律可知,当舵面偏转时,角速度首先做出响应,在这一过程中,可认为其他状态变量保持不变。因此对于导弹的姿态控制问题,根据奇异摄动原理,可以分为两个回路进行设计,其中  $\omega_x$ 、 $\omega_y$  和  $\omega_z$  用于内回路控制,而  $\alpha$ 、 $\beta$  和  $\gamma_v$  用于外回路控制。图 2 所示为导弹控制仿真结构框图,图中含下标 c 的量表示对应量的指令。

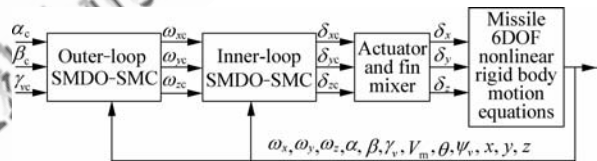


图 2 导弹控制与仿真结构框图

Fig. 2 Missile control and simulation structure

令  $x_1 = [\alpha \ \beta \ \gamma_v]^T$ ,  $x_2 = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ ,可以得到如下类似系统式(1)的级联非线性系统:

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x}_1 = f_1(x, u) + g_1(x_1) x_2 + d \\ \dot{x}_2 = f_2(x) + g_2 u + D \\ y = x_1 \end{array} \right\} \quad (20)$$

式中:  $d = \Delta f_1 + \Delta g_1 x_2 + w_1$  为外回路集中不确定性,其中  $\Delta f_1$  和  $\Delta g_1$  为模型不确定性部分,  $w_1$  为外部干扰;  $D = \Delta f_2 + \Delta g_2 u + w_2$  为内回路集中不确定性,其中  $\Delta f_2$  和  $\Delta g_2$  为模型不确定性部分,  $w_2$  为外部干扰;  $u = [\delta_x \ \delta_y \ \delta_z]^T$  为滚转、偏航和俯仰通道舵偏角构成的向量;  $f_1(x, u)$  和  $f_2(x)$  分别为与力和力矩相关的  $3 \times 1$  维矩阵,  $g_1(x_1)$  和

$g_2$  分别为与气流角和舵面操纵导数相关的  $3 \times 3$  维控制矩阵,它们的定义可参见文献[14]。

由于行列式  $\det(g_1(x_1)) = -\sec \beta$ , 显然当  $\beta \neq \pm 90^\circ$  时,  $g_1(x_1)$  总可逆; 同时在本文的仿真条件下,  $g_2$  也总是可逆。因此, 可通过第 1 节设计的名义控制律实现通道间解耦。

在外回路, 由于  $f_1(x, u)$  中的合外力  $F_y$  和  $F_z$  包含了舵面产生的操纵力, 使得系统存在非最小相位零点<sup>[15]</sup>, 从而导致本文方法难以应用; 但是由于此操纵力占合外力的比重与操纵力矩占合外力矩的比重相比小得多, 因此在进行控制器设计时往往将其忽略, 而这种忽略对受控状态的影响是较小的<sup>[6, 15]</sup>。综合上述分析, 本文在设计时忽略了该部分操纵力, 这样系统式(20)便与系统式(1)完全等价。

对于执行机构部分, 导弹采用  $\times$  型操纵布局, 因此有 4 个物理舵面。对于每个舵面, 其动力学特性采用一个二阶环节描述, 并存在位置限幅和速率限幅。为便于设计, 本文采用了三通道等效舵面  $\delta_x$ 、 $\delta_y$  和  $\delta_z$  进行控制器设计。为此在控制器设计完成之后, 需将该等效舵面指令转换为 4 舵面指令, 具体转换关系可参见文献[7]。

综上所述, 针对系统式(20), 设计如式(2)所示的切换函数, 并根据式(18)设计 SMDO-SMC, 即可完成外回路控制器的设计; 同样, 设计如式(3)所示的切换函数, 并根据式(19)设计 SMDO-SMC, 可完成内回路控制器的设计; 最后按照图 2 所示结构完成控制系统的综合。

### 3 仿真分析

在 MATLAB/Simulink 中建立完整的导弹 6DOF 非线性模型用于验证所设计 SMDO-SMC 的有效性, 其中导弹相关数据来自文献[7]。

考虑到迎角、侧滑角等外回路状态通常面临更大的干扰和不确定性, 因此在仿真中仅取外回路集中不确定性为  $d = [d\_pitch \quad d\_yaw \quad d\_roll] = [0.2 \quad 0.05 \quad 0.3] \sin(6t)$  rad, 而内回路  $D$  取为  $0$ 。

