

# Rainbow 型压电单膜片换能结构负载电压和输出功率分析

刘祥建, 陈仁文\*

南京航空航天大学 智能材料与结构航空科技重点实验室, 江苏 南京 210016

**摘要:** 给出了一种多方向振动能量收集装置的设计结构。为研究 Rainbow 型压电单膜片换能结构材料、尺寸参数、负载电阻对其输出功率的影响, 根据压电材料的机电耦合方程和弹性力学理论, 建立了 Rainbow 型压电单膜片换能结构负载电压及输出功率的理论模型。对所建理论模型进行了数值计算和验证测试, 理论计算结果及测试结果具有较好的一致性, 对应的最大输出功率误差为 5%, 说明了本文理论推导的可靠性。同时通过数值模拟发现: 金属弹性基片长度、压电薄膜宽度的增加将会引起换能结构输出功率的增加; 金属弹性基片宽度和厚度、换能结构初始曲率半径的增大将会使换能结构的输出功率下降; 压电薄膜长度和厚度的增加将会使换能结构的输出功率先增加后减小; 铍青铜基片换能结构要优于钢基片换能结构。

**关键词:** Rainbow; 压电材料; 换能结构; 力学分析; 负载电压; 输出功率; 多方向振动能量收集

**中图分类号:** TB381; TN384 **文献标识码:** A

在现代电子产品日趋微型化发展的今天, 机电系统 (Micro-Electro-Mechanical Systems, MEMS) 将是 21 世纪最重要的研究方向之一, 其应用领域涉及航空航天、汽车、建筑等。微能源器件研究作为 MEMS 技术的一个重要分支, 其发展直接关系到 MEMS 在某些领域中的应用。在结合 MEMS 工艺的基础上, 出现了利用热能、生物能、振动能等微能源器件。振动作为工程实际和生活中广泛存在的一种能量形式, 其中的很多振动源可以用于能量收集, 例如喷气式飞机发动机的振动、飞机飞行过程中气流扰动造成的振动以及滑行时机体的振动、车辆电动机运转产生的振动等, 同时由于其具有较高的能量密度<sup>[1]</sup>, 因此, 对振动能量的转化及其收集利用的研究逐步兴起, 如何实现多方向振动环境下能量的有效收集

已成为研究者着力解决的问题<sup>[2-5]</sup>。

目前, 用于振动能量收集的装置种类是繁多的, 有电磁式收集装置<sup>[6]</sup>、静电式收集装置<sup>[7-8]</sup>及压电式收集装置<sup>[9-13]</sup>等, 其中, 以压电式收集装置的研究为最多。压电材料具有正压电效应和逆压电效应, 利用正压电效应可以将其用于传感器或发电器的制作。如今, 随着对基于压电材料的振动能量收集装置研究的广泛展开, 出现了各种各样的压电发电装置, 如悬臂梁单晶结构、Bimorph 结构、圆膜结构等, 但这些装置只能收集单方向振动的能量, 在存在各种方向振动<sup>[14]</sup>的场合中, 将会导致能量收集效率低的缺陷。虽然近几年有研究者提出了阵列式能量收集装置, 可以拓宽收集的振动频带, 但是, 其能量收集的单向性仍然制约着其在某些振动方向经常变化场合的使用。基

收稿日期: 2010-06-22; 退修日期: 2010-11-09; 录用日期: 2010-11-22; 网络出版时间: 2010-12-29 09:35

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20101229.0935.000.html

DOI: CNKI: 11-1929/V.20101229.0935.000

基金项目: 国家自然科学基金(10972102); 高等学校博士学科点专项科研基金(200802870007); 江苏省科技支撑计划(BE2009163)

\* 通讯作者. Tel.: 025-84893466-185 E-mail: rwchen@nuaa.edu.cn

引用格式: 刘祥建, 陈仁文. Rainbow 型压电单膜片换能结构负载电压和输出功率分析[J]. 航空学报, 2011, 32(3): 561-570. Liu Xiangjian, Chen Renwen. Analysis of load voltage and output power for rainbow shape piezoelectric monomorph energy transferring elements[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(3): 561-570.

于此,本课题组提出了一种多方向、宽频带的压电振动能量收集装置,其中,该多方向振动能量收集装置的换能部分采用了 Rainbow 型压电结构。

通常情况下,环境中振源的频率较低,单膜片的换能结构在低频低载的情况下,相比于双膜片的换能结构具有更大的输出能量。为实现该多方向振动能量收集装置的真正实用化,有必要深入研究 Rainbow 型压电单膜片换能结构的工作机理及负载特性。因此,本文运用弹性力学基本知识并结合压电材料的压电方程,建立了 Rainbow 型压电单膜片换能结构的负载电压和输出功率的理论模型,并进行了相关测试实验和数值模拟分析,以提高有限体积 Rainbow 型压电单膜片换能结构在具体工作环境中的发电能力。

## 1 多方向振动能量收集装置的组成及工作原理

图 1 为本文提出的多方向振动能量收集装置的结构示意图。其中,该多方向振动能量收集装置由立方体形金属框架、金属质量块和将质量块与立方体形金属框架连接起来的 8 个相同的 Rainbow 型压电能量转换结构组成。为了实现该振动能量收集装置对不同方向振动能量的收集,在 Rainbow 型压电能量转换结构与金属框架及金属质量块的联接设计上,采用了万向柔性铰链的结构形式,且整个能量收集装置的内部是完全对称的结构,实现了对不同方向振动能量的有效收集,拓宽了其应用范围。