为了确保内外回路时标分离, 应使得内回路滑动变量  $\sigma_2$  的收敛速度快于外回路  $\sigma_1$  的收敛速度, 相应地, 控制增益应满足  $K_2 \gg K_1$ , 本文取  $K_1 = \text{diag}(4, 3.5, 4)$ ,  $K_2 = \text{diag}(15, 15, 15)$ 。滑模面中

积分项系数的选取, 应确保可靠消除稳态误差, 同时需防止参数过大而产生较大超调, 本文取  $c_1 = \text{diag}(1, 0.5, 1)$ ,  $c_2 = \text{diag}(0.5, 0.3, 0.5)$ 。若  $\varepsilon_i$  和  $b_i$  取得太大, 可能导致系统抖振, 因此取  $b_1 = b_2 = [5 \quad 5 \quad 5]^T$ ,  $\varepsilon_1 = \text{diag}(0.8, 0.8, 0.8)$ ,  $\varepsilon_2 = \text{diag}(3, 3, 3)$ 。对于 SMDO 的参数, 应根据具体干扰进行设置, 理论上取值越大, 收敛越快, 但此时观测器输出会剧烈抖动, 经仿真调试, 取  $\lambda_1 = \text{diag}(3.72, 1.2, 4.35)$ ,  $\omega_1 = \text{diag}(0.25, 0.05, 0.5)$ ,  $\lambda_2 = \text{diag}(3.25, 1.0, 3.1)$ ,  $\omega_2 = \text{diag}(0.3, 0.01, 0.2)$ 。

利用上述参数进行三通道仿真, 导弹采用倾斜转弯(BTT)控制方式, 输入指令为: 在第 0 s 时输入  $\alpha_c = 10^\circ$  的阶跃指令, 在第 1 s 时输入  $\gamma_{vc} = 20^\circ$  的阶跃指令,  $\beta_c$  在整个仿真过程中保持  $0^\circ$ ; 同时将本文方法与传统基于饱和函数的滑模控制进行比较, 仿真结果如图 3~图 7 所示。

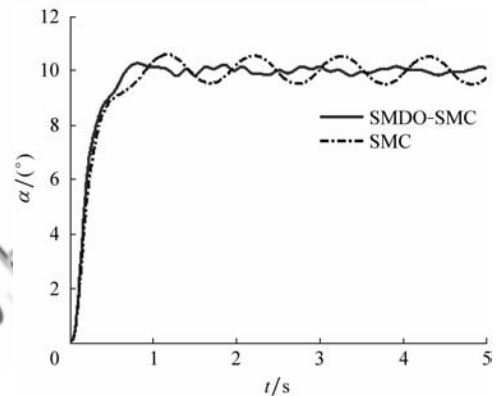


图 3 迎角响应曲线

Fig. 3 Response of angle of attack

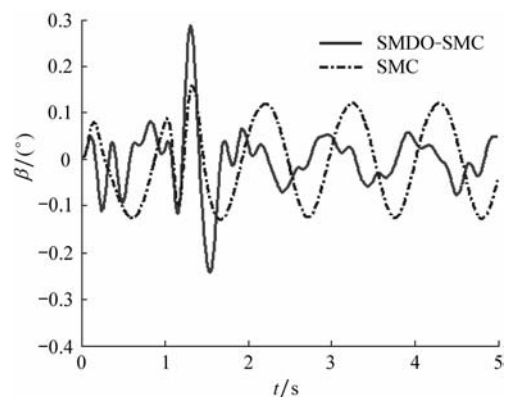


图 4 侧滑角响应曲线

Fig. 4 Response of sideslip angle

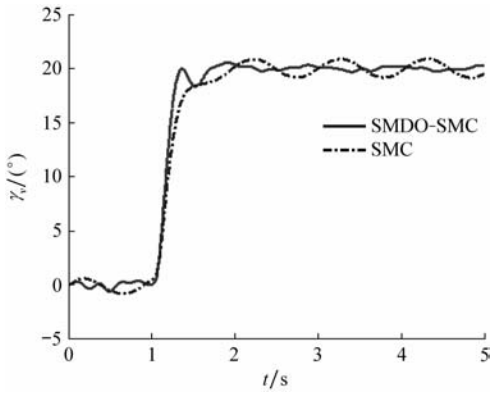


图5 速度滚转角响应曲线

Fig. 5 Response of bank angle

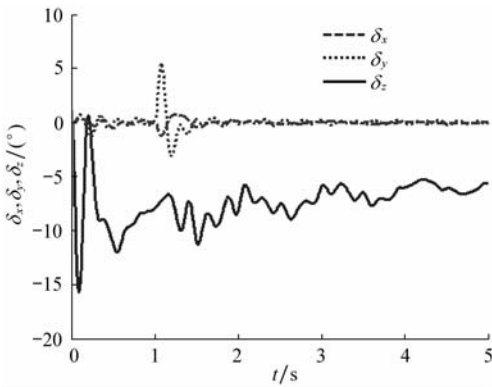


图6 舵偏角曲线

Fig. 6 Control surface deflections

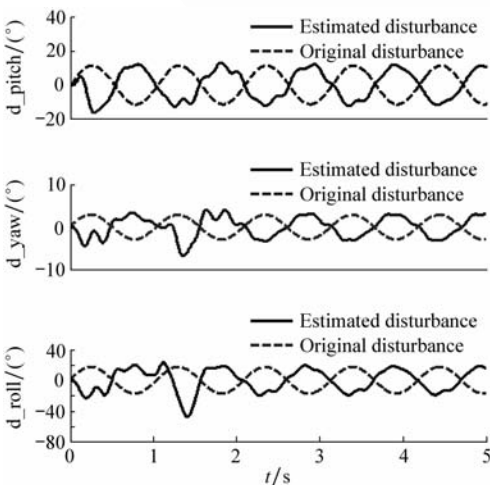


图7 干扰估计曲线

Fig. 7 Estimated disturbances

图3~图5分别为迎角、侧滑角和速度滚转角响应曲线,图6为三通道等效舵偏角曲线。由

图3~图5可知,当存在干扰和不确定性时,本文设计的SMDO-SMC很快实现了对干扰的抑制,因此与传统基于饱和函数的滑模控制相比,具有更强的抗干扰能力;且在名义控制律的作用下,基本上实现了通道间的解耦,在滚转时仍保持较小的侧滑角。由图6可知,控制的抖振现象在一定程度上得到了抑制;同时俯仰通道将保持一个负的舵偏角以抵消由迎角等产生的俯仰力矩,实现力矩平衡。

需要指出的是,为简化外回路控制器的设计,通常假定内回路传递函数为1,并且忽略舵机等环节;然而在进行控制器综合及仿真验证时,必须加入上述环节,从而使得控制器从反馈信号中获取的干扰信息除仿真所加干扰之外,还叠加了模型误差、未建模动态等信号,因此本文SMDO的直接输出是对这一广义干扰信号的估计。当该广义干扰估计信号依次通过内回路控制器、舵机、内回路方程等环节而进入外回路方程时,它将复原为对仿真所加正弦干扰的估计。图7所示即为复原的SMDO干扰估计与所加正弦干扰的对比图,其中复原的干扰估计由 $g_1(x_1)x_2$ 中去掉名义控制后得到。由图可见,干扰估计信号与原始干扰信号幅值近似且反向,从而显著削弱了干扰的影响。

#### 4 结论

(1) 基于超扭曲算法的滑模干扰观测器可在有限的时间内实现对干扰的估计,同时超扭曲算法通过将不连续部分隐藏在滑模变量的高阶导数中,因而在一定程度上抑制了抖振现象。

(2) 将滑模干扰观测器与传统基于饱和函数的滑模控制器相结合,可在改善抖振问题的同时,有效提高系统的抗干扰能力和控制精度,数字仿真验证了本文方法的有效性。

(3) 由于SMDO-SMC所需要调节的参数较多,同时SMDO的估计效果与参数、干扰的关系较为复杂,如较大的 $\bar{\omega}_1$ 与 $\bar{\omega}_2$ 会导致SMDO的输出结果出现较强烈的抖动,因此为进一步提高SMDO的性能,需深入研究SMDO的参数与干扰估计性能之间的关系,并实现SMDO与SMC相关参数的自适应调节与合理配置。