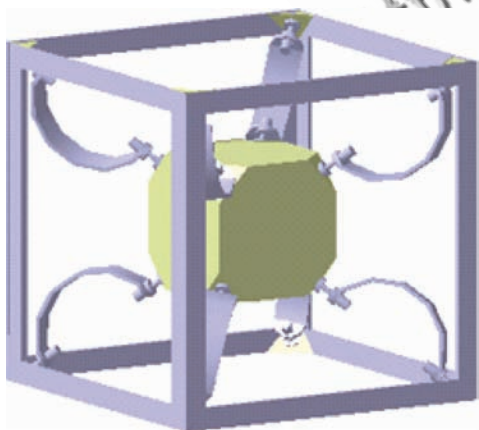


图 1 多方向振动能量收集装置结构示意图  
Fig. 1 Structure of multi-direction vibration energy harvesting device

在实际应用中可以将该装置固定在桥梁、振动的车辆上,当立方体形金属框架受到环境激励作用而振动时,就会引起换能结构的受迫振动,导致换能结构产生弯曲变形,从而实现对环境振动能量的收集。当振源的振动方向变化时,金属质量块的受迫振动方向也应发生相应改变,由于换能结构两端采用特殊的万向柔性铰链结构,使得其可以相对于金属质量块和金属框架转动,从而实现金属质量块振动方向的改变,实现了对变化振动方向振源能量的收集。

另外,为了实现对该换能结构收集的能量的有效利用,该多方向振动能量收集装置还包括由多路并联后与充电电池相连的能量收集电路,及与能量收集电路连接的多源异相充电控制电路。

## 2 Rainbow 型压电单膜片换能结构

### 2.1 Rainbow 型压电单膜片换能结构的工作原理

用于多方向振动能量收集装置的 Rainbow 型压电单膜片换能结构由预弯的金属弹性基片、压电薄膜和电极组成,其基本构成如图 2 所示。在预弯金属弹性基片弧形内侧表面粘贴压电薄膜,在压电薄膜的上、下两个表面分别制作电极,以输出产生的电压。

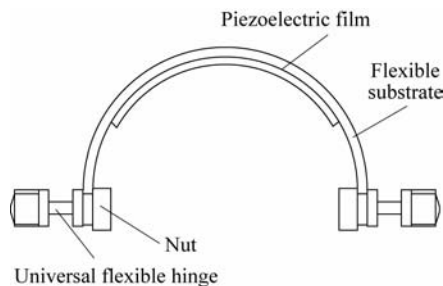


图 2 Rainbow 型压电单膜片换能结构示意图  
Fig. 2 Rainbow shape piezoelectric monomorph energy transferring element

在 Rainbow 型压电换能结构的受迫振动过程中,由于换能结构的弯曲变形,进而引起压电薄膜内应变和应力的变化。根据压电学相关理论,当压电薄膜内应变和应力变化时,其表面将有自由电荷生成。压电体所受应力及产生电场的关系

可表示为<sup>[15]</sup>

$$\mathbf{S} = \mathbf{s}^E \mathbf{T} + \mathbf{dE} \quad (1)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{dT} + \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{E} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{S}$  为应变向量; $\mathbf{D}$  为电荷密度向量; $\mathbf{E}$  为电场强度向量; $\mathbf{T}$  为应力向量; $\boldsymbol{\varepsilon}^T$  为应力恒定时的自由介电常数矩阵; $\mathbf{s}^E$  为电场恒定时的短路弹性柔顺系数矩阵; $\mathbf{d}$  为压电应变常数矩阵。

由于压电薄膜振动过程中的连续弯曲变形,其上、下电极之间将产生交替变化的电势差,进而为负载供能。当环境振动频率等于由换能结构所构成系统振动的固有频率时,将引起系统的共振,压电薄膜内应力和应变的变化将达到最大,使得换能结构输出的能量达到最大。

## 2.2 Rainbow 型压电单膜片换能结构的力学分析

Rainbow 型压电单膜片换能结构是由金属弹性层和压电层组成的复合梁结构,整个结构具有一定的初始曲率,鉴于其特殊的拱形结构,有必要对其进行相应的力学分析,在分析过程中,作如下假设<sup>[16]</sup>:

(1) 换能结构沿形心轴( $x$  轴)方向仅发生小变形,满足线性应变-位移关系。

(2) 压电薄膜与金属弹性基片之间为理想粘贴,忽略粘接胶层的影响。

(3) 各材料属性在温度变化时保持不变。

引入 Navier 假设:变形前垂直于杆件几何轴线的平面,变形后仍然保持为平面,且垂直于该轴。根据此假设条件,则截面法线方向的位移分量一定满足平面方程,故可设为

$$u = a_x + b_x y + c_x z \quad (3)$$

式中: $a_x, b_x, c_x$  为  $x$  的函数。

试研究图 3 中截面  $l$  与  $l + \Delta l$  之间梁单元的几何形状。 $\Delta l$  为沿梁形心轴弧长的增量,径向距该轴为  $z$  的纤维具有不同的长度  $\Delta l_z$ 。则有

$$\frac{\Delta l}{R} = \frac{\Delta l_z}{R - z}$$

式中: $R$  为换能结构形心轴处的曲率半径。

当  $\Delta l$  趋于零时,取极限得

$$\frac{dl}{dl_z} = \frac{1}{1 - z/R} \quad (4)$$

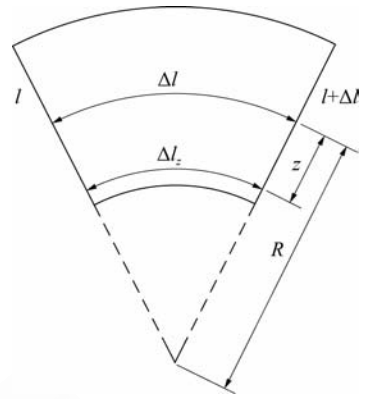


图 3 梁单元的几何形状

Fig. 3 Geometry of beam element

根据应变的定义,任意纤维的纵向应变为

$$S_x = \frac{\partial u}{\partial l_z} \quad (5)$$

将式(3)代入式(5),得

$$S_x = \frac{dl}{dl_z} (a + by + cz) \quad (6)$$

式中: $a = \frac{da_x}{dl}$ ;  $b = \frac{db_x}{dl}$ ;  $c = \frac{dc_x}{dl}$ 。

将式(4)代入式(6),则得到换能结构任一横截面上的应变为

$$S_x = \frac{1}{1 - z/R} (a + by + cz) \quad (7)$$

为了求取换能结构截面上的应变,以换能结构固定端截面形心为坐标原点建立曲线坐标系, $X$  轴沿结构形心轴方向, $Z$  轴沿结构曲率半径方向,并假设换能结构可移动端受到图示方向的力为  $F$ ,整个结构的受力简图如图 4 所示。

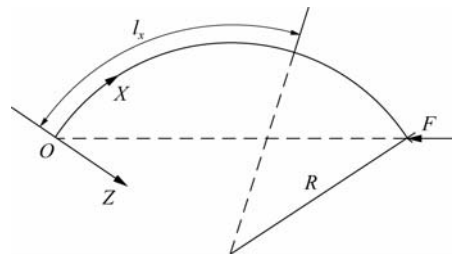


图 4 换能结构受力简图

Fig. 4 Analysis diagram of energy transferring element

对距固定端为  $l_x$  处的截面进行受力分析,则截面上的轴向力  $N_x$ 、弯矩  $M_y$  和  $M_z$  可分别表示为

$$N_x = \int_{A_1} \sigma_1 dA_1 + \int_{A_2} \sigma_2 dA_2 \quad (8)$$

$$M_y = \int_{A_1} \sigma_1 z dA_1 + \int_{A_2} \sigma_2 z dA_2 \quad (9)$$

$$M_z = \int_{A_1} \sigma_1 y dA_1 + \int_{A_2} \sigma_2 y dA_2 \quad (10)$$

式中:  $A_1$  为压电薄膜的横截面面积;  $A_2$  为金属弹性基片的横截面面积;  $\sigma_1$  为压电薄膜横截面上的应力;  $\sigma_2$  为金属弹性基片横截面上的应力。

设金属弹性基片和压电薄膜的弹性模量分别为  $E_m$  和  $E_p$ , 压电薄膜在“31型”工作模式下的压电应变常数及电场强度分别为  $d_{31}$  和  $E_3$ , 则解得换能结构任意截面上的应变为

$$S_x = [(-N_x E + M_y C + J_1 E - J_2 C) + (N_x C - M_y A - J_1 C + J_2 A)z] / [(C^2 - AE)(1 - z/R)] \quad (11)$$

式中:

$$A = \int_{A_1} \frac{E_p}{1 - z/R} dA_1 + \int_{A_2} \frac{E_m}{1 - z/R} dA_2$$

$$C = \int_{A_1} \frac{E_p z}{1 - z/R} dA_1 + \int_{A_2} \frac{E_m z}{1 - z/R} dA_2$$

$$E = \int_{A_1} \frac{E_p z^2}{1 - z/R} dA_1 + \int_{A_2} \frac{E_m z^2}{1 - z/R} dA_2$$

$$J_1 = - \int_{A_1} E_p d_{31} E_3 dA_1$$

$$J_2 = - \int_{A_1} E_p d_{31} E_3 z dA_1$$

设金属弹性基片的长度为  $l_m$ , 则在力  $F$  作用下, 换能结构上距固定端为  $l_x$  处的力矩和沿截面法线方向的分力分别为

$$m_y = 2FR \sin\left(\frac{l_x}{2R}\right) \sin\left(\frac{l_m - l_x}{2R}\right) \quad (12)$$

$$m_z = 0 \quad (13)$$

$$F_x = F \cos\left(\frac{2l_x - l_m}{2R}\right) \quad (14)$$

### 2.3 负载电压与输出功率的理论推导

Rainbow 型压电单膜片换能结构在受迫振动中的能量可用机械能和电场能表示, 在其能量计算过程中, 可以将换能结构看做由无数个无穷小单元体组成, 则压电薄膜单元体在机电耦合过程

中产生的系统微能可表示为

$$du_p = \frac{1}{2} S_1^p \sigma_1^p + \frac{1}{2} E_3 D_3 \quad (15)$$

式中:  $S_1^p$ 、 $\sigma_1^p$  分别为压电薄膜横截面上  $X$  向的应变和应力;  $D_3$  为压电薄膜  $Z$  向的电位移。

对于金属弹性基片, 只有弹性能, 即

$$du_m = \frac{1}{2} S_1^m \sigma_1^m \quad (16)$$

式中:  $S_1^m$ 、 $\sigma_1^m$  分别为金属弹性基片横截面上  $X$  向的应变和应力。

联立式(15)、式(16), 得到 Rainbow 型压电单膜片换能结构在振动中产生的总能量为

$$U = \int_{V_1} \left[ \frac{1}{2} E_p (S_1^p)^2 - \frac{1}{2} E_p (d_{31})^2 (E_3)^2 + \frac{1}{2} \epsilon_{33} (E_3)^2 \right] dV_1 + \int_{V_2} \frac{1}{2} E_m (S_1^m)^2 dV_2 \quad (17)$$

式中:  $\epsilon_{33}$  为介电常数。

压电薄膜作为介电材料, 其内部电场可表示为

$$E_3 = V/t_p \quad (18)$$

式中:  $V$  为压电薄膜的开路电压;  $t_p$  为压电薄膜的厚度。

若设金属弹性基片厚度为  $t_m$ , 压电薄膜的长度、宽度和压电应力常数分别为  $l_p$ 、 $b_p$  和  $e_{31}$ 。将式(18)代入到式(17)中, 并将该式对电压求导数, 则式中机械能部分导数为零, 电场能部分经求导, 结果为电荷量。相应的电荷量可表示为

$$Q = \frac{\partial U}{\partial V} = \frac{E_p R^2 e_{31} (b_p)^2}{2(C^2 - AE)^2} \left( -\phi_4 - \frac{1}{2} t_m \phi_5 \right) F \quad (19)$$

式中:

$$\phi_4 = -2[P_1 P_4 E^2 - P_1 P_5 CE - 2P_2 P_4 CE + P_2 P_5 (C^2 + AE) + P_3 P_4 C^2 - P_3 P_5 AC]$$

$$\phi_5 = -2[-P_1 P_4 CE + P_1 P_5 C^2 + P_2 P_4 (C^2 + AE) - 2P_2 P_5 AC - P_3 P_4 AC + P_3 P_5 A^2]$$

$$P_1 = \int_{\frac{t_m - t_p}{2}}^{\frac{t_m + t_p}{2}} \frac{1}{(R - z)^2} dz$$

$$P_2 = \int_{\frac{t_m - t_p}{2}}^{\frac{t_m + t_p}{2}} \frac{z}{(R - z)^2} dz$$

$$P_3 = \int_{\frac{t_m - t_p}{2}}^{\frac{t_m + t_p}{2}} \frac{z^2}{(R - z)^2} dz$$



$$P_4 = \int_{\frac{l_m - l_p}{2}}^{\frac{l_m + l_p}{2}} \left[ -\cos\left(\frac{2l_x - l_m}{2R}\right) \right] dl_x$$

$$P_5 = \int_{\frac{l_m - l_p}{2}}^{\frac{l_m + l_p}{2}} \left[ -2R \sin\left(\frac{l_x}{2R}\right) \sin\left(\frac{l_m - l_x}{2R}\right) \right] dl_x$$

压电薄膜的等效电容可表示为

$$C_p = \frac{E_p R^2 (e_{31})^2 (b_p)^3 l_p}{2(C^2 - AE)^2} \left[ 2\phi_1 + \frac{1}{2}(t_m)^2 \phi_2 + t_m \phi_3 \right] + \frac{l_p b_p}{t_p} (\epsilon_{33} - e_{31} d_{31}) \quad (20)$$

式中:

$$\phi_1 = P_1 E^2 - 2CEP_2 + P_3 C^2$$

$$\phi_2 = P_1 C^2 - 2ACP_2 + P_3 A^2$$

$$\phi_3 = -2P_1 CE + 2P_2 (AE + C^2) - 2P_3 AC$$

令  $H = C^2 - AE$ ,  $F = f \sin(\omega t)$ , 其中  $f$  为力  $F$  的峰值,  $\omega$  为角频率。如图 5 所示, 从压电薄膜输出的总电流可表示为

$$i = \frac{E_p R^2 e_{31} (b_p)^2}{2H^2} \left( \phi_4 + \frac{1}{2} t_m \phi_5 \right) f \omega \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (21)$$

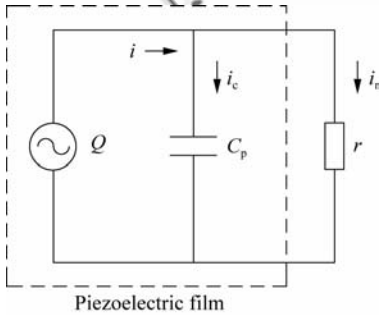


图 5 压电薄膜等效电路

Fig. 5 Equivalent circuit for piezoelectric film

设压电薄膜两端的电压和电流分别为  $V_c$ 、 $i_c$ ; 外接电阻负载的电压、电流及阻值分别为  $V_r$ 、 $i_r$ 、 $r_0$ 。则根据电流的定义和电路的分流原理, 可得

$$\frac{dQ}{dt} = i_c + i_r \quad (22)$$

$$\frac{dV_c}{dt} = \frac{i_c}{C_p} \quad (23)$$

$$\frac{dV_r}{dt} = \frac{di_r}{dt} r \quad (24)$$

$$\frac{dV_c}{dt} = \frac{dV_r}{dt} \quad (25)$$

联立式(22)~式(25), 得到

$$\frac{di_r}{dt} + \frac{1}{rC_p} i_r = \frac{1}{rC_p} \frac{dQ}{dt} \quad (26)$$

解上述非齐次一阶线性微分方程, 有

$$i_r = \frac{E_p R^2 e_{31} (b_p)^2 (\phi_4 + 0.5 t_m \phi_5) f \omega}{2H^2 \sqrt{1 + \omega^2 r^2 (C_p)^2}} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2} - \theta\right) \quad (27)$$

式中:  $\theta = \arctan(\omega r C_p)$ 。

从而得到负载电阻上的电压为

$$V_r = \frac{E_p R^2 e_{31} (b_p)^2 (\phi_4 + 0.5 t_m \phi_5) f \omega r}{2H^2 \sqrt{1 + \omega^2 r^2 (C_p)^2}} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2} - \theta\right) \quad (28)$$

则压电薄膜交流输出时的有效功率为

$$P_r = \frac{(E_p)^2 R^4 (e_{31})^2 (b_p)^4 (\phi_4 + 0.5 t_m \phi_5)^2 f^2 \omega^2 r}{8H^4 [1 + \omega^2 r^2 (C_p)^2]} \quad (29)$$

将有效功率对负载电阻求偏导数, 并令其等于零, 则得到最佳负载的大小为

$$r_p = \frac{1}{\omega C_p} \quad (30)$$

在最佳负载下, 对应的最大有效输出功率为

$$P = \frac{(E_p)^2 R^4 (e_{31})^2 (b_p)^4 (\phi_4 + 0.5 t_m \phi_5)^2 f^2 \omega}{16H^4 C_p} \quad (31)$$

### 3 模型验证与数值模拟分析

#### 3.1 理论模型验证

根据理论模型式(28)和式(29), 在一定的材料及尺寸参数下, 便可以求得 Rainbow 型压电单膜片换能结构的负载电压和输出功率。

为了验证该 Rainbow 型压电单膜片换能结构负载电压及输出功率的理论分析结果, 进行了换能结构负载电压及输出功率的验证实验, 实验主要考察换能结构的负载电压及输出功率与负载阻值的关系。设计 Rainbow 型压电单膜片换能结构时, 金属弹性基片材料选用铍青铜, 压电薄膜材料选用聚偏二氟乙烯(PVDF), 压电薄膜压电应力常数矩阵  $e$  (C/m<sup>2</sup>) 和压电弹性系数矩阵  $c$

( $10^9 \text{ N/m}^2$ )分别为

$$e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0104 \\ 0 & 0 & -0.0164 \\ 0 & 0 & -0.0650 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0.0388 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} 8.10 & 4.84 & 4.84 & 0 & 0 & 0 \\ 4.84 & 6.92 & 4.38 & 0 & 0 & 0 \\ 4.84 & 4.38 & 6.92 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.38 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.38 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.38 \end{bmatrix}$$

材料的其他特性参数见表1。换能结构的相关尺寸参数:弹性基片的长度为40 mm,宽度为8 mm,厚度为0.2 mm;PVDF压电薄膜的长度为40 mm,宽度为8 mm,厚度为0.2 mm;换能结构初始曲率半径为30 mm。

表1 换能结构的力学和尺寸参数

Table 1 Dimensions and material properties of energy transferring element

Parameter	PVDF	Beryllium bronze	Steel
Density/( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	1 780	8 290	7 800
Elastic modulus/GPa		131	210
Poisson ratio	0.3	0.35	0.3
Thickness/mm	0.2	0.2	0.2
Width/mm	3	3	3
Length/mm	12	12	12
Initial curvature radius/mm		10	
Relative dielectric constant	12		

实验过程中在加工好的金属弹性基片上粘贴压电薄膜时,有以下几点需要注意:①粘贴前先用脱脂棉蘸取丙酮溶液对金属弹性基片和压电薄膜进行擦拭,以去除其表面的灰尘等污迹;②金属弹性基片与压电薄膜间胶层不宜太厚,以免对换能结构性能产生较大影响;③在压电薄膜粘贴中,要施加一定的力,以免在金属弹性基片与压电薄膜间留有气泡,同时施加力的大小又不能过大,以免损坏压电薄膜的电极。

实验中将 Rainbow 型压电单膜片换能结构一端固定,同时利用 HEV-50 高能激振器,以频率为 159 Hz、峰值为 3.3 N 的激振力对换能结构可移动端进行激励,并通过 Agilent54622D 混合示波器来监测电压,实验原理图如图 5 所示。PVDF 压电薄膜在外力作用下,在其两个极面上聚集电荷而形成电压,同时向外负载供电,利用示波器对负载电压进行实时测量。

图 6 和图 7 分别为 Rainbow 型压电单膜片换能结构的负载电压及输出功率与负载电阻的关系,对比图中的理论计算与实验测试曲线可知,无论是压电薄膜的负载电压还是其输出功率,所得到的实验值与理论分析结果都比较接近。

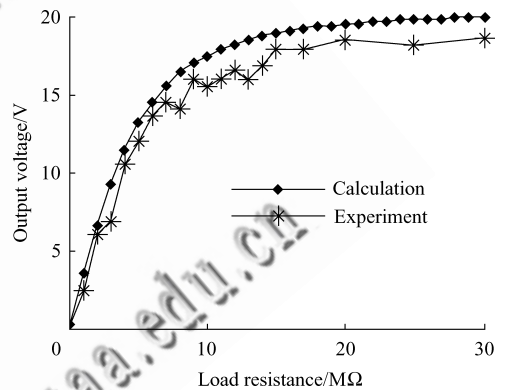


图6 负载电压与负载阻值关系曲线

Fig. 6 Load voltage versus load resistance

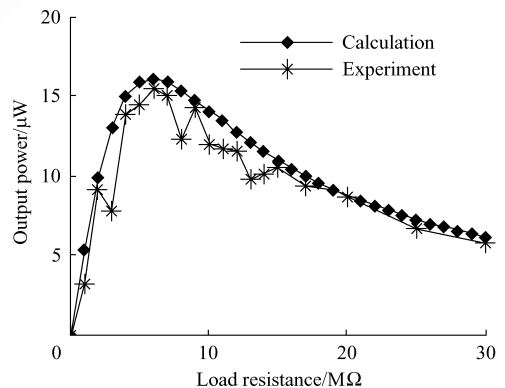


图7 输出功率与负载阻值关系曲线

Fig. 7 Output power versus load resistance

从图6中可以看到,对于PVDF压电薄膜的负载电压来说,无论是理论计算值还是实验测量值,都随着负载阻值的增加而增加。其中,在负载阻值相对较小时,负载电压增加较快,在负载阻值

超过  $10\text{ M}\Omega$  时,随着负载阻值的增大,负载电压增加变缓,逐渐趋近于一个稳定值,也即 PVDF 压电薄膜的开路电压。在图 7 中,无论是理论计算值还是实验测量值, PVDF 压电薄膜的输出功率都随着负载阻值的增大而先增大后减小,也就是说,存在一个最佳负载阻值能够使得换能结构输出功率最大。计算式(30)可得, PVDF 压电薄膜交流输出时的最佳理论负载约为  $6\text{ M}\Omega$ , 对应的最大输出功率为  $16.1\text{ }\mu\text{W}$ ; 实验测试的最佳负载阻值为  $6\text{ M}\Omega$ , 对应的最大输出功率为  $15.4\text{ }\mu\text{W}$ , 最大输出功率误差为  $5\%$ 。从上述分析结果不难看到, 实验测试值与理论分析值比较接近, 验证了理论分析的可靠性。

理论分析与实验测试结果的不同主要是因为理论计算是在对换能结构作了一定的假设之后, 在一种理想的条件下得出的结果。而实验测试中, 不可避免地会受到各种干扰因素的影响。产生干扰的因素主要有以下几个方面:

(1) 加工工艺条件的影响。在对金属弹性基片及压电薄膜加工过程中, 由于该换能结构特殊的拱形结构, 且试件为单件加工, 受加工条件的限制, 将不可避免地会产生一定的加工误差。

(2) 粘结胶层的影响。在换能结构的理论分析中, 假设金属弹性基片与压电薄膜之间是理想粘结的, 而在实验测试中, 却计入了胶层因素的影响。

另外, 实验过程中的测量误差以及结构的摩擦等因素也会对结果造成一定的影响。

### 3.2 数值模拟分析

由式(29)可知, 压电薄膜的输出功率与换能结构受到的激励及其材料、几何尺寸、电路负载有关。在外部激励确定的情况下, 要想提高换能结构的输出功率, 就必须从其材料、几何尺寸设计方面来考虑如何进行优化。

为了进一步明确换能结构的材料、尺寸参数对其输出功率的影响, 以表 1 中所列材料、尺寸为基本参数对所建理论模型进行数值模拟, 同时假设换能结构可移动端受到频率为  $159\text{ Hz}$ , 峰值为  $3.3\text{ N}$  的激振力, 外部连接负载阻值为  $50\text{ M}\Omega$ 。

图 8~图 14 给出了换能结构的材料、尺寸参数与其输出功率的关系曲线, 通过观察图中曲线的变化, 可知:

(1) 随着金属弹性基片长度的增加, 换能结构的输出功率不断增加, 从功率变化的数值来看, 金属弹性基片的长度对输出功率的影响较大。这是因为当金属弹性基片长度增加时, 力对换能结构截面产生的力矩  $m_y$  和力  $F_x$  增大, 根据应变的表达式, 则压电薄膜的应变  $S_x$  增大, 导致输出功率增大。随着金属弹性基片宽度和厚度的增加, 换能结构的输出功率则不断减小, 从模拟曲线变化的趋势来看, 金属基片的厚度对换能结构输出功率的影响较大。出现这种现象的原因是当金属弹性基片宽度和厚度增加时, 换能结构的等效刚

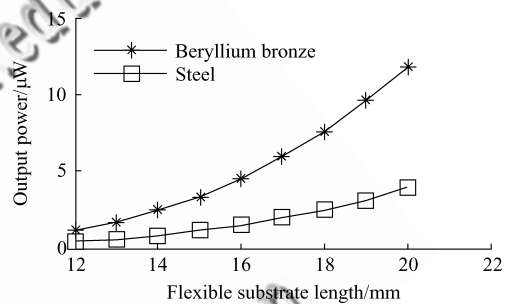


图 8 输出功率与金属弹性基片长度关系曲线

Fig. 8 Output power versus flexible substrate length

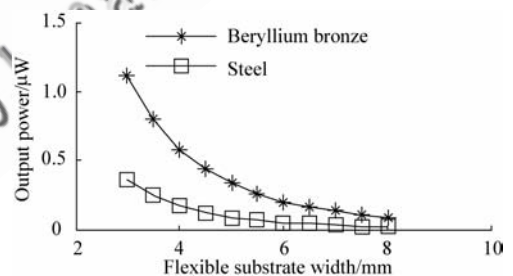


图 9 输出功率与金属弹性基片宽度关系曲线

Fig. 9 Output power versus flexible substrate width

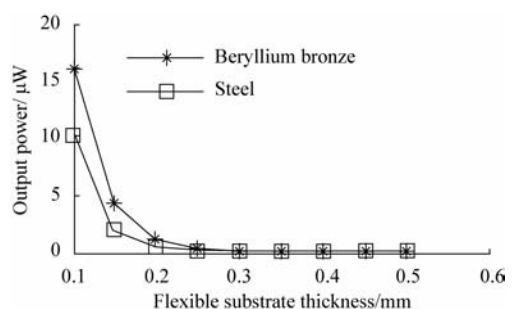


图 10 输出功率与金属弹性基片厚度关系曲线

Fig. 10 Output power versus flexible substrate thickness

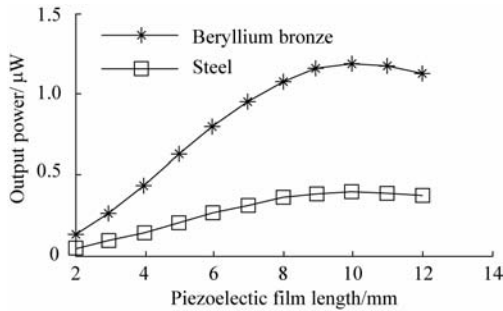


图 11 输出功率与压电薄膜长度关系曲线

Fig. 11 Output power versus piezoelectric film length

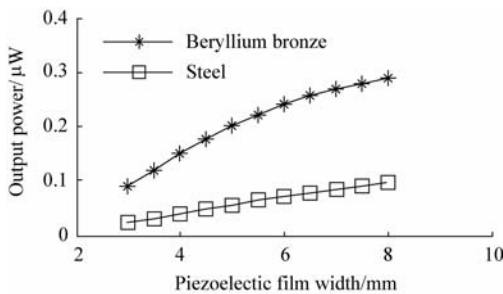


图 12 输出功率与压电薄膜宽度关系曲线

Fig. 12 Output power versus piezoelectric film width

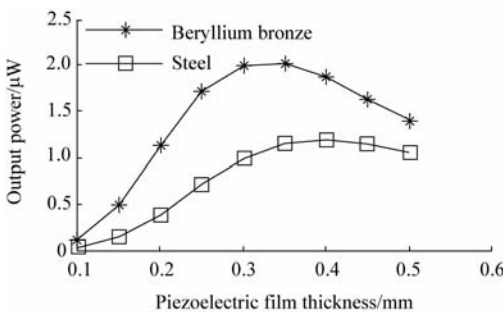


图 13 输出功率与压电薄膜厚度关系曲线

Fig. 13 Output power versus piezoelectric film thickness

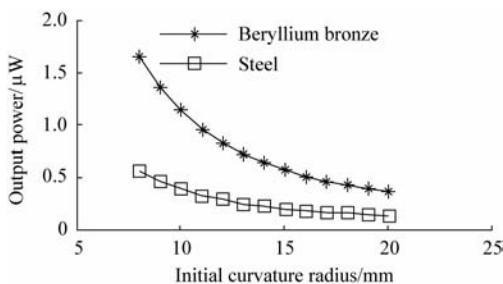


图 14 输出功率与初始曲率半径关系曲线

Fig. 14 Output power versus initial curvature radius

度增大,使得在相同的力作用下,压电薄膜的应变  $S_x$  减小,导致输出功率减小,由于金属基片的弹性模量相对较大,使得输出功率数值变化较大。因此,为了获得换能结构较大的输出功率,在尺寸空间允许的条件下,应该尽量增加金属基片的长度,同时,在充分考虑换能结构的屈服条件下,适当减小金属基片的厚度和宽度。

(2) 压电薄膜长度的增加,使得换能结构的输出功率不断增大,但当增大到一定数值后,有减小的趋势。这是因为压电薄膜长度增加时,其上、下两个表面面积增加,产生的电荷量增多,但另一方面也使得换能结构的等效刚度增大,换能结构应变  $S_x$  减小,当这一因素占主导地位时,压电薄膜输出功率将会减小,因此,在压电薄膜长度的设计过程中,还应综合考虑整个换能结构的几何参数而最终确定。压电薄膜宽度的增加会引起换能结构输出功率的不断增加,从变化的数值来看,压电薄膜的宽度对输出功率的影响较小。这是因为当压电薄膜的宽度增加时,压电薄膜的上、下两个表面面积增加,产生的电荷量增多,但由于 PVDF 压电薄膜的压电常数和弹性模量相对较小,故对输出功率的影响也较小,因此,压电薄膜的宽度应该取得和金属基片的宽度一致,以提高输出功率。随着压电薄膜厚度的增加,换能结构的输出功率将先急剧增大然后又较快地减小,这是因为当压电薄膜的厚度增加时,压电薄膜沿 Z 方向的尺寸增大,参数 A、C、E 变大,使得换能结构应变  $S_x$  增大;另一方面,当压电薄膜的厚度增加时,整个换能结构的等效刚度增大,而当这一因素占主导地位时,换能结构的输出功率就会减小,因此,在压电薄膜厚度的设计上,应该结合整个换能结构的尺寸参数而慎重考虑。

(3) 随着换能结构初始曲率半径的增大,其输出功率不断减小。这是因为当初始曲率半径增大,且对换能结构施加相同的力时,力对换能结构截面产生的力矩  $m_y$  和法向分力  $F_x$  减小,使得压电薄膜的应变  $S_x$  减小,导致换能结构输出功率减小。因此在换能结构初始曲率半径的设计中,可以考虑将换能结构弧形部分设计为半圆的形式,以此来提高其输出功率。

(4) 换能结构各尺寸参数变化时,在铍青铜基片和钢基片换能结构的尺寸参数完全一致的情况下,铍青铜基片换能结构的输出功率都要大于钢基片换能结构的输出功率。



片换能结构的输出功率。出现这种现象的原因是钢的弹性模量大于铍青铜的弹性模量,使得在施加相同外力时,钢基片换能结构的应变较小,导致换能结构的输出功率较小。因此,在换能结构金属基片材料的选择上,应该选择弹性模量较小的金属材料,以提高换能结构的输出功率,但还应充分考虑换能结构的应力条件。铍青铜材料具有疲劳强度高、温度变化时弹性稳定、价格较低廉等优点,在换能结构金属基片材料的选择中值得考虑。

## 4 结 论

(1)给出了一种多方向压电振动能量收集装置的设计结构,同时提出了一种用于多方向振动能量收集的 Rainbow 型压电能量转换结构。根据压电材料的机电耦合方程和弹性力学理论建立了 Rainbow 型压电单膜片换能结构负载电压及输出功率的理论模型,该模型含有压电薄膜和金属弹性基片的材料及尺寸参数,可用于分析不同结构参数对换能结构负载电压及输出功率的影响,也可用于该换能结构的优化设计。

(2)通过对所建理论模型的数值计算与验证测试得到,换能结构负载电压及输出功率的理论计算与测试结果较一致,其中,对应的最大输出功率误差为 5%。同时发现,换能结构的负载电压及输出功率与负载电阻的大小有关,电压随负载电阻值的增加而增加,并逐渐接近换能结构的开路电压;存在一个最佳的负载电阻值使换能结构的输出功率最大。

(3)通过对所建理论模型的数值模拟得出:金属弹性基片长度、压电薄膜宽度的增加将会引起换能结构输出功率的增加;金属弹性基片宽度和厚度、换能结构初始曲率半径的增大将会使得换能结构的输出功率下降;压电薄膜长度和厚度的增加将使得换能结构的输出功率先增加后减小;在尺寸相同时,铍青铜基片换能结构的输出功率都要大于钢基片换能结构的输出功率。

(4)通过对 Rainbow 型压电单膜片换能结构的实验测试与数值模拟得出:在较大的作用力下,其输出功率较低,为微瓦级,但已可满足一些低耗能的微电子器件的供能需求,故具有一定的开发应用前景。输出功率低的原因一是结构尺寸较小;二是 PVDF 压电薄膜的压电常数较小。因

此,后续研究中可以考虑增大换能结构的尺寸或者以 Rainbow 型换能结构为基础,提出一些能够应用压电陶瓷材料的改进结构。

## 参 考 文 献

- [1] Roundy S, Wright P K, Pister K S. Micro-electrostatic vibration to electricity converters [C] // Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition. New Orleans, Louisiana: ASME, 2002: 1-10.
- [2] 袁江波, 谢涛, 单小彪, 等. 压电俘能技术研究现状综述 [J]. 振动与冲击, 2009, 28(10): 36-42.  
Yuan Jiangbo, Xie Tao, Shan Xiaobiao, et al. A review of current situation for piezoelectric energy harvesting [J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(10): 36-42. (in Chinese)
- [3] Jiang S N, Li X F, Guo S H, et al. Performance of a piezoelectric bimorph for scavenging vibration energy [J]. Smart Materials and Structures, 2005, 14(4): 769-774.
- [4] Hu Y T, Xue H, Hu H P, et al. A piezoelectric power harvester with adjustable frequency through axial preloads [J]. Smart Materials and Structures, 2007, 16(5): 1961-1966.
- [5] Jiang S N, Hu Y T. Analysis of a piezoelectric bimorph plate with a central-attached mass as an energy harvester [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, 2007, 54(7): 1463-1469.
- [6] Glynn-Jones P, Tudor M J, Beeby S P, et al. An electromagnetic vibration powered generator for intelligent sensor systems [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2004, 110(1-3): 344-349.
- [7] Mitcheson P D, Miao P, Stark B H, et al. MEMS electrostatic micropower generator for low frequency operation [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2004, 115(2-3): 523-529.
- [8] 李林, 郭隐彪, 陈旭远. 基于微机电系统的振动能量采集器件设计分析 [J]. 机械工程学报, 2009, 45(9): 238-242.  
Li Lin, Guo Yinbiao, Chen Xuyuan. Design and analysis of vibration energy collector based on MEMS [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(9): 238-242. (in Chinese)
- [9] Jeon Y B, Sood R, Jeong J H, et al. MEMS power generator with transverse mode thin film PZT [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2005, 122(1): 16-22.
- [10] Kim S, Clark W W, Wang Q M. Piezoelectric energy harvesting with a clamped circular plate: analysis [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2005, 16(10): 847-854.

- [11] Roundy S, Wright P K, Rabaey J. A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes[J]. *Computer Communications*, 2003, 26(11): 1131-1144.
- [12] Roundy S. On the effectiveness of vibration-based energy harvesting[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2005, 16(10): 809-823.
- [13] Yuan J B, Xie T, Shan X B, et al. Resonant frequencies of a piezoelectric drum transducer[J]. *Journal of Zhejiang University: Science A*, 2009, 10(9): 1313-1319.
- [14] Sodano H A, Inman D J, Park G. Generation and storage of electricity from power harvesting devices[J]. *Journal of Intelligent Material Systems Structures*, 2005, 16(1): 67-75.
- [15] 陶宝祺. 智能材料结构[M]. 北京: 国防工业出版社, 1997: 59-64.  
Tao Baoqi. Smart material structure[M]. Beijing: National Defence Industrial Press, 1997: 59-64. (in Chinese)
- [16] 娄利飞, 杨银堂, 樊永祥, 等. 压电薄膜微传感器振动模态的仿真分析[J]. *振动与冲击*, 2006, 25(4): 165-168.  
Lou Lifei, Yang Yintang, Fan Yongxiang, et al. The vibration modal analysis of piezoelectric thin film micro sensor[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2006, 25(4): 165-168. (in Chinese)

#### 作者简介:

刘祥建(1980—) 男, 博士研究生。主要研究方向: 智能结构力学、压电能量收集及压电驱动技术等。

Tel: 025-84893871

E-mail: liuxukd@126.com

陈仁文(1966—) 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 智能材料与结构、智能监测与控制等。

Tel: 025-84893466-185

E-mail: rwchen@nuaa.edu.cn

## Analysis of Load Voltage and Output Power for Rainbow Shape Piezoelectric Monomorph Energy Transferring Elements

LIU Xiangjian, CHEN Renwen\*

*Aeronautical Science Key Laboratory for Smart Materials and Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China*

**Abstract:** A design structure is developed in this article to harvest multi-direction vibration energy with piezoelectric monomorph energy transferring elements. According to the basic equations of piezoelectric materials and their mechanical analysis, the load voltage and output power models of the Rainbow shape piezoelectric monomorph energy transferring elements are established, which are then used to study the relationships between their output power and material shape parameters as well as their load resistance. A prototype of the Rainbow shape piezoelectric monomorph energy transferring elements is designed to validate the models. The results show that the calculation results are consistent with the experimental results, with the error of maximum output power being 5%. Moreover, the output power of the piezoelectric film increases as the length of the metal substrate and the width of the piezoelectric film increase, while it decreases as the width and thickness of the metal substrate and the initial curvature radius of the energy transferring elements increase. The output power of the piezoelectric film reaches maximum and then decreases as the length and thickness of the piezoelectric film increase. Furthermore, beryllium bronze substrate energy transferring elements are found to be superior to steel substrate energy transferring elements.

**Key words:** rainbow; piezoelectric materials; energy transferring element; mechanical analysis; load voltage; output power; multi-direction vibration energy harvesting

Received: 2010-06-22; Revised: 2010-11-09; Accepted: 2010-11-22; Published online: 2010-12-29 09:35

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20101229.0935.000.html DOI: CNKI:11-1929/V.20101229.0935.000

Foundation items: National Natural Science Foundation of China(10972102); Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China(200802870007); Technology Research and Development Program of Jiangsu Province (BE2009163)

\* Corresponding author. Tel.: 025-84893466-185 E-mail: rwchen@nuaa.edu.cn