## 参 考 文 献

- [1] Young K D, Utkin V I, Özgüner Ü. A control engineer's guide to sliding mode control[J]. IEEE Transactions on Control System Technology, 1999, 7(3): 328-342.
- [2] Shtessel Y B, Shkolnikov I A, Brown M D J. An asymptotic second-order smooth sliding mode control[J]. Asian Journal of Control, 2003, 5(4): 498-503.
- [3] Xu H J, Mirmirani M D, Ioannou P A. Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight vehicle[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2004, 27(5): 829-838.
- [4] Hess R A, Wells S R. Sliding mode control applied to reconfigurable flight control design[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(3): 452-462.
- [5] 丁世宏, 李世华. 空间飞行器姿态的有限时间跟踪控制方法[J]. 航空学报, 2007, 28(3): 628-633.  
Ding Shihong, Li Shihua. Finite time tracking control of spacecraft attitude[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28(3): 628-633. (in Chinese)
- [6] Shtessel Y B, Buffington J, Banda S. Multiple timescale flight control using reconfigurable sliding modes[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1999, 22(6): 873-883.
- [7] Huang J, Lin C F. Application of sliding mode control to bank-to-turn missile systems[C] // Proceedings of 1st IEEE Regional Conference on Aerospace Control Systems, 1993: 569-573.
- [8] Hall C E, Shtessel Y B. Sliding mode disturbance observer-based control for a reusable launch vehicle[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(6): 1315-1328.
- [9] Slotine J J E, Coetsee J A. Adaptive controller synthesis for nonlinear systems[J]. International Journal of Control, 1986, 43(6): 1631-1651.
- [10] Naidu D S, Calise A J. Singular perturbations and time scales in guidance and control of aerospace systems; a survey[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2001, 24(6): 1057-1070.
- [11] 高为炳. 变结构控制理论基础[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 1990: 28-30.
- Gao Weibing. Theoretic foundation of variable structure control[M]. Beijing: Chinese Science and Technology Press, 1990: 28-30. (in Chinese)
- [12] Levant A. Universal single-input-single-output (SISO) sliding mode controllers with finite-time convergence [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46(9): 1447-1451.
- [13] 钱杏芳, 林瑞雄, 赵亚男. 导弹飞行力学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2003: 8-50.  
Qian Xingfang, Lin Ruixiong, Zhao Ya'nan. Missile flight dynamics[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2003: 8-50. (in Chinese)
- [14] 曾宪法, 张磊, 申功璋. 基于动态逆和分散控制的导弹控制系统设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(11): 1303-1307.  
Zeng Xianfa, Zhang Lei, Shen Gongzhang. Design of control systems for missiles based on dynamic inversion and decentralized control[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(11): 1303-1307. (in Chinese)
- [15] 郭锁凤, 申功璋, 吴成富, 等. 先进飞行控制系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003: 246-290.  
Guo Suofeng, Shen Gongzhang, Wu Chengfu, et al. Advanced flight control system[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2003: 246-290. (in Chinese)

## 作者简介:

曾宪法(1982—) 男, 博士研究生。主要研究方向: 飞行器制导与控制。

Tel: 010-63301461

E-mail: xianfa110@163.com

王洁瑶(1988—) 女, 本科生。主要研究方向: 飞行器设计。

王小虎(1962—) 男, 博士, 研究员, 博士生导师。主要研究方向: 精确制导与控制。

Tel: 010-63301556

E-mail: wangxh\_lf@sina.com

王铁军(1976—) 男, 博士, 工程师。主要研究方向: 飞行器控制。

# Design of Sliding Mode Controller Based on SMDO and Its Application to Missile Control

ZENG Xianfa<sup>1</sup>, WANG Jieyao<sup>2</sup>, WANG Xiaohu<sup>1,\*</sup>, WANG Tiejun<sup>1</sup>

1. Beijing Institute of Control & Electronics Technology, Beijing 100038, China

2. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China

**Abstract:** A sliding mode controller (SMC) design approach based on the sliding mode disturbance observer (SMDO) is proposed. A class of cascade multiple-input multiple-output (MIMO) nonlinear system is separated into outer and inner loops based on the singular perturbation principle, and the controllers are designed in the two loops respectively. The robustness of the traditional saturation-function-based sliding mode controller is analyzed in the outer loop, and it is found to be weak in the presence of disturbances. To overcome this problem, together with the nominal sliding mode control law, SMDOs based on the super-twisting algorithm are designed to estimate and compensate for disturbances. Finally, the approach is applied to a missile control system design. The simulation results demonstrate that SMDO-based sliding mode controller (SMDO-SMC) effectively improves both the robustness and control performance of the control system.

**Key words:** sliding mode disturbance observer; sliding mode control; super-twisting algorithm; missiles; robust